

HPM 通訊

第十一卷 第四期 目錄 (2008年4月)

發行人：洪萬生 (台灣師大數學系教授)
 主編：蘇惠玉 (西松高中) 副主編：林倉億 (家齊女中)
 助理編輯：李建勳、黃俊瑋 (台灣師大數學所研究生)
 編輯小組：蘇意雯 (成功高中) 蘇俊鴻 (北一女中)
 黃清揚 (福和國中) 葉吉海 (新竹高中)
 陳彥宏 (成功高中) 陳啓文 (中山女高)
 王文珮 (青溪國中) 黃哲男 (台南女中)
 英家銘 (台師大數學系) 謝佳叡 (台師大數學系)
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

- 目 激情曾是年輕時
 ----第一次發現新定理的經歷
- 目 借「籌」代「數」— 數制系統的轉換
- 目 新書介紹：《壅塞學》
- 目 簡介國立蘭陽女中科學史深耕閱讀計劃 (96年度)
- 目 晚清一代疇人—李善蘭
- 目 《HPM 通訊》十週年慶：與高中數學課程相關之 HPM 文章

激情曾是年輕時

---- 第一次發現新定理的經歷

李學數

美國加州聖荷西州立大學

山重水複疑無路，柳暗花明又一村。— 南宋·陸游《遊山西村》詩

青山綠繞疑無路，忽見千帆隱映來。— 宋王安石

1%的可能，要付出99%的努力去實現它。— 韓國李明博

It is not enough to have a good mind. The main thing is to use it well. (只擁有聰明才智是不夠的，重要的是如何去使用它) — 笛卡爾

If you would be a real seeker after truth, you must at least once in your life doubt, as far as possible, all things. (如果你是個真正的真理追尋者，在你的人生中，你就至少必須深入質疑所有的事一次) — 笛卡爾

路是要自己走的，道理是要自己認識的，學術上的結論是要靠自己研究得來的。— 馮友蘭

我對自己研究發現的一些情況由於腦受傷大部分都已忘記了。可是第一次的發現，像小夜鶯的鶯啼初唱，整個過程還鮮明的記在腦子裏。

那是七十年代初，我在加拿大念研究院。我想對一種新的代數系統，找出公理來刻畫。這代數系統是用我協助的來自波蘭盲眼數學家布隆卡 (J. Plonka) 的一個構造法對環上的模 (Module) 產生。

由於這是一個新的代數系統，世上沒有任何文章可以參考。我只知道一定存在一套的公理來刻畫，只找到了幾個顯而易見的公理，還差一個關鍵性的公理卻不知何從找起。

剛好有一個長假，星期一放假不上課，我決定留在學校的辦公室工作。我想從星期五晚上開始工作，直到星期一才回家休息。計畫用三天的時間解決。

在學校餐廳吃了晚餐之後，我就回系裏的圖書館工作。系給每個助教一支開圖書館的

鑰匙，館關門了我們仍能開門進去看書翻雜誌。

工作到快十點時，加拿大清潔工人 Smith 來打掃。我以前時常幫他清潔走廊及打掃圖書館，我們成爲好朋友，他曾作爲加拿大兵士參加韓戰，他告訴我戰爭的慘烈，在戰場不是你死就是我亡，對著像潮水湧來的共軍，他是殺紅了眼，用機槍掃射，他坦誠告訴我他殺了許多人，有時晚上做夢還夢見在戰場上殺人的情景。

這一天我告訴 Smith 先生，我在考慮一個問題在爭取時間工作，不能和他閒聊關於越戰的問題，也不能幫他吸塵工作。

他問我是否會在圖書館工作到天亮？他說過了半夜之後，圖書館的暖氣會減少，不要留在圖書館會受寒。

我說我會回到我的辦公室工作，我可以一面工作一面聽收音機播的古典音樂。

Smith 清潔完後要離開拿了一些鮭魚番茄的三文治給我說：「孩子，你晚上肚餓的時候，可以吃。不要工作太晚。真是晚上回家經過樹林要小心，這裏有出現過狼。」

我笑著說：「我可能要做到星期天的天亮才回家，所以白天回去不會碰到狼吧？」心裏真感激他對我的關懷。

研究卻不順利，我一直找不到要找的東西。我一直工作到清晨七點，才跑去學生宿舍的餐廳買早餐吃，我怕吃太飽會想睡覺，只吃了一碗燕麥，上面撒了一些黃糖，再倒一點牛奶，連麵包都不敢吃。

工作到星期六中午，肚子是有些餓但是嫌去餐廳吃飯，要走一段路以及排隊太浪費時間，就下到數學系樓館下的電梯旁的食物販賣機買一個三文治和一瓶巧克力牛奶做午餐。晚餐也是同樣的解決，一直呆在辦公室工作。

星期六一整天沒有成果，到了星期日我是有些筋疲力盡。早上古典音樂的節目沒有了，播的是基督教的聖歌，啊！已經是星期日是人們去教堂禮拜的日子。

I'm at the end of my rope. 我已經到「山窮水盡」的地步，我想要找的「杏花村」在哪里呢？

這時我看到桌上一本前幾天有人在校園分發的新約聖經隨手翻翻作爲休息。看到耶穌的一句話：「只要尋找，你會找到。」

對了，真理的大門是敞開的，只要你有心去探索，下定決定，不怕困難，一定能排除萬難，進入真理的大門。

最怕這時鬆了一口氣，準備放棄，那麼就前功盡棄。正像古書所說的「爲山九仞，功虧一簣」。

這時我把以前失敗的情形，再重新考慮，爲什麼會失敗？有什麼情況我沒有考慮？最後決定考慮的新方向。

星期五和星期六研究的情況就像王安石詩所寫的「青山繚繞疑無路」到了星期日曙光初現「忽見千帆隱映來」。我是進入佳境，越來越感到勝利在望，我很快就要得到我想要的東西。

我已經是兩天兩夜沒睡覺，真的很想睡覺，但是又怕一睡了，思路中斷，不會恢復原來的樣子，自己對自己說：「堅持就是勝利」。

到了星期一早上五點時，總算找到我要找的東西，真的好高興。花了一個鐘頭把發現

寫成稿子，準備回家睡覺。

這時覺得應該好好的酬勞自己，去餐廳吃早餐，我想除了一碗燕麥粥，還要加上炒雞蛋和火腿肉，兩條香腸及兩片黃油加花生醬的麵包。

我是第一個在餐廳門前排隊的人，可是奇怪大門鎖住，學生也沒有來。過了十五分鐘開門時間，這時我發現門上有一個通告，星期一是假期，餐館沒開，星期二早上照常營業，我怎麼最初沒注意到，真是遲鈍！

只好空肚子跑回家，一進入校外沒有暖氣，外面是零下三十多度，刮起風真不好受，臉像被刀片割，路上積雪深，人由於長期沒有睡覺，走起路來像喝醉酒一樣不容易平衡，很容易摔倒。

這時我警告自己不可以昏倒，如果倒下去，很快就會變成凍屍。我拼命地跑，戴在頭上的毛帽，什麼時候掉了都不知道。

回到家調高了暖氣，打開電冰箱，只見蛋盒有兩粒蛋，牛奶只有一杯。搞了半生熟蛋，囫圇吞棗的咽下，就鑽進被窩睡了。

一睡就睡超過二十四小時，第二天起來一看手錶已是八點十五分。糟糕八點要為學生講解微積分習題，在睡褲上套了牛仔褲，睡衣來不及脫下，套上了冬大衣就往學校沖。進入課室已是八點半，還好學生沒有跑掉。不敢脫冬大衣，怕學生看到我的睡衣，課講完了又匆匆忙忙跑回家去換衣服。

斯坦福大學美籍匈牙利數學家喬治·波利亞 (George Pólya, 12.13.1887-9.7.1985) 說：“A GREAT discovery solves a great problem, but there is a grain of discovery in the solution of any problem. Your problem may be modest, but if it challenges your curiosity and brings into play your inventive faculties, and if you solve it by your own means, you may experience the tension and enjoy the triumph of discovery.”（一個偉大的發現能解決一個大的問題，但是任何問題的解答總是有些個性。你的問題或許只是個普通的問題，但是如果它挑戰了你的好奇心並且將你富有創造力的天賦展現出來，用你自己的方式解決它，你會感受到壓力，但是也能享受到發現新事物時的喜悅。）

人生最美好的是你發現你能做什麼事，我想我應該能成為一個數學家。第一次獨立發現新的定理，這種激情就像年輕人初戀第一次接吻一樣。

這就是為什麼我以後的發現經歷都忘記了，這第一次的喜悅印象會刻骨銘心地美好而難忘的記著。



喬治·波利亞

借「籌」代「數」— 數制系統的轉換

郭慶章

台北市建國中學

「記數法」是數的基本概念，「十進位制記數法」無疑是人盡皆知的題材，最早的國民中學數學課本第一冊第一章即曾經列為教材，其主要內容除了「十進位記數法」的闡發外，另有相關問題的歷史回顧，其中還特別介紹了「羅馬記數法」，以提示「記數法」的多樣性。「羅馬記數法」的重要特徵在引進「減法」，以縮短記數符號。

近十多年來，由於電腦的快速發展與資訊教育的日益普及，「記數法」題材乃熱了起來，尤其是數制系統的轉換，所有計算機概論之類的相關書籍，在談到資料表示法時，不可避免的必須闡述十進位、二進位、八進位、十六進位之用法與意義，如：各進位系統中如何進行四則運算；不同進位系統如何互相轉換等等問題。數制系統的轉換在我的認知上，原本以為是個輕鬆愉快的簡單問題，實地教學之後，對於初學者首度接觸到這一題材時的困惑終於有所體會，要教會學生如何做十進位系統與其他進位系統的轉換確實不難，只是若要求能夠徹底解惑，就非不停地反復練習能竟全功了。

如何解惑呢？希望學生上一場有感覺的數學課，這一天在講述數制系統相關觀念之時，我從歷史上籌算中找到靈感。

籌算史話

算籌是一種古老的計算工具。運用算籌進行：加、減、乘、除、開方等各種運算，是為籌算。籌算出現的年代難以詳考，但由許多典籍中的記載推估：

《逸周書》載：「□財而無枝，……是定亡矣。」其中「枝」當即計算工具，

由上下文看來，全文應是不可理財而不知計算、沒有計劃之意。

《老子》書中有「善計者不用籌策」之語。

可見最遲在周朝時候，籌算的應用已經相當普及了，估計其風行的年代當在西周至宋元之間，有兩千多年的歷史，直到改良後的計算工具——珠算出現，籌算才漸漸被取代，讓出它活躍一時的計算舞台。

算籌的材質不限竹、木，根據文獻記載，除竹籌、木籌外，還有鐵籌、玉籌和牙籌等。骨、玉、牙、鐵、陶等常見之物，想必都有人用。算籌形制隨著時代不同略有改變，各種典籍所載有所不同：

《漢書》律曆志：「其算法用竹，徑一分，長六寸。」

《隋書》律曆志：「其算用竹，廣二分，長三寸。」

《數術記遺》甄鸞注：「長四寸，以放四時；方三分，以象三才。」

算籌一般裝入算袋或算筒保存，有需要時還可隨身攜帶備用。

唐代曾經規定，文武官員必須攜帶算袋；《晉書·王戎傳》又載：「戎性好興利，每自執牙籌，晝夜算計，恆若不足。」，可見籌算在當時運用廣泛之一斑。在算學方面，古代

算家以算籌為計算工具，曾經為算學發展做出過輝煌的成績，譬如天文曆法的修訂，籌算是重要的角色；再如圓周率的精密化，祖沖之即藉由籌算，計算得 π 之值介於 3.1515926 與 3.1515927 之間，精確到達小數點後第七位。由目前留下的許多帶有「籌」字的語詞與成語，如：籌備、籌畫、籌措、籌策、籌商、籌碼、運籌帷幄、一籌莫展、拔得頭籌、海屋添籌等，不難想像當年籌算的風光。

懷想幾千年前，我們祖宗在所居住的土地上，人間草木滋，無竹令人俗，綠蔭處處，修竹叢生，竹子既是方便易得的資源，當然必須好好利用：建竹屋、作竹椅、編竹筏、劈竹筷、吃竹筍，有一天坐在餐桌前算帳，順手拿起竹筷比劃的結果，又悟到了可以利用竹籌作為計算工具；而後在手邊沒有算籌時，筷子反是可以替代的用器，所謂「借箸代籌」是也。

實際教學

我預備了外觀顏色不同的算籌三種，各若干支，為了敘述方便，就以 A、B、C 表示吧！我從 C 中抓出一把算籌握在手上，問道：「共有幾支？」當然必須數一數，怎麼數呢？我把算籌放在講桌左側，然後伸出手指頭，建立算籌與手指頭之間的一一對應關係：拿一支算籌至右邊，即彎下一根手指頭；再拿第二支算籌至右邊，彎下第二根手指頭，如此拿過十支算籌，手指頭已然用盡，怎麼辦呢？我拿出 B 算籌一支，稱：就以此 1B 代替原來的 10C 吧！然後，重複此一過程一直做下去，算籌數完了，桌上共計 2B3C，我在黑板上寫下「2B3C」字樣，問道：有幾支算籌？答曰：二十三，我又寫下「23」字樣，要學生注意：「23」只是「2B3C」的省略記法而已，因為 1B 有十支，所以讀成二十三。

好，就是這幾支算籌，再來數一次。這一次只用一隻手五個手指頭計數，數滿 5C 就代之以 1B，結果是「4B3C」，省略記為 $(43)_5$ ，可以讀成四十三嗎？「不能！」為什麼？因為 1B 只有 5 支。

$(43)_5$ ，其實應是二十三，這就是所謂的「五進位」，同學可有體會？

很好！那麼「五進位」與「十進位」怎麼轉換呢？

討論與練習

繼續未完的課程。我再問：如果只使用七隻手指頭點數 23 支算籌，結果將是如何？答曰：3B2C，記為 $(32)_7$ 。看來換算成「七進位」學生也懂了。更進一步，如果只用三隻手指頭來點數呢？結果如何？答曰：「7B2C」，我提醒大家答錯了，因為利用 3 隻手指頭無法數到 7，怎麼辦呢？仿照以 1B 代替 3C 之作法，用 1A 代替 3B 不就可以解決問題了。結果如何呢？「2A1B2C」，學生發出熱烈的聲音。「2A1B2C」，可記為 $(212)_3$ ，是即三進位記數法。三進位 $(212)_3$ 換成十進位為 $2 \times 3^2 + 1 \times 3 + 2 \times 1 = 23$ 。再問：如果只用兩隻手指頭來點數這些算籌，結果如何？二進位數制系統正微笑相迎呢！

結語

以上「數制系統的轉換」之教學，在同學首度接觸「計算機概論」時，因為有人提出疑問，而有以上相關的課程設計。上課的重點，主要在建立「進位」的觀念，所以古代算籌的置、列方式雖有談及，但未強調。《孫子算經》書中，為方便初學者學會算籌記數，編有口訣：「凡算之法，先識其位。一從十橫，百立千僵，千十相望，萬百相當。」，可於「先識其位」之上有所著墨。至於《夏侯陽算經》中：「一從十橫，百立千僵，千十相望，萬百相當，滿六已上，五在上方，六不積算，五不單張。」的運籌規定，由於無關主題，就不細究了。

嚴格說來，這一堂課不能說是應用古代文本於實際教學，因為這裡所使用的算籌大致上只是一種教學的道具而已，並未進入籌算實質。不過，數學史的研修提供了我這樣的靈感，也提供了一些課堂上引發學生學習興趣的素材。比如說：宋代又稱算籌為算子，金庸小說中乃有「神算子瑛姑」這一號人物，在知道一些籌算歷史後，有空再看《射雕英雄傳》之「黑沼隱女」章節，當有不同的體會；而宋詞中的「卜算子」詞牌名，則記錄了算籌曾經用於卜卦算命的事實，「數者，定數也，命也」，古來數書有被歸為占卜類者，也許曾有那個數學家真的以算命為生呢！這些相關資料可以有助課堂氣氛的經營，能夠恰當地敘說到什麼程度，就看教師的功力了。

本文卑之無甚高論，但還是把它寫出來，也可說是一點教與學的心得吧！

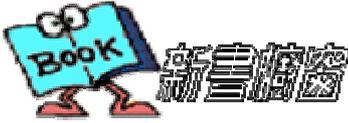
編輯臺報告

本通訊於今年十月將屆滿十週年了一出版滿一百期！感謝各位作者無私的奉獻、每位讀者的支持與各駐校聯絡員的努力耕耘！

今年編輯部預計舉行一連串的慶祝活動，活動第一彈即是由建國中學數學科學科中心協助發行的通訊選輯《HPM 十年風華》，已於一月底完成。在陸續的活動中，我們需要對台灣目前的 HPM 研究作一彙整，因此需要各位駐校聯絡員或讀者將您在 HPM 研究上的相關著作目錄，寄給編輯部做彙整。請寄至 suhui_yu@yahoo.com.tw 即可。

在此先感謝各位駐校聯絡員及讀者的大力支持與配合，無限感激！

主編 蘇惠玉敬上



新書介紹：《壅塞學——人、車、螞蟻、網路、細胞一路暢通的祕密》

林倉億
台南家齊女中

書名：壅塞學——人、車、螞蟻、網路、細胞一路暢通的祕密

作者：西成活裕

譯者：陳昭蓉

出版社：究竟，台北

出版資料：2008 年出版，共 264 頁，定價 280 元



隨著科技的發展、人口的增加、資訊的爆炸，在日常生活周遭，越來越易見各式各樣的「壅塞」：過年時高速公路的大車陣、跨年煙火秀的爆滿人潮、下載檔案時的龜速、怎麼打都打不通的台鐵春節訂票系統……等等，這些壅塞都為所謂的現代化生活，帶來不少困擾。一旦遇到這些情形，悲觀者，怨自己的運氣不好、「躬逢其盛」；激情者，對主事（政）者的無能大肆批評；更多的人是默默承受，在壅塞中等待順暢的來臨，鮮有人會去思考造成壅塞背後的機制，以及真正有效改善壅塞的科學方法。

《壅塞學》一書的作者西成活裕，自 1996 年起開始研究各式的壅塞，從許多看來不起眼的現象、線索中，以科學的方法，逐一探究背後的原因。書中有段是這麼寫的：

不知道大家有沒有類似的經驗，開車開到半路，不知怎麼的就卡在車陣裡，開著開著又不知怎麼的脫離了車潮。駕駛人始終搞不清楚原因何在，就像見了鬼似的。

這段文字筆者讀來心有戚戚焉，想必常使用高速公路的讀者，一定也有類似的感受。西成活裕在研究後，發現這種莫名其妙的塞車，很大一部分是由「凹形路段」造成的（註一），在日本東部高速公路的塞車原因中，「凹形路段」大約佔了 35%（在臺灣，這種莫名的塞車常常是由停在路邊的警車造成）。西成活裕藉由許多這種日常生活的例子，帶領讀者透過簡單的模型，去探索背後可能的成因，如模擬飛機避難的情況、螞蟻越擠走得越快、巴西堅果效應等等，讀來趣味盎然。

至此，或許有讀者會問：「數學在哪裡？」老實說，從這本書中，的確是看不到許多的數學（定理、公式等），不過，對壅塞學的研究者來說，數學可是佔有舉足輕重的地位，決定研究者所選擇模型的好壞，如西成活裕指出，模擬現實問題的優良模型，第一個特徵就是「模型的數學性質必須良好」，因為「唯有以數學解出的結果，大家才會百分之百相信」。換言之，在壅塞學的研究之中，數學不僅是重要工具，更是決定研究品質優劣的重要標準。在本書中，之所以沒有談及許多實質的數學，在於西成活裕寫此書時，以簡單易

懂為優先，希望讓一般大眾都能看懂，所以略去了像拓樸學、賽局理論、混沌理論等艱深的知識內容。

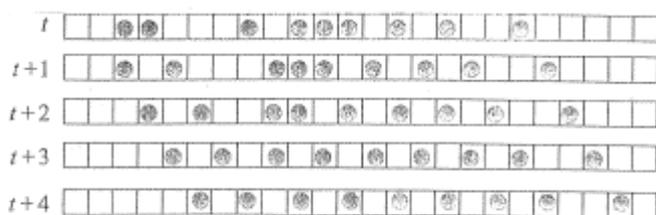
雖然《壅塞學》這本書，看來不像是數學老師會推薦給學生的數學科普書，但筆者仍建議各位數學老師能將這本書納入推薦的書單之中，理由有二。一是，雖然這本書中數學的比重佔得很少，但卻可以讓學生直接感受到數學應用的威力，例如書中的最重要的 ASEP 模型（註一），是個簡單易懂，卻又實用、好用的模型，可以先讓學生自己去摸索、嘗試，玩出興致後，接下來就有許多有趣的數學問題可做了。二是，西成活裕在書中最後一節「數學的重要性」中，對培養跨領域人才的重視：

這種新人才的工作並不是簡單的翻譯，不只是傳聲筒，他們必須對這兩種領域的專業知識有一定程度的了解，可是雖然了解細部知識，卻不侷限於細節，能在腦中以生動的影像理解研究成果。這種人才不僅是開闢全新領域的主體，也能以跨領域的手法解決既有領域面臨的困難。

筆者樂觀的認為，學生不僅能夠從這本書中看到數學的應用、獲得科學的知識，更能提升視野的高度、廣度，對她（他）們未來的發展，一定有正面的裨益。

註一：凹形路段是前進一百公尺大約上升或下降一公尺左右的坡道，通常開車時根本不會注意到這麼緩的坡。可是，不會察覺有坡道才是大問題。詳細內容請見書中第 48~50 頁。

註二：ASEP 模型：將很多格子排成一直線，一個格子裡最多只能放一顆球。隨意挑幾個格子將球放入，接著，把球全部往右移一格，但若右邊的格子原本就放了一顆球，就不移動。規則就只有如此。下圖是書中的圖示說明：



〈圖4〉密度小的ASEP模型移動狀況。經過一段時間之後，所有的球都能自由移動。但前提是左右兩端的格子互相連通。

編者按：本文已刊登於建國中學數學科學科中心電子報。

簡介國立蘭陽女中科學史深耕閱讀計畫（96 年度）

陳敏皓
國立蘭陽女中

《國立蘭陽女中科學史深耕閱讀計畫》是獲得教育部中小學科學教育補部案，其研究時間為（96/01/01- 96/12/15），研究初期筆者選定數學史或科學史的課外輔助教材，以強化學生數學史與科學史的知識架構，初期閱讀的時程為八個月，本階段進行廣泛學習包含數學史、摺紙學數學、西方科學的起源、科學革命等，閱讀數學書籍包含：《自伽利略之後-聖經與科學之糾葛》、《阿基米德幹了什麼好事（*Archimedes : What Did He Do Besides Cry Eureka ?*）》、《阿基米德寶典-失落的羊皮書》、《追蹤哥白尼-一部徹底改變歷史但沒人讀過的書》等書，筆者同時介紹《幹嘛學數學》、《如何培養數學能力》、《數學小魔女》、《科學家的誕生》、《數學的故事（*The Story of Mathematics*）》、《數字王國（*L'empire de nombres*）》、《數字邏輯 101（*Numbers: Facts, Figure and Fiction*）》、《圖解科學史》……等書，這些書包含初等代數、幾何、邏輯、簡單圖論等，對於高中學生的數學思想乃至於科學史觀念的整合能力，相當有幫助。

在閱讀的過程中，我們每次都要求一組記錄學習心得及學習重點（研究同學共八人，兩人一組，共四組），內容可參閱網頁 <http://hscope.lygsh.ilc.edu.tw/數學專題/index.htm>，同時，筆者並隨時報導學術界及新聞界狀態，如《自由時報》（2007/11/30A9 版）所載〈全球兒童閱讀素養 我排名 22〉一事，《聯合報》（2007/11/30）所載〈為興趣不要為寫報告而讀〉一事等，此外，筆者還適時引薦網站如 <http://www.wasan.jp/>（和算之館），這是一個有關日本數學史網頁，內容包含許多和算（wasan）資料，十分珍貴，同時介紹日本算聖-關孝和的墓地及生前作品，最引人入勝的當然是許多的算額（Sangaku），如下圖。



最後四個月，我將要求學生進行專題研究及報告，請學生選定一個科學史主題或科學家，讓學生發揮創意與想像，利用科學的嚴謹性來逐步規劃，最後，我們將學生的作品集合起來，成為她們的思考精華，也在她們的年輕歲月中留下美好的紀錄，專題名稱如下表：

專題名稱	撰寫報告者
晚清一代疇人—李善蘭	國立蘭陽女中 陳香穎同學
法國的數學天才—巴斯卡	國立蘭陽女中 游騰雁同學
數學王子—高斯	國立蘭陽女中 吳育瑄同學
日本算學之神—關孝和	國立蘭陽女中 張慕筑同學
文藝復興時期的通才—達文西	國立蘭陽女中 蘇意涵同學
卓然有成的中國數學巨匠—華羅庚	國立蘭陽女中 郭哲君同學

我們期許參與研究計畫的學生，能從閱讀科學史的經驗中，激發科學創意一些想像力，並養成閱讀科普書籍的習慣，進而帶動校內學習數學與科學的風氣。本計劃藉由小組討論的機會，在過程中檢視自己的數學與科學基本能力，最終的目的，則是期待本校的學生能養成獨立研究科學的能力，進而提升校內的科學教育之素養。

本計劃案執行的時間，為每週二至三次，進行讀書會與分組討論（利用中午時間進行）。由於成員皆為高一升高二學生，因此，彼此之間的數學與科學程度差異不大，經過八個月的閱讀之旅後，筆者開始要求成員們互相報告而且撰寫專題研究，然後，彙整成一科學史研究刊物，格式如下表。同時，為了分享學習心得，委請李敏綺同學及游茹卉同學架設網站，網址為 <http://hscope.lygsh.ilc.edu.tw/數學專題/index.htm>，這過程當然是充滿許多艱辛，但是，日後回憶絕對是甜美與歡樂的。

《國立蘭陽女中科學史深耕閱讀研究計畫》	說明一
(1) 科學史主題：	設計此一刊物的目的，希望能針對學生的學習科學特質，來設計不同單元學習，使內容呈現多元化。
(2) 讀書會心得分享：	藉由閱讀新書，以提昇學生的數學新知，並要求學生發表文章，以刺激學生的學習動機。
(3) 數學史與數學教育：	分享數學史與數學教育，藉由數學家的故事來啟發學生的學習。
(4) 介紹科學史新書	人們對於新書總是充滿期待的，教師將提前為學生導讀，以強化自我學習。
(5) 專題研究報告	回溯科學史問題人物或事件，以釐清科學史發展脈絡。
(6) 學員學習心得報告	回首學習研究之路，展望未來知識歷程。



國立蘭陽女中科學史深耕閱讀計畫(96年度)研究團隊，指導老師：陳敏皓，第一排同學：游茹卉、陳香穎、游騰雁、張慕筑、蘇意涵；第二排同學：李敏綺、吳育瑄、郭哲君。

編者按：游騰雁同學的〈法國的數學天才—巴斯卡〉與郭哲君同學的〈卓然有成的中國數學巨匠—華羅庚〉已刊登於前一期中。

晚清一代疇人—李善蘭

陳香穎

國立蘭陽女中學生

一 生平介紹

中國清代數學家、天文學家、翻譯家和教育家，近代科學的先驅者—李善蘭 (1811-1882)，字壬叔，號秋初，浙江海寧縣硤石鎮人。十歲時學習《九章算術》，從此遂好數學，十五歲時讀徐光啓、利瑪竇合譯的歐幾里得《幾何原本》前六卷。後來，他到杭州應試，雖然科舉落第，但他此趟最大的收獲，是得到元代李冶 (1192-1279) 的《測圓海鏡》(1248)、清代戴震(1724-1777)的《勾股割圓記》等算書，又在嘉興等地與數學家顧觀光(1799-1862)、張文虎 (1808-1885)、汪曰楨 (1813-1881) 以及戴煦 (1805-1860)、羅士琳 (1774-1853)、徐有壬 (1800-1860) 等人相識，經常在學術上相互切磋。自此數學造詣日臻精深，時有心得，輒復著書，1845 年前後就發表了具有解析幾何思想和微積分方法的數學研究成果—尖錐術。李善蘭也創造不少中文數學名詞，如：代數學、系數、根、多項式、方程式、函數、微分、積分、級數、切線、法線、漸近線等，他自己所寫的數學著作有《方圓闡幽》、《弧矢啓秘》、《對數探源》、《垛積比類》、《四元解》、《麟德術解》、《橢圓正術解》、《橢圓新術》、《橢圓拾級》、《火器真訣》、《對數尖錐變法解》、《級數回求》及《天算或問》等 13 種共 24 卷，數學研究方面的成就，主要有尖錐術、垛積術和質數論。



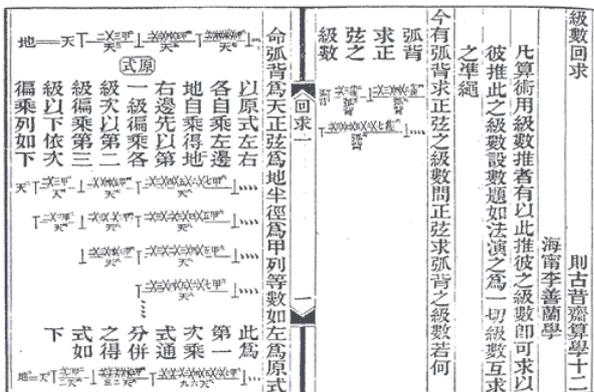
在傳教士如偉烈亞力 (Alexander Wylie, 1855-1887)、艾約瑟 (Joseph Edkins, 1823-1905) 與韋廉臣 (Alexander Williamson, 1829-1990) 的「口譯」、李善蘭「筆授」的情況下，李善蘭在上海的墨海書館中，共翻譯了下列書籍：《代數學》(August De Morgan's *Elements of Algebra*, 1835)、《代微積拾級》(Elias Loomis's *Elements of Analytical Geometry and of the Differential and Integral Calculus*, 1850)、《續譯幾何原本(後九卷)》(Euclid's *Elements*, the last nine books)、《談天》(John Herschel's *Outline of Astronomy*, 1851)、《重學》(William Whewell's *Elements of Mechanics*) 以及《植物學》(John Lindley's *Elements of Botany*)。由於李善蘭在這時期的算學活動，完全以翻譯這些西書為主，而且，也由於這些西洋算學與科學著作之引進，揭開了西學在明末清初之後再度東傳的序幕。這是李善蘭算學生涯的第二階段，可稱為「墨海書館時期」(1852-1860)。事實上，對於這個時期的貢獻，李善蘭也十分自豪：「當今天算名家，非余而誰？近與偉烈君譯成數書，現將竣事，海內談天者必將奉為宗師，李尚之(銳)、梅定九(文鼎)恐將瞠乎後矣！」而李善蘭對算學研究的高度肯定，一點也不矯情，因為他在墨海書館工作時，就曾經對王韜 (1828-1897) 說：

(善蘭) 少於算學若有天授，精而通之，神而明之，可以探天地造化之秘，是最大學問。

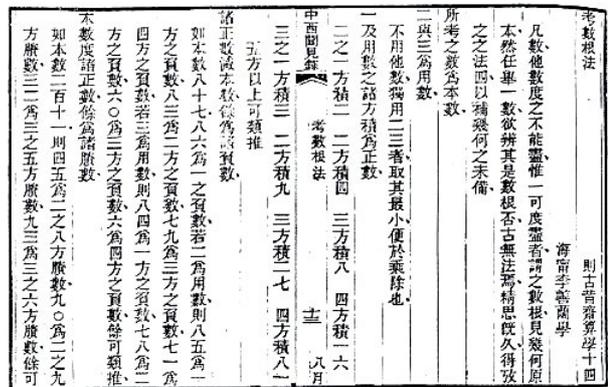
這種價值觀，不僅對比了王韜相當鮮明的評論：「予頗不信其言，算者六藝之一，不過形而下者耳，於身心性命何涉？」同時，也反映了李善蘭自己對於算學成爲專門之學的深刻省察。

有關李善蘭之研究，可以大大地得力於他的朋友王韜、張文虎之日記。王韜在 1852-1860 年間的日記，對於李善蘭在墨海書館的翻譯西方數學與科學書籍，提供了非常忠實的活動紀錄。此外，張文虎的文集中所收錄的幾則日記，也幫助我們了解李善蘭在曾國藩安慶大營幕府中，與其他幕客之間的互動關係。不過，在他與張文虎等幕客被派往金陵書局任職之後、入京之前，我們對他的學術活動所知不多，只能從前述張文虎文集、他自己的〈則古昔齋算學序〉以及他寫給方元徵的一封信札，設法拼湊出一個初步的圖像。現在，《張文虎日記》爲我們提供了第一手的資料，讓我們可以更具體還原或重建李善蘭在 1864-1868 年間的學術活動。

二、李善蘭之數學著作介紹與書影



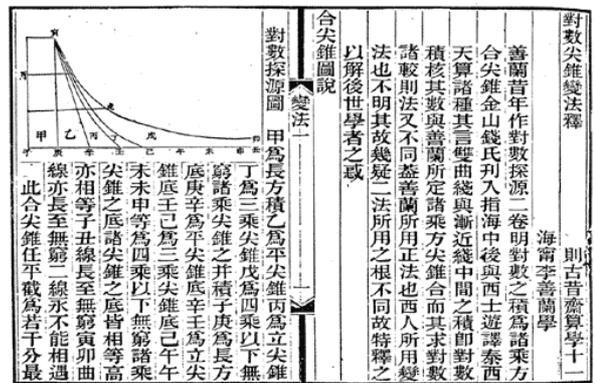
《級數回求》是關於冪級數的研究著作。



1872 年，撰《考數根法》，證明了費爾馬小定理，提出了素數判定法則。



《四元解》



《對數尖錐變法解》



1845 年，撰《弧矢啓秘》，在三角函數、對數函數的冪級數展開式的研究。

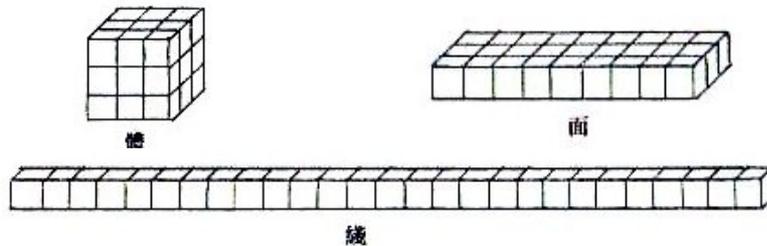
三、學術研究

❖ 尖錐術

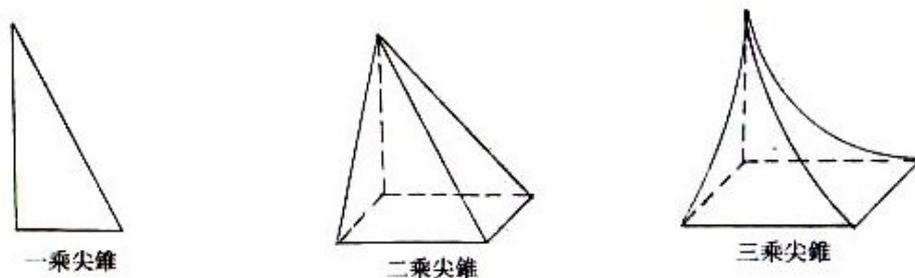
尖錐術理論主要見於《方圓闡幽》、《弧矢啓秘》、《對數探源》，當時解析幾何與微積分學尚未傳入中國。李善蘭創立的「尖錐」概念，是一種處理代數問題的幾何模型，他對「尖錐曲線」的描述相當於直線、拋物線、立方拋物線等，他創造的“尖錐求積術”，相當於冪函數的定積分公式和逐項積分法，則他用「分離元數法」獨立地得出了二項平方根的冪級數展開式結合「尖錐求積術」，得到了無窮級數表達式。《方圓闡幽》(1845)一書中，李氏認為點、綫、面、體皆有實體，只是形狀大小不同。「點者體之小而微者也，綫者體之長而細者也，面者體之闊而薄者也。」



❖ 《方圓闡幽》書影



在此基礎上，李氏提出 p 乘尖錐的概念。當 p=1, 2, 3, ……時，分別稱為平尖錐（一乘尖錐），立尖錐（二乘尖錐），三乘尖錐，……。其中，二乘以上尖錐底面和水平截面均為正方形，三乘以上尖錐側面有兩個是平面，另兩個是凹面，「乘愈多則凹愈盛。」



李氏指出 p 乘尖錐的堆疊規律及層數和該層面積之間的關係是：「元數起於絲髮而遞增之而疊之則成平尖錐。第一層一，第二層二，第三層三。」「平方數起於絲髮而漸增之而疊之則成立尖錐。第一層一，第二層四，第三層九。」「立方數起於絲髮而漸增之，變為面，而疊之，則成三乘尖錐。第一層一，第二層八，第三層二十七。」「三乘方數起於絲髮而漸增之，變為面，而疊之，則成四乘尖錐。第一層一，第二層十六，第三層八十一。」「由此遞推可至無窮，然則多一乘之尖錐皆少一乘方，漸增漸疊而成也。」此說法與高中所

學的級數有相似之處，如一乘尖錐： $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，二乘尖

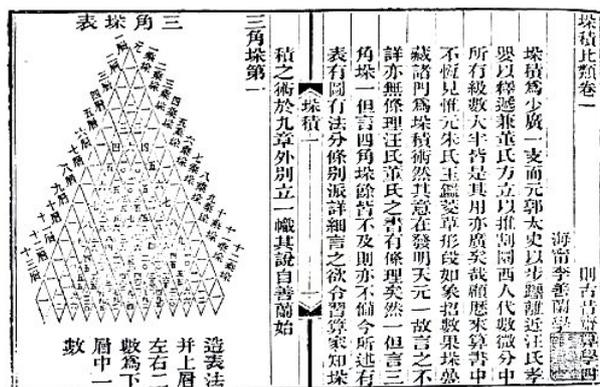
錐： $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ ，三乘尖錐： $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ ，……。

劉徽(約生於西元 220)和祖沖之(429-500)父子之後一千餘年，中國的無窮小分割和極限思想沒有明顯進步，甚至未曾達到劉徽的水平。清中葉後人們研究冪級數展開式，在這方面開始超過劉徽，成績最著者當推李善蘭。他在《方圓闡幽》提出：「當知諸乘方皆可變為面，並皆可變為線。」即若 x 為任意正數， n 為正整數，則 x^n 的數值可以表示成一個平面積，也可以表示成一條直線段。他進而指出，「當知諸乘方皆有尖錐」，「當知諸尖錐有積疊之理」。即當 x 在區間 $[0, h]$ 內時，表示 x^n 的平面積疊成一個尖錐體。他提出了諸尖錐的算法：由平面積 ax^n 積疊起來的尖錐體，高為 h ，底面積為 ah^n ，其體積為 $\frac{ah^n \times h}{n+1}$ 。

這個命題相當於定積分 $\int ax^n dx = \frac{ah^{n+1}}{n+1}$ 。

❖ 垛積術

垛積術理論主要見於《垛積比類》(1859)，有關高階等差級數的著作。李善蘭從研究中國傳統的垛積問題入手，獲得了一些相當於現代組合數學中的成果。例如，“三角垛有積求高開方廉隅表”和“乘方垛各廉表實質上就是組合數學中著名的第一種斯特林數和歐拉數。馳名中外的「李善蘭恆等式」自 20 世紀 30 年代以來，受到國際數學界的普遍關注和贊賞。可以認為，《垛積比類》是早期組合論的傑作。李善蘭在《垛積比類》中得到三角自乘垛求和公式，現在稱之為「李善蘭恆等式」。



❖ 《垛積比類》書影之一

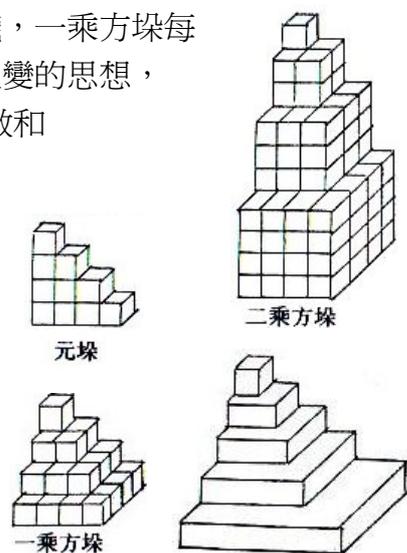
《垛積比類》所論各垛，除以數表和數字敘述其規律外，每垛尚以圖形表示其形狀。

p 乘方垛 $\sum_{r=1}^n r^{p+1}$ 當 $p=0, 1, 2$ 時其形狀分別

為元垛、一乘方垛、二乘方垛。按照李氏的解釋，元垛每層為綫，一乘方垛每層為面，二乘方垛每層為體，三乘方垛以上類推。又依綫面體互變的思想， $(p-1)$ 乘方垛可變為「擬 $(p-1)$ 乘方垛」，如下圖一所示。其層數和每層底面積值與 $(p-1)$ 乘方垛相同。

垛積術是高階等差級數求和問題，是宋元數學的重要分支。北宋沈括(1031-1095)在《夢溪筆談》卷 22〈技藝〉中研究了罍、罐等堆垛起來的芻童形垛，因為積之有隙，稱為隙積術，不能用

《九章算術》的芻童公式求其數目。南宋楊輝(1238-1298)以各種菓子比《九章算垛類術》的多面體，便在《詳解九章算法》



圖一

(1261) 及《算法通變本末》中給出了三角垛、四隅垛、方垛，三個垛積公式，後來元代朱世傑(13世紀末)，解決了更大量的更高階的等差級數求和問題。在《四元玉鑿》(1303)裡他提出了一系列三角垛公式：菱草垛，三角垛（或落一形垛），撒星形垛（或三角落一形垛），三角撒星形垛（或撒星更落一形垛），三角撒星更落一形垛。到十九世紀李善蘭的《垛積比類》集中算史上垛積術之大成，乃有進一步發揮。

四、結論

李善蘭創造尖錐術，使中國數學踏上了微積分的門檻。他是開展現代數學研究的第一位中國數學家，並以《測圓海鏡》為基本教材，培養眾多人才，是中國近代數學教育的鼻祖。李善蘭的工作大體相當於牛頓、萊布尼茲之前歐洲數學家關於微積分的工作，他一生翻譯西方科技書籍甚多，將近代科學最主要的幾門知識從天文學到植物細胞學的最新成果介紹傳入中國，對促進近代科學的發展作出卓越貢獻。其中對尖錐求積術的探討，已初具積分思想，於三角函數與對數的冪級數展開式、高階等差級數求和等題解的研究，皆卓然有得，達到中國傳統數學的很高水平，成為清代數學史上的傑出代表。

五、心得

儘管以一位近代數學家為這次研究主題，然而，對幾何有較多感觸的我，一開始就著迷於此方面有所成就的數學家。從歐洲到亞洲，符合上述條件的資料多的數不清，最後，我選擇了晚清的李善蘭。起初，我對這個決定還有些猶豫，畢竟在這決定之前，我對李善蘭是一無所知，連聽都沒聽過，但也因為如此，我對他充滿興趣與好奇，當我慢慢接觸到尖錐術和垛積術，發現李善蘭把複雜的運算式子分別以尖錐體積或垛積的方式，應用簡單的圖形就能求得其解，因此，我對我的選擇越來越肯定，也更加想探討他一生的學術研究和成果。

逐漸地，藉由閱讀相關書籍和蒐查資料，我對李善蘭有初步的了解，可是現在才高二的我，知識尚淺，在理解他的思想和幾何的推演上，只能懂得表面上的皮毛罷了。儘管如此，並沒有減少我對他的興趣，因為這些資料不但讓我開了眼界，也在我未來的學術道路上起了開端。從李善蘭的幼年生活到後期的交友情況與晚期的學術成就，這 1811-1882 年間，我不但了解了他的生活背景，對晚清中國的數學發展也有了簡略的概念。

參考文獻

李兆華，《中國數學史》，台北；文津出版社，1995年。

<http://www.chiculture.net/0803/html/c19/0803c19.html>

http://www.edp.ust.hk/previous/math/history/3/3_52.htm

http://www.ihns.ac.cn/readers/2004/tonghao67.htm#_ftnref72

王韜，《王韜日記》

李善蘭，〈則古昔齋算學自序〉，〈致方元徵函〉

張文虎，《張文虎日記》

與高中數學課程相關之 HPM 文章

蘇惠玉

《HPM 通訊》主編

從 1998 年至今，《HPM 通訊》已經邁入第十個年頭了！這些年來，承蒙許多教授、老師以及學生熱情的參與與貢獻，在沒有稿費的報酬下，仍然為我們寫了許多的好文章。我們編輯群在各種場合都會收到許多鼓勵與肯定，這些讚美是屬於曾為《HPM 通訊》寫稿的各位老師們的！藉此衷心的感謝這些老師們！

這些年來，藉著 HPM 的研究與實作，我相信我們對老師的教學與專業成長有了小小的影響，我們當然希望這些影響可以慢慢的擴大。《HPM 通訊》從第一卷到第十卷中，有許多的文章關於高中數學的教學，我們將這些文章重新整理出來，希望這些文章對您的教學也能有所幫助。同時，您可以發現在各個單元中，有一些還沒有「作品」產生，希望您在教學之餘有所心得或想法時，能不吝賜予我們您的大作。

冊別	章節單元	本通訊相關之文章題目
第一冊	基本邏輯、集合、函數概念	<ul style="list-style-type: none"> • 有感覺的數學課 1(1) • 管窺集：反證法論證的探究性教學 2(10) • 反證法教學感想 2(11) • 我對「間接證法」的反思 6(7) • 數學雜談（三）--從邏輯談起 7(9) • 從數學史看初等的函數概念啓蒙與教學 8(9)
	數系	<ul style="list-style-type: none"> • 中東古文明數學巡禮 2：巴比倫文明起源、六十進位法及其影響 5(12) • 數學小故事：上帝和月球—6 vs 28 完全數 1(2) • 數學小故事：吵架的獨門解藥—220 vs 284 親和數 1(2) • 《幾何原本》第 VII 卷定義之解讀（上） 2(4) • 《幾何原本》第 VII 卷定義之解讀（下） 2(5) • 0 與沒有（林炎全） 3(1) • 當斐波那契碰上孫子 4(1) • 斐波那契的數論研究 4(4) • 中國剩餘定理 4(10) • 從幾何看$\sqrt{2}$ 6(12) • $\sqrt{2}$ 4(7) • 虛數$\sqrt{-1}$的誕生 3(2/3) • 虛數的妙用 6(5) • 從複數到四元數 10(11)
	數列與級數	<ul style="list-style-type: none"> • 除了兔子之外--談斐波那契 4(4) • 數學史融入無窮等比級數的教學 7(7/8)

		<ul style="list-style-type: none"> • 數學歸納法專輯說明 8(2/3) • 數學歸納法是什麼玩意兒 8(2/3) • 數學歸納法的分析 8(2/3) • 「數學歸納法」常見的謬誤 8(2/3) • 數學歸納法的教學心得 8(2/3) • 數學歸納法的證明形式之完成 8(4) • 歷史上的「數學歸納法」：以阿爾-凱拉吉、阿爾-薩毛艾勒、本熱爾松、摩洛哥利克為例 8(4) • 叫誰第一名？ 8 (4) • 如何製作 HPM 學習工作單－以數學歸納法單元為例 8(4)
	二次函數與二次方程式	<ul style="list-style-type: none"> • 中東古文明數學巡禮系列之三：巴比倫代數學隅及其『張本例』(generic example) 的特性 • 奧馬·海亞姆：阿拉伯數學家、天文學家、詩人及哲學家 4(11) • 計算天才－阿爾·卡西 (Jamshid al-Kāshī) 4(12) • 淺談數學史上二元一次方程式 2(2/3) • 方程式只能有一個根!?! 3(2/3) • 阿拉伯代數在數學教學的應用：以一元二次方程解法為例 4(11)
	多項式	<ul style="list-style-type: none"> • Algebra 的語源 4(5)
第二冊	指數	
	對數	<ul style="list-style-type: none"> • 對數隨談 2(6) • 試評析 John Fauvel “Revisiting the History of Logarithms”一文 4(6) • 數學史融入教學--以對數為例 6(2/3) • 自然對數的底數 e 6(5)
	三角函數	<ul style="list-style-type: none"> • 倍角公式 2(4) • 和角公式的另一種表徵 3(1) • 和角公式的迴響 3(6/7) • 三角函數公式的托勒密方法 4(5) • 中國的測量術（蘇俊鴻） 5(4) • HPM 在課堂上的應用：以「三角函數」教學活動為例 7(7/8) • 數學史融入數學教學－以海龍公式探討為例 9(4) • 海龍公式的各樣證法之特色 9(4) • 海龍公式教學反思 9(4) • 高中教材中海龍公式證明與教學的關聯性 9(4) • 改弦易調說「正弦」 9(10) • 餘弦定律可以怎麼教？ 9(10) • 三角形面積教學的縱深與統整 9(4)
第三冊	向量	<ul style="list-style-type: none"> • 一位高中女生的數學才氣 7(2/3)

		<ul style="list-style-type: none"> • 用向量來看圓系 7(5) • 教學上如何詮釋丟番圖恆等式？ 10(9) • 向量和三角形的五心 10(10)
	空間基本概念	
	空間中的平面與直線	
	聯立方程組 與行列式	
	圓與球	<ul style="list-style-type: none"> • 魅力無窮的祖率：$\frac{355}{113}$ 6(4) • 閒話圓周率 6(5) • 點與圓、球的關係 9(2/3) • 從圓族(系)的教學中成長--數學史的幫助 10(5)
第四冊	圓錐曲線	<ul style="list-style-type: none"> • 管窺集：〈圓錐截痕與二次曲線：一個數學老師的無聊之舉〉 2(12) • 回應：管窺集〈圓錐截痕與二次曲線：一個數學老師的無聊之舉〉 3(1) • 從正焦弦看圓錐曲線 8(5) • 中點弦 9(6) • 圓錐曲線的腳本設計 10(7/8) •
	排列組合	<ul style="list-style-type: none"> • 不一樣的組合數介紹（蘇俊鴻） 4(4)
	機率與統計	<ul style="list-style-type: none"> • 數學小品之二：機率與統計的奇妙現象 2(11) • 孟德爾的豌豆：統計和機率在遺傳學上的重要貢獻 3(2/3) • 「古代數學文本在課堂上的使用」之教學報告—單元：機率 3(10) • 數學雜談（二）--從機率談起 7(4) • 「數學期望值」學習工作單 6(8,9) • 『一筆畫問題』教案設計 10(1) • 數學史融入數學教學—以『機率』單元為例 9(7/8)
數甲上	線性規劃	
	矩陣	
	平面變換	<ul style="list-style-type: none"> • 94 年大學入學指定考科數學甲多選題第 9 題參考解法 8(7/8) • 94 年大學入學指定考科數學甲多選題第 9 題參考解法之迴響 8(10)
數甲下	極限	<ul style="list-style-type: none"> • 魅力無窮的祖率：$\frac{355}{113}$ 6(4) • 閒話圓周率 6(5) • 圓面積 2(2/3) • 劉徽之「割圓術」 5(10) • 從一個問題說起：無窮 5(1) • 無窮 vs. 教學 123 5(11) • 再談無窮 6(2/3)

		<ul style="list-style-type: none"> • 數學史融入無窮等比級數的教學 7(7/8) • 查爾斯河畔談無限 (一) 10(9) • 查爾斯河畔談無限 (二) 10(10)
	微積分	<ul style="list-style-type: none"> • 偉大數學家阿基米德的想法 3(5) • 曲線下面積學習單的設計 7(5) • 八卦萊布尼茲 7(10)
數乙	幾何圖形	

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校聯絡員

日本東京市：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）、李佳嬅（東京大學）

台北市：楊淑芬（松山高中） 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）
 蘇俊鴻（北一女中） 陳啓文（中山女高） 蘇惠玉（西松高中） 蕭文俊（中崙高中）
 郭慶章（建國中學） 李秀卿（景美女中） 王錫熙（三民國中） 謝佩珍、葉和文（百齡高中）
 彭良禎（麗山高中） 邱靜如（實踐國中） 郭守德（大安高工） 余俊生（西松高中）
 張美玲（景興國中） 黃俊才（麗山國中） 文宏元（金歐女中） 林裕意（開平中學）
 林壽福（興雅國中）、傅聖國（健康國小） 李素幸（雙園國中）

台北縣：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中） 黃清揚（福和國中） 董芳成（海山高中） 林旻志（錦和中學） 孫梅茵（海山高工） 周宗奎（清水中學） 莊嘉玲（林口高中） 王鼎勳、吳建任（樹林中學） 陳玉芬（明德高中） 羅春暉（二重國小）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中） 吳秉鴻（國華國中） 林肯輝（羅東國中）

桃園縣：許雪珍（陽明高中） 王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭（內壢高中）
 鐘啓哲（武漢國中） 徐梅芳（新坡國中） 郭志輝（內壢高中） 程和欽（永豐高中）、
 鍾秀瓏（東安國中） 陳春廷（楊光國民中小學）

新竹縣：洪誌陽、李俊坤、葉吉海（新竹高中） 陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）
 洪正川（新竹高商）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中縣：洪秀敏（豐原高中） 楊淑玲（神岡國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中） 歐士福（五權國中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）

台南市：林倉億（家齊女中）

台南縣：李建宗（北門高工）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中） 楊瓊茹（屏東高中）

澎湖縣：何嘉祥（馬公高中）

金門：楊玉星（金城中學） 張復凱（金門高中） 馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！