

1 八十七學年度高中數理資賦優異學生升學甄試保送性向測驗

問題一、在算式

$$1 - 2 \div 3 + 4 \times 5$$

中插入有效的括號以調整其運算次序，如

$$(1 - (2 \div 3)) + (4 \times 5).$$

請問：由括弧方法的不同，一共可以產生多少個不同的數值。

問題二、試完成下列各小題

- (1) 將 641 表為兩個整數的平方和。
- (2) 將 $10897 = 641 \times 17$ 表為兩個整數的平方和。
- (3) 1000003 是否可表為兩個整數的平方和？
- (4) 如果正整數 m 與 n 皆可表為兩個整數的平方和，那麼 $m \times n$ 是否一定可表為兩個整數的平方和。

問題三、有甲、乙、丙三位推銷員來介紹他們的產品，有情報顯示，該三種產品中，有一樣是仿冒品，其他兩樣是真品。他們三位都接受訪問，每個人都講了兩句話，如下述：

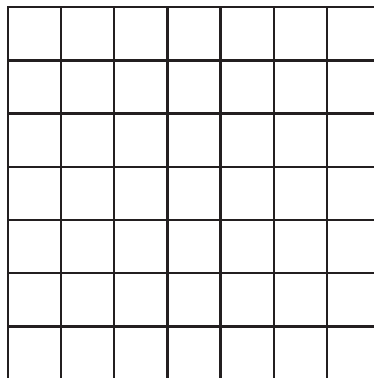
甲說：「我的產品是真品，乙的產品是仿冒品」

乙說：「我的產品是真品，丙的產品是仿冒品」

丙說：「乙的產品是真品，甲的產品是仿冒品」

有位了解內情的人表示，甲、乙、丙三人中，有一位兩句話都是真實的，有一位一句是真話一句是假話，還有一位的兩句話都是假話。請你根據這位人士的話判斷哪一位推銷員的產品是仿冒品（請簡述理由）。

問題四、一位國王有 7 位心愛的王妃，國王為了讓每位王妃有自己的妃宮，擬在 7×7 的棋盤土地上（共 49 格土地）蓋 7 座妃宮（每一座妃宮剛好佔據一個格子的土地）。每位王妃都要求：她的妃宮向水平、垂直及兩條對角線方向望去，不可以被其它的妃宮擋到視線。你是否能幫國王解決他的煩惱呢？



問題五、 給定一個數字不全相同的三位數，把它的數字重新排列，會得到最大與最小的兩個數（例如：給定 207, 得到的最大數為 720, 最小數是 027）。將最大數減去最小數得到一個新的三位數，這個過程稱為一次操作。以 207 為例，經過多次操作之後有如下的結果

$$207 \rightarrow 720 - 027 = 693 \rightarrow 963 - 369 = 594 \rightarrow \\ 954 - 459 = 495 \rightarrow 954 - 495 = 495 \rightarrow \text{都是 } 495.$$

是否其它的三位數（數字不能全相同）也都有這樣的結果（證明或反證）？