

# HPM 通訊

第 100 期 目錄

(2008年10月)

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）  
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）  
 助理編輯：李建勳、黃俊瑋（台灣師大數學所研究生）  
 編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）  
 黃清揚（福和國中）葉吉海（新竹高中）  
 陳彥宏（成功高中）陳啓文（中山女高）  
 王文珮（青溪國中）黃哲男（台南女中）  
 英家銘（台師大數學系）謝佳叡（台師大數學系）  
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊  
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

- HPM 百分百：《HPM 通訊》100 期紀事
- 祝福《HPM 通訊》第 100 期誕生!
- 管窺 97 年國中基本學力測驗數學試題

## HPM 百分百：《HPM 通訊》100 期紀事

洪萬生

台灣師範大學數學系

生年不滿百，常懷千歲憂！這是漢魏無名氏詩句之一，後來的中國文人有閒沒閒總喜歡跟著嘟囔，彷彿不如此，就無以表現「與時間爭長短」之悲壯情懷。現在，終於輪到我們了！《HPM 通訊》有幸發行第一百期了，或許通訊團隊伙伴也該應個卯吧（「為賦新『詞』強說愁」？），前瞻下一個百分百！

《HPM 通訊》原名《HPM 台北通訊》。顧名思義，它原先是為公元 2000 年 8 月 9-14 日在台北舉行的 "HPM 2000 Taipei"（英文全名為 History in Mathematics Education: Challenges for a new millennium，是 ICME-9 的衛星會議之一）研討會而發行。所謂 HPM (International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics)，是指隸屬於國際數學教育委員會 (International Commission on Mathematics Instruction, 簡稱 ICMI) 的一個研究群，以推動數學史與數學教學之關聯為職志。簡單地說，HPM 是數學史學服務於數學教育的一種應用，目的當然是利用數學史的研究成果（大都滲透了教學關懷）、以及數學史與數學教育的互動，來提升教師的教學品質與學生的學習成效。

因此，在 1998 年 10 月，本通訊正式創刊。原先的目的，正如我在〈創刊詞〉中所說，是籌備 "HPM 2000 Taipei" 研討會時的自我期許：「本刊當然肩負著推動或促進 HPM 研究活動的使命！」不過，研討會結束後（國科會名義贊助終止），我們竟然還可以繼續向前邁進，存活到今天！身為發行人，我此刻的喜悅之情，實在不下於《海角七號》電影的每日超人氣。

上述這個比喻看來有一點牽強，不過，說起「傻勁」，我們絕對不輸給魏德聖導演！記得《HPM 通訊》剛發行沒多久，紀文鎮教授就向我提起說，這麼有趣且重要的東西，為什麼不把它印得 attractive 一點？我告訴他：缺乏 funding，寧可樸拙！這樣說來，我這個台灣 HPM「帶頭大哥」好像少了一點「江湖氣概」。不過，幸好樸拙（也為了藏拙！），所

以，長期站在「戲棚腳」，衣裝儘可隨興，自在得隨心所欲，想到什麼就做什麼，而不必管一大堆所謂的「學術門道」江湖規矩。

本來就是嘛！HPM 的主體絕對是中學教師－他們既是主角也是導演，如果過度講究「形式」，那麼，他們從 PCK (pedagogical content knowledge) 所淬煉出來的創意與膽識，可能就無從表達。因此，在廟堂之上包裝得再精美漂亮的 HPM 產品，如果無助於現場教學，也難以支撐某些教育理論，那麼，大概只能算是聊備一格了。

事實上，胸懷初無韜略，格局寧自小看，就是我們始終如一的「遊玩」策略。我曾在本刊第六卷第十期（2003 年 10 月）中，以〈堂堂進入第六年：記《HPM 通訊》發行滿五十期〉為題，以感恩的心情，發表一點反思。茲將其主要內容引述如下：

以一個小眾刊物來說，本刊從來就不曾「豪氣干雲」！我們深知「出版」、「發行」這種準學術的刊物，除非有學術專業團體支撐，否則絕對不可能「專業化」。既然如此，我們何不讓中學數學教師好好地「玩一些花樣」呢？這也就是說，我們希望讓他（她）們有一個屬於自己的園地，可以分享他（她）們自己有關 HPM 方面的專業發展經驗。此一「定位」始終非常清楚，所以，編者、作者與發行「操作」自如，管他「HPM」將來如何發展，一切但求「好玩」就是了。

我所以提出這樣的「自白」，並非意在貶抑這些中學教師對於專業發展所做的努力，而是從 HPM 的歷史來看（參看本期歐士福所改寫的〈HPM 的發展史：1976-2000 年〉），目前這種存在於中學教師社群中的非正規網絡，可能是最佳的發展策略之一。不過，為了讓本刊幫助教師專業發展發揮更大的功能，這些受過數學史或 HPM 訓練的教師有必要更緊密地結合在一起，讓「蹲點」連成「線」，線再連綴成「面」，我們在這邁入第六年的開端，特別組織《HPM 通訊》駐校連絡員，希望他（她）們的加入，能為本刊的成長與本土的數學教師專業發展，擊劃更美好的願景。

這或許也可以解釋何以這十年來，在 HPM 的台灣活動中，從來最積極投入的，就是中學教師，尤其是高中教師。現在，讓我們回憶這一百期來，本刊所展現的台灣 HPM 活動：

1998 年 10 月：本刊創刊，取名「HPM 台北通訊」，由洪萬生擔任發行人，蘇惠玉擔任主編，編輯小組成員為林榮生、黃振順、蘇意雯、涂世耀、謝新傳、邱靜如、林倉億、謝佳叡、蘇俊鴻以及洪秀敏。

1999 年 8/9 月：更名為「HPM 通訊」，延用至今。

1999 年 9 月：洪萬生著《孔子與數學：一個人文的懷想》「修訂」再版。

2000 年 8 月：HPM 2000 Taipei – ICME-9 衛星會議 / 數學千禧年：歷史、教育與文化國際研討會，由本系承辦。

2000 年 8/9 月：出版「HPM 2000 台北後記」專輯。

2000 年 11 月：出版《算數書》特刊，為國際數學史界第一篇校勘報告，儘管由中學教師兼研究生蘇意雯、蘇俊鴻、蘇惠玉、陳鳳珠、林倉億、黃清揚和葉吉海等七人操觚，但深受好評，並廣被引用。我們團隊成員因此被道本周教授稱為“Tongxun Group”(通訊團隊)。

2000 年 12 月：出版科普書評專刊 (I)。

- 2001 年 1 月：出版科普書評專刊 (II)。
- 2001 年 6 月：出版 John Fauvel 紀念專輯 (上)。
- 2001 年 7 月：出版 John Fauvel 紀念專輯 (下)。
- 2001 年 11 月：出版阿拉伯數學史專輯 (上)。
- 2001 年 12 月：出版阿拉伯數學史專輯 (下)。
- 2002 年 2/3 月：出版再論《算數書》特刊。
- 2002 年 8 月：洪萬生率 HPM 團隊成員王文珮、李佳嬾、陳敏皓、陳冠良、郭慶章、楊瓊茹參加「第五屆漢字文化圈及鄰近地區數學史與數學教育國際學術研討會」，天津師範大學，中國。
- 2003 年 10 月：洪萬生發表〈堂堂進入第六年：記《HPM 通訊》發行滿五十期〉。
- 2003 年 12 月：洪萬生發表〈從五十一期「索引」追溯本刊的足跡〉。
- 2004 年 5 月：Asia-Pacific HPM 2004 / 「歷史、文化與資訊時代的數學教育」研討會，台中師範學院數學教育系所主辦。
- 2004 年 12 月：出版數學普及著作推介專輯 (II) 說明。
- 2005 年 1 月：出版「95 學年度高中數學暫行綱要」專輯。
- 2005 年 2/3 月：出版數學歸納法專輯。
- 2005 年 4 月：出版數學歸納法專輯。
- 2005 年 9 月：洪萬生發表〈通訊團隊，五年有成〉。
- 2005 年 12 月：出版「科普數學推介」專輯。
- 2006 年 4 月：出版「海龍公式」專輯。
- 2006 年 6 月：洪萬生、林倉億、蘇惠玉、蘇俊鴻合撰《數之起源：中國數學史開章《算數書》》。
- 2006 年 7 月：洪萬生出版《此零非比 0：數學、文化、歷史與教育文集》。
- 2006 年 7 月：通訊團隊為《科學月刊》開設「在文化裡遇見數學」專欄，每年供稿八篇左右。
- 2006 年 8 月：主辦「算數書及相關簡牘國籍研討會：台北 (2006)」。
- 2006 年 9 月：出版「算數書及相關簡牘國籍研討會：台北 (2006)」會後報導特刊。
- 2007 年 11 月：通訊團隊八名成員應邀參加「利瑪竇與徐光啟合譯《幾何原本》四百週年紀念研討會」(A Symposium for the Memory of Quarter-Centenary of the Chinese Translation of Elements by Matteo Ricci and Xu Guangqi)(台北：中央研究院數學研究所)，並發表數學史或 HPM 論文如下：
- (1) 王鼎勳：〈《幾何原本》第十卷 vs. 吳起潛《無比例線新解》〉；
  - (2) 彭良禎：〈艾儒略 (Aleni)《幾何要法》之研究〉；
  - (3) 陳玉芬：〈從 HPM 觀點看九年一貫國中數學幾何教材—以「尺規作圖」為例〉；
  - (4) 陳彥宏：〈安清翹《矩線原本》之研究〉；
  - (5) 程和欽：〈杜知耕《數學鑰》之研究〉；
  - (6) 廖淑芳：〈梅氏家學中的《幾何原本》：以勾股術為例〉；

(7) 鍾秀瓏：〈陳盡謨《度測》之研究〉；

(8) 蘇惠玉：〈HPM 與高中幾何教學：以正焦弦為例〉。

2007 年 11 月：HPM 團隊與國立教育資料館合作，在張海潮教授的指導下，製作數學領域〈III〉內的數學史系列共十個單元之光碟，由蘇意雯、蘇惠玉與陳彥宏創作數學史劇本。

2007 年 12 月：(與吳武雄校長共同發行)《HPM 十年風華》(《HPM 通訊》選輯，蘇惠玉編輯，李國偉、林炎全、洪萬生、張海潮共同審定)，教育部普通高級中學課程數學學科中心(台北市立建國高級中學)出版。

2008 年 1 月：洪萬生發表〈奎章閣紀事〉，總結通訊團隊有關東算史(韓國數學史)的研究成果，建立此一學門的里程碑。

2008 年 5 月：(與英家銘及通訊團隊其他成員合譯)《溫柔數學史：從古埃及到超級電腦》(中譯自 William P. Berlinhoff, Fernando Q. Gouvea, *Math through Ages: A Gentle History for Teachers and Others*)。

2008 年 10 月：出版第一百期，舉行《HPM 通訊》發行一百期慶祝酒會暨台灣數學博物館(MTM)開幕典禮。目前編輯部同仁有：主編蘇惠玉，副主編林倉億，助理編輯李建勳、黃俊瑋，編輯小組成員為蘇意雯、蘇俊鴻、黃清揚、葉吉海、陳彥宏、陳啟文、王文珮、黃哲男、英家銘、謝佳叡。

2008 年 11 月：《當數學遇見文化》(《科學月刊》「文化裡遇見數學」專欄文章結集，通訊團隊共同執筆)，即將出版。

我們相信只要有機會重出江湖，譬如新近挖掘的漢簡算書問世，或者東算史研究的大規模展開，那麼，通訊團隊一定可以再次地「轟動武林，驚動萬教」！至於平日呢，他(她)們則各自在散落在各個角落「耕讀」，晦人不倦，以撰寫HPM反思、數學普及文章或評論自娛娛人。所有這些活動，都環繞了一個共同的核心思想，那就是：分享數學知識的價值與意義！而這，也就成為我們共同佈建的「台灣數學博物館」(Math Taiwan Museum, MTM, 參見網頁<http://museum.math.ntnu.edu.tw>)之主題：**Share Math to Explore the World!**

十年來，《HPM 通訊》為台灣中學教師見證了了不起的志業與願景，未來還有很多個十年值得期待。

# 祝福《HPM 通訊》第 100 期誕生!

陳敏皓

國立蘭陽女中

## 《HPM 通訊》幕後人物

聽到《HPM通訊》第 100 期的訊息時，一方面直覺到時間的快速流逝，<sup>1</sup>必須在數學史工作上更努力才行；另一方面，是佩服洪萬生教授對於學術的堅持與主編惠玉學姊的無私奉獻及助理張靜宜小姐的聯繫。先談談洪老師，猶記得當我上教學碩士班的「數學史」課程時（2000 年），授課的教授洪老師的翩翩風采，講述課程時引經據典，深入淺出論述數學原理，這時我才發覺到原來數學教法除了可以「算」得一手好數學外，也可以「講」得一口好數學，背景的基本原因當然就是數學史魅力，頓時對我衝擊十分強烈，我立即感受到學習數學史的重要性，也感謝洪老師的不嫌棄，讓我成為老師的學生。洪老師提攜後學的用心與鼓勵，在學術圈內是有口皆碑。另一靈魂人物，是台北市西松高中蘇惠玉老師，我真的很佩服惠玉老師的付出，讓我們總是能在每月初欣賞到許多老師或同好的作品，除此之外，惠玉學姊的數學史功力也是大家有目共睹的。至於張靜宜小姐如穿針引線的聯繫工作，讓《HPM通訊》在溝通上暢行無阻，她的細心與負責態度，總是讓與會的貴賓與老師，備感尊重。

## 《HPM 通訊》與我

身為高中數學老師的我，最常閱讀的中文數學期刊，除了《數學傳播》(季刊，中研究數學所發行) 外，就是《HPM 通訊》，原因有下述幾點：

- (1) 契合教學主軸:許多高中教學單元都有作者深入介紹，如竹中洪誌陽老師在第三卷第六期的〈對數隨筆〉；竹中葉吉海老師在第四卷第四期的〈斐波那契的數論研究〉；蘇惠玉老師在第四卷第五期的〈三角函數公式的托勒密方法〉；成功高中游經祥、劉國莉老師在第九卷第二、三期合刊的〈點與圓、球的關係〉；建中郭慶章老師在第九卷第十期的〈改弦易調說「正弦」〉；北一女蘇俊鴻老師在第九卷第十期的〈餘弦定律可以怎麼教?〉；台北市興雅國中林壽福、鄭勝鴻老師在第九卷第十一期的〈歐幾里得與輾轉相除法〉；第八卷第二、三、四期連載的〈數學歸納法專輯〉；第九卷第四期的〈海龍公式專輯〉等文章，這些小品文章對於我的教學助益頗多。
- (2) 數學史研究:關於數學史研究，簡略分成中國數學史與各國數學史兩部份。
  - 中國數學史:如洪萬生教授在第二卷第一期的〈康熙皇帝與代數符號〉；北一女蘇俊鴻老師在第二卷第八期的〈易經與數學-焦循的數理《易》學〉；台東大學數理教育系潘玉樹教授在第五卷第五期的〈《測量法義》文本研讀〉；馬祖中正國中王連發老師在第五卷第五期的〈尚書數學家顧應祥〉；台北市教育大學數學資訊教育學系教授蘇意雯在第五卷第十二期的〈《九章術解》卷三校勘〉等專文，不僅引發我學習中國數學史的樂趣，也讓我認識到中國數學史的多元面向。

<sup>1</sup> 首刊發行時間為西元 2000 年 10 月。

- 各國數學史:如師大數學系助教謝佳叡在第二卷第四期的〈《幾何原本》第VII卷定義之解讀(上)〉;洪萬生教授在第五卷第十一期的〈八百歲的《計算書》〉;師大數學系博士班英家銘在第五卷第十二期的〈中東古文明數學巡禮系列之二:巴比倫文明起源、六十進位法及其影響〉;成功高中陳彥宏老師在第四卷第十二期〈計算天才—阿爾·卡西(*Jamshīd al-Kāshī*)〉;蘭陽女中學生游騰雁第十一卷第二、三期合刊〈法國的數學天才-巴斯卡 (Blaise Pascal, 1623-1662)〉;蘇意雯教授在第二卷第八期的〈日本寺廟內的算學挑戰〉等專論,突顯出《HPM 通訊》的多國數學史風貌。
  - 數學史相關會議或研討會訊息,如洪萬生教授在第一卷第三期的〈HPM98 馬賽行〉;洪萬生教授在第二卷第八期的〈數學千禧年:歷史、文化與教育〉;蘇意雯教授在第四卷第八、九期合刊的〈墨西哥記遊〉;陳冠良老師在第五卷第八期的〈天津記行:參加第五屆漢字文化圈及鄰近地區數學史與數學教育國際學術研討會心得〉;台師大數學系助理張瓊華在第五卷第十一期的〈2002 數學論證國際學術研討會後記〉;國立勤益科技大學劉柏宏教授在第五卷第十二期的〈2002 年 ICTM-2 希臘紀行〉;博士生英家銘在第七卷第六期的〈一場 HPM 的嘉年華會〉;西苑高中阮錫琦老師在第七卷第十期的〈參加 2004 年『清大科學史研習營』心得〉;第九卷第七、八期合刊的〈Information:《筭數書》及相關簡牘國際研討會:台北(2006)〉;洪萬生教授在第十卷第十二期的〈十一月的數學史盛會〉等會議訊息,可見《HPM 通訊》是國內研究數學史的重要訊息管道。
- (3) 新書介紹或書評:如南二中邱靜如老師在第一卷第三期的新書介紹《費瑪最後定理 (Fermat's Last Theorem)》;謝佳叡在第一卷第三期的《費馬最後定理 (Fermat's Last Theorem)》;蘇惠玉老師在第二卷第一期的《數學思考 (Thinking Mathematically)》;蘇俊鴻老師在第二卷第一期的《生活的數學》;洪萬生教授在第二卷第二、三期合刊的*The Fontana History of the Mathematical Sciences: the Rainbow of Mathematics*;第二卷第八期推薦《李學數說數學故事》、《衡齋算學校證》、《九章算術譯注》、《算經十書點校》、《數學哲學中的革命》、《孔子與數學 -- 一個人文的懷想》;第二卷第十一期新書櫥窗的《數學立體模型製作》、《從李約瑟出發:數學史、科學史文集》、《數學珍寶:歷史文獻精選》;第三卷第十期的《微積分之旅》;第三卷第十二期的〈數學科普專輯〉;蘇俊鴻老師與蘇惠玉老師在第四卷第一期的《毛起來說三角》與《毛起來說e》書評;洪萬生教授在第四卷第四期的《中國數學史新書介紹》;第五卷第一期的《睡蓮方程式:學習科學的樂趣》;第五卷第五期的《在費曼之前》;第五卷第六期的《從零開始》;成功高中陳彥鴻老師在第五卷第十一期推薦《阿草的歷史故事》、《香港數學教育實地觀察 II — 無無謂謂聽書記》、《歐幾里得之窗—從平行線到超空間的幾何學故事》;洪萬生教授在第七卷第六期的《數字邏輯 101》;台師大數學系碩士生黃俊瑋在第十卷第一期的《此零非彼0—數學、文化、歷史與教育論文集》;台師大數學系碩士生陳春廷在第十卷第一期的《77 個好玩得停不下來的數學謎題》等新書訊息,不僅充實我自己的本質學能,也提供學生一個課外閱讀資訊。
- (4) 介紹研究數學或科學史大師:如洪萬生教授在第三卷第十期的〈郭書春來訪〉;第四卷第

六、七期的〈John Fauvel 紀念專輯(上)(下)〉;桃園縣立青溪國中王文珮老師在第六卷第七期的〈不朽的科學史家 I. Bernard Cohen〉;洪萬生教授在第九卷第一期的〈記 Karen Parshall 教授來訪〉;第九卷第二、三期的〈歡迎琅元(Alexei Volkov)『軟著陸』!〉;第九卷第六期的〈記蕭文強教授來訪〉;第十卷第二、三期的〈懷念一代數學史家李迪教授〉等介紹數學史界的大師級人物,讓我們這些後生晚輩不僅景仰不已,更引發我們深入研究數學史的動機。

- (5) 數學史學位論文摘要:因篇幅限制僅列作者及學位論文名稱,如陳鳳珠的《清代算學家駱騰鳳及其算學研究》;陳敏皓的《〈同文算指〉之研究》;王連發的《勾股算學家—顧應祥及其著作研究》;林倉億的《中國清代 1723~1820 年間的借根方與天元術》;黃清揚的《中國 1368-1806 年間的勾股術發展之研究》;葉吉海的《李朝世宗時期的朝鮮數學》;王文珮的《楊輝算書的探討:一個 HPM 的觀點》;阮錫琦的《清代算學家徐有壬及其算學研究》;陳啓文的《清代算學家戴煦及其算學研究》;陳威男的《明代算書《算法統宗》》;楊瓊茹,《明代曆算家周述學及其算學研究》;陳彥宏的《清代算學家安清翹之《矩線原本》內容分析》;林旻志的《清代算學家張作楠及其算學研究》;洪宜亭的《從《籌解需用》看洪大容的數學與實學思想》;李建宗的《朝鮮算學家·慶善徵《默思集算法》初探》;林肯輝的《《書計瑣錄》之內容分析》;周宗奎的《黃胤錫《算學入門》探源》;陳玉芬的《從 HPM 觀點看九年一貫國中數學幾何教材》;郭慶章的《羅士琳及其數學研究》;陳春廷的《東算家南秉吉《算學正義》之內容分析》;王鼎勳的《從《幾何原本》第十卷到《無比例線新解》》;鍾秀瓏的:《陳蓋謨《度測》之內容分析》等碩士論文,代表在洪萬生教授的領軍下,台灣本土的數學史實力也是不容小覷的。
- (6) 數學教育制度或政策或方式:如五常國中家長陳豐榮在第一卷第一期的〈我對數學教育的看法〉;百齡中學唐書志老師第三卷第八、九期合刊的〈數學史、數學教育與終身學習:來自紐澳的啓示〉;洪萬生教授在第六卷第一期的〈以HPM為鑑:數學史可以從HPM學到什麼?〉;蘇俊鴻老師在第六卷第二、三期合刊的〈數學史融入教學--以對數為例〉;台中師院數學教育系碩士班研究生賴姝秀在第六卷第六期的〈數學史如何融入國小二年級的數學領域〉;第八卷第一期的〈「95 學年度高中數學暫行綱要」專輯〉;香港中文大學課程與教學學系黃毅英教授在第八卷第十期的〈把數學史引進數學教學真是那麼困難嗎?〉等數學教育文章,常常都是我與數學教師分享的好素材:
- (7) 推薦數學史相關網頁:如下列各網址:
- 老顏的家網址: [www.nehs.hc.edu.tw/~ylyen](http://www.nehs.hc.edu.tw/~ylyen)
- 昌爸工作坊網址: [netcity1.web.hinet.net/UserData/lsc24285](http://netcity1.web.hinet.net/UserData/lsc24285)
- 教育資訊站數學網網址: <http://www.edp.ust.hk/math>
- History of Mathematics: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/>
- 窩狼居網址: <http://mail.mcjh.kl.edu.tw/~chenkwn/>
- 台大數學知識網站網址: <http://www.math.ntu.edu.tw/link/link.htm>
- 數學知識(convergence)網址: <http://convergence.mathdl.org/jsp/index.jsp>
- 這些網頁非常實用,不論是教學教材的引用或自我充實進修,都能適時提供老師或學生一個十分可親(accessible)的學習途徑。

(8) 數學連結社會文化史：如開平高中林裕意老師在第二卷第一期的〈餐飲數學度量衡〉；台灣師大數學系助教謝佳叡在第二卷第八、九期合刊的〈音樂中的數學〉；蘇惠玉老師在第三卷第四期的〈多元文化數學的一個例子：布農族的木刻畫曆與時間、空間觀念〉；北縣福和國中陳昭蓉老師翻譯整理在第三卷第五期的〈數學與詩文〉；陳鳳珠老師在第四卷第七期的〈賦予模型力量：以解放黑奴運動為例〉；羅東國中林肯輝老師在第六卷第十一期的〈數學步道之實務經驗談－以羅東國中為例〉；台師大數學研系碩士班張復凱在在第六卷第十二期的〈數學與戰爭〉；陳敏皓老師在第七卷第十一期的〈集繪畫與數學於一身－法蘭契斯卡〉等多元文化的文章，很難想像數學居然與餐飲、音樂、布農族、詩文、黑奴運動、戰爭、繪畫等文化面向均有密切關係，所以，可以想像出HPM的魅力無窮。

### 《HPM 通訊》的願景

我實在很幸運受教於洪老師，才因此有機會接近《HPM 通訊》，這個刊物值得大家耕耘努力更希望分享教育理念，當我在寫這一篇短文時，我不斷瀏覽《HPM 通訊》網頁，回憶洪老師創刊時的初衷：「希望這個刊物秉持小而美的學術理念。」我想許多人都看到這個理念早已圓滿實現了，回顧過往九年來，許多撰稿者的無私付出（因為沒有稿酬），由於撰稿者的來源很多元性，所以，我更覺得這個網頁的內容無所不包，未來的日子我倒希望這個刊物能無所不在，讓更多數學教授或老師、學生、家長都能接觸《HPM 通訊》，讓大家感謝一下《HPM 通訊》的蘊涵及學術的深刻性與知識性。最後

祝福《HPM 通訊》第 100 期誕生！



# 管窺 97 年國中基本學力測驗數學試題

曹明德

台北市立南門國中

## 前言

按照慣例，每年的國中基本學力測驗試題公佈之後，我總會找出一些時間認真地將題目「考」一遍，就像學生進考場應試一般，使自己儘可能去感受學生在考場上應試所遇到的種種可能之狀況。而後，通常在暑假期間，我會使用自己很主觀的方式將試題分析一遍，通常包含了試題內容與設計手法的分析、解題歷程討論、對學生學習與教師教學上的觸發……等等。本文主要就是呈現我對 97 年兩次的國中基本學力測驗數學試題的一些分析報告，必須申明的是，這些看法純粹只是我個人的管見，僅供各位老師在輔導學生準備基測一點點小小的參考之用。

## 第一題就不簡單

### 【97 年第 1 次第 1 題】

1. 下列哪一個式子計算出來的值最大？

- (A)  $8.53 \times 10^9 - 2.17 \times 10^8$       (B)  $8.53 \times 10^{10} - 2.17 \times 10^9$   
 (C)  $9.53 \times 10^9 - 2.17 \times 10^8$       (D)  $9.53 \times 10^{10} - 2.17 \times 10^9$

坦白說，打開題本看到這一題，真的會被嚇到。天啊！感覺上第一題就不簡單（因為是與科學記號相關的問題，而且這種考法以往較少出現在基測試題中），一下子還真不知道是要「硬算」，還是「巧算」會比較妥當。

所謂的「硬算」，其過程大致如下：

- (A)  $85.3 \times 10^8 - 2.17 \times 10^8 = 83.13 \times 10^8 = 8.313 \times 10^9$   
 (B)  $85.3 \times 10^9 - 2.17 \times 10^9 = 83.13 \times 10^9 = 8.313 \times 10^{10}$   
 (C)  $95.3 \times 10^8 - 2.17 \times 10^8 = 93.13 \times 10^8 = 9.313 \times 10^9$   
 (D)  $95.3 \times 10^9 - 2.17 \times 10^9 = 93.13 \times 10^9 = 9.313 \times 10^{10}$

故 (D) > (B) > (C) > (A)

至於「巧算」，其過程大致如下：

首先觀察四個選項，發現選項 (A)、(B)、(C)、(D) 之值均大於 0

因為  $(8.53 \times 10^9 - 2.17 \times 10^8) \times 10 = 8.53 \times 10^{10} - 2.17 \times 10^9$

所以  $10A = B$  (姑且以 A、B、C、D 表示各選項之值)，故  $B > A$

同理  $10C = D$ ，故  $D > C$

接下來只要比較選項(B)、(D)之值的大小

(B)  $8.53 \times 10^{10} - 2.17 \times 10^9$

(D)  $9.53 \times 10^{10} - 2.17 \times 10^9$

很容易可知 (D) > (B)

(因為  $9.53 \times 10^{10} > 8.53 \times 10^{10}$ ，而它們同樣都是減掉  $2.17 \times 10^9$ )

所以，只好先往下看第 2 題

**【97 年第 1 次第 2 題】**

2. 若  $a : b = 3 : 2$ ， $b : c = 5 : 4$ ，則  $a : b : c = ?$

- (A) 3 : 2 : 4
- (B) 6 : 5 : 4
- (C) 15 : 10 : 8
- (D) 15 : 10 : 12

這到底怎麼回事！基測的試題不是說大致上會按照試題的難易度由簡而難排列嗎？我想只要有教學經驗的老師都會同意 97 年第 1 次第 2 題不管怎麼看應該都會比第 1 題簡單許多。於是我趕緊收集我所任教的某一班同學作答的情況，結果如下：

97 年第 1 次基測數學 各題答錯人數統計 (全班 34 人)

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
答錯人數	6	5	5	6	3	7	6	4	5	6	6	2	7	7	8	6	7
題號	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
答錯人數	5	7	11	8	6	12	9	11	12	12	18	16	5	22	20	21	13

(註：第 29 題與第 34 題各有 1 人未作答，也算進答錯人數)

看來，第 2 題對這一班同學而言是有比較簡單一點點，但是與我預期並不相稱。可見我們還是要常常去參酌實際的測驗數據來協助教師微調自己的看法，這樣我們所進行的教學活動才會更貼近學生。

在上表中，值得注意的，還有幾件事：

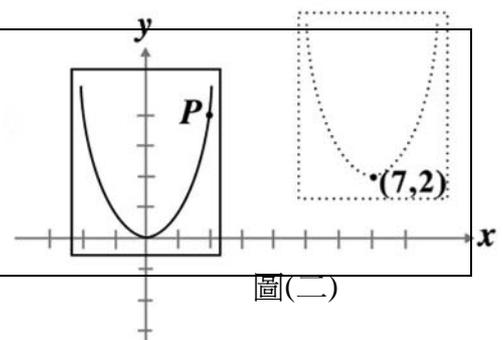
- (1) 第 5 題與第 12 題，幾乎全班都對，可能的原因是什麼？
- (2) 第 18 題，錯的人何以不多？
- (3) 第 31、32、33 題，到底難在哪裡？

我們一一來探討可能的答案。

為何答對？

**【97 年第 1 次第 5 題】**

5. 如圖(二)，座標平面上有一透明片，透明片上有一拋物線及一點  $P$ ，且拋物線為二次函數  $y = x^2$  的圖形， $P$  的座標為  $(2, 4)$ 。若將此透明片向右、向上移動後，得拋物線的頂點座標為  $(7, 2)$ ，則此時  $P$  的座標為何？



- (A) (9, 4)
- (B) (9, 6)
- (C) (10, 4)
- (D) (10, 6)

從學生的反應與教師的教學可得到下面的說法。因為教師在教授二次函數的單元時，一直使用幾乎與本題一模一樣的教具(請見下圖)來協助學生學習較抽象的二次函數及其圖形，而且該單元是安排在九年級下學期，所以學生感到很熟悉，有些同學甚至誤以為本題是我所命題的，不過我很客氣地說明：「應該有很多老師也都是採取相同的教學策略，並不足為奇。」

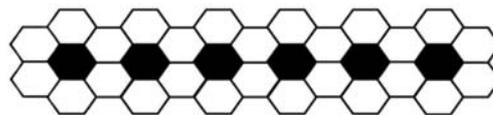


如果，基本學力測驗每一題都能像這樣考量到**教師的教學與學生的學習**，而非只是做**分年細目與教材的檢核**。倘若能如此，那麼，學生就較能在教師循循善誘、精心設計的教學環境下，**慢慢品嚐每一單元的學習材料**，**細細品味每一道題背後的用心**；再加上我國目前「考試領導教學」的教育風氣之「推波助瀾」，那麼結果豈不妙哉！

誠然，基測無法解決所有的教育問題，不過我個人認為基測的確在促使國中教學正常化有著不可磨滅的功勞。

**【97 年第 1 次第 12 題】**

12. 有一長條型鏈子，其外型由邊長為 1 公分的正六邊形排列而成。圖(四)表示此鏈之任一段花紋，其中每個黑色六邊形與 6 個白色六邊形相鄰。若鏈子上有 35 個黑色六邊形，則此鏈子共有幾個白色六邊形？



圖(四)

- (A) 140      (B) 142
- (C) 210      (D) 212

坦白說，本題答錯人數只有 2 人，連我自己也很訝異。並非是我對自己的學生沒有信心。

只是本題若是在未曾見過類似題的前提下，對於考生而言，最大的挑戰是**對题目的閱讀及其理解**與**決定該用什麼方法來解題**？因此，合理的推論是本題雖然設計得很用心，情境也很生活化，不過對學生而言，這樣的「數形關係」一點也不陌生，所以答得很好。而且依據暫行綱要所編撰的教材，就是採取這個方式，來介紹當時的數學學習內容，因此，依據暫行綱要那幾年(94年~96年)的各種大小考試，想必出現不少此類出題手法的試題。不過，仔細翻閱歷屆基測試題，卻不見此類題目，可見基測試題也可能會去「關心」坊間的試題。

### 順帶一提

97年第1次基測，我陪伴著班上同學到某高中去參加考試，期間自然會到該校的校園裡去逛逛，偶見該校某處的地磚頗有「數學味」(如下圖)，提供給各位老師，作為命題參考之用。

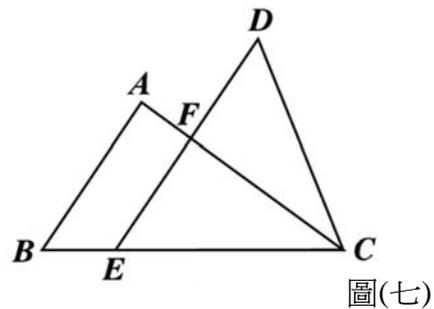


### 為何錯的人不多？

#### 【97年第1次第18題】

18. 圖(七)為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEC$ 重疊的情形，其中 $E$ 在 $BC$ 上， $AC$ 交 $DE$ 於 $F$ 點，且 $AB \parallel DE$ 。若 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEC$ 的面積相等，且 $EF = 9$ ， $AB = 12$ ，則 $DF = ?$

- (A) 3
- (B) 7
- (C) 12
- (D) 15



97年第1次基測的決勝關鍵，在於**幾何試題**答得好不好？因為不但試題較多一點點，而且也都有一些難度。依照我個人的統計方式，97年第1次的幾何試題有12題(題號分別為**3、9、14、18、19、20、21、29、31、32、33、34**)，這其中第18題與第34題，曾聽過很多老師在「**試題難度**」與「**如何解?**」這兩個方面作過很多的討論。但是，從班上同學的作答統計看來，何以本班的學生卻未覺得是最難的兩題呢？最合理的推論，是因為這兩題的圖形都畫得很精準，同學們在考場有限的時間下，若是證明不出來，多半會依據圖形的大

小比例，配合題目所給的數據，來選擇一個最適當的答案。例如，從第 18 題的圖中，很輕易可以看出  $\overline{DF} < \overline{EF}$ ，所以，要猜比 9 小，而選項(A) 3 似乎又太短了，因此只好「猜」選項 (B)，而答案也剛好就是 (B)。

本題的解法當然不只有一種，若以下列解法來看，本題真的不簡單。

$$(1) \because \triangle ABC \text{ 的面積} = \triangle DEC \text{ 的面積}$$

$$\therefore \triangle CDF \text{ 的面積} = \text{梯形 } ABEF \text{ 的面積}$$

$$(2) \because EF \parallel AB \therefore \triangle CEF \sim \triangle CBA$$

$$\text{得到 } \triangle CEF \text{ 的面積} : \triangle CBA \text{ 的面積} = (EF)^2 : (AB)^2 = 9^2 : 12^2 = 9 : 16$$

$$\text{因此 } \triangle CEF \text{ 的面積} = \frac{9}{16} \times \triangle CBA \text{ 的面積}$$

$$\text{梯形 } ABEF \text{ 的面積} = \frac{7}{16} \times \triangle CBA \text{ 的面積}$$

$$\triangle CDF \text{ 的面積} = \text{梯形 } ABEF \text{ 的面積} = \frac{7}{16} \times \triangle CBA \text{ 的面積}$$

$$(3) \triangle CEF \text{ 的面積} : \triangle CDF \text{ 的面積} = EF : DF \text{ (同高)} = \frac{9}{16} : \frac{7}{16} = 9 : 7$$

$$\text{已知 } EF = 9, \text{ 所以 } DF = 7$$

因此，圖形畫得精準與選項設計的「善意」，再加上同學們的作答習慣，促使了同學的作答結果，並未如教師預期中的不理想，所以，像此類試題在圖形的處理與選項的設計，應該都還有進步的空間。至於如何調整，可能要再請基測中心或是有興趣且學有專精的老師去傷腦筋了。不過，我要申明的是，我並不贊成將圖形的比例畫得不精準的調整方式。

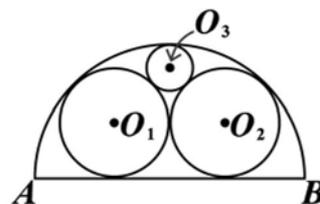
至於第 34 題 (題目如下所示) 應該是類似的狀況，同時再加上已經是最後幾題了，通常學生已經沒有時間作答了 (根據我的預估一般程度的學生從第 31 題~第 34 題，應該已經都沒有時間好好作答了)。基本學力測驗的數學考題，真的需要在短短的 70 分鐘內考 34 題嗎？其實是很需要去斟酌的。坦白說，對我而言，70 分鐘內做 34 題又要塗答案卡，真的無法好好認真地作答，所以，應考的心理與技巧就顯得相當得重要。

**【97 年第 1 次第 34 題】**

34. 如圖(十七)，圓  $O_1$ 、圓  $O_2$ 、圓  $O_3$  三圓兩兩相切，且  $AB$  為

圓  $O_1$ 、圓  $O_2$  的公切線， $\widehat{AB}$  為半圓，且分別與三圓各切於一點。若圓  $O_1$ 、圓  $O_2$  的半徑均為 1，則圓  $O_3$  的半徑為何？

- (A) 1
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C)  $\sqrt{2} - 1$
- (D)  $\sqrt{2} + 1$



圖(十七)

## 後續話題

至於第 31 題~第 33 題，為何答對的人數這麼低，我想除了是因為考試時間不夠用之外，還牽涉到另外一個重要的論題－「幾何題的解題策略」。在傳統上，對於代數問題，不管是教材中或是老師的教學，大多會呈現出令學生很容易遵循的解題步驟，就像「假設未知數」、「列方程式」、「解方程式」.....等等的學習內容。

相對來說，幾何的教材就沒有這樣做，雖然大多數的老師會一點一滴的教導學生一些策略，但是，並不像代數問題那樣容易模仿，或是可以形成一些容易遵循的步驟。因此，我個人認為至少要將常用的幾何解題策略整理出來，並在教學中，明確且清楚地時常與學生討論，直到學生能形成一個自己能掌握的解題步調。

因為篇幅的關係，下列僅列出我個人的解題與教學經驗，供大家參考。至於詳細的說明希望日後有機會再為文與大家分享。

## 幾何題的解題策略

### 基本篇

1. 能**畫草圖**來協助解題
2. 能用適當方式（含使用未知數/數字/記號/著色），**標記**已知的/能推算的數據，來協助解題

### 進階篇

1. 能畫出適當的輔助線來協助解題
2. 能觀察出/拆解出**局部圖形**並選用**正確且相關**的性質來完成解題

### 挑戰篇

1. 能設定適切的新目標(通常是較小的目標)
2. 能**逆尋**出題目中缺少的/隱藏的條件
3. 能完成**未曾見過**之應用作圖並證明

### 另類篇

1. 能使用電腦軟體(例如 gsp)或尺規作圖**重新構圖**來思索解題方向
2. 能使用自發性的方式來思索解題方向

其他值得討論的話題，例如**統計的教學與評量如何拿捏？應考的心理與技巧.....**等等，也一併等日後有機會再與大家細談。

## 第一卷第一期發刊詞

洪萬生  
台灣師大數學系

顧名思義，【HPM 台北通訊】是為公元 2000 年 8 月 9-14 日在台北舉行的 "HPM 2000 Taipei" 研討會而發行。所謂 HPM (International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics)，是指隸屬於國際數學教育委員會 (ICMI) 的一個研究群，專門推動數學史與數學教學之關聯。簡單地說，它是數學史學對數學教育的一種應用，目的當然是利用數學史的研究成果、以及數學史與數學教育的互動，來提升數學教師的教學品質與學生的學習成效。

一九九六年七月下旬，我接受 HPM 主席 John Fauvel (英國數學史家) 邀請，前往葡萄牙 Braga 城的 Minho 大學參加 "HPM 96 Braga"。這是我平生第一次參加這一類的國際學術活動，沒想到竟然促成 "HPM 2000 Taipei" 這一段因緣。事實上，從 80 年代初我打算改行攻讀數學史，就一直相當注意 HPM 的相關議題。正如大部分人的經驗吧，我年少時所參與的數學知識活動，總是欠缺著歷史人文的意義與維度。後來決定獻身數學史研究，或多或少是相信我自己遲早可以回餽到數學教育這一邊來。可惜，88 年從紐約返國後，立即全心投入數學社會史的專題探討，始終不敢隨便分身。直到 1996 年夏天遠赴葡萄牙，才正式地與 HPM 接上線。

由於第九屆國際數學教育會議 (ICME-9) 2000 年 8 月初預定在日本的立教大學召開，因此，作為 ICME 的衛星會議之一的 HPM-9，選在鄰近國家舉行，是一個方便可行的策略。這是為什麼 John Fauvel 與 Jan van Maanen (HPM 現任主席，荷蘭數學史家) 從一開始就徵詢我承辦 HPM-9 意願的原因之一。他們兩位當然也考慮過其他國家或地區如中國、香港及南韓，但最後還是敲定台灣。我想我們三位都是專業的數學史家，或許同行的親切感可以超越其他的因素考量吧。

現在，既然決定承辦，我們除了屆時在旅遊接待上，讓來訪的國際學者及教育工作者賓至如歸之外，也應該好整以暇地端上幾盤本地學術特產，教國際同行印象深刻，而提高台灣的學術能見度。基於此，本刊當然肩負著推動或促進 HPM 研究活動的使命。儘管如此，我們對於打算現身本刊的稿件，卻不設定所謂的『學術』門檻。撰稿者只要針對 HPM 或數學教育等議題，順手拈來，但求文句通順、語氣平和即可。這是專屬於數學教師的園地，大家儘可抒懷、敘事與詠物，不過，也請切記：如果有意月旦人物，則只能針對歷史上的數學家！我們無意標榜溫文儒雅，但是凡事自在，卻必須以不惹人是非為妙。

總之，面對本刊，態度不妨嚴肅，心情且放輕鬆。讓我們開始暖身，一起進入 HPM 的天地之中。

第一卷第一期駐校聯絡員：

感謝各校聯絡人：

- 建國中學 鍾其誠老師 ●永春高中 陳明山老師 ●內湖高中 潘國華老師
- 松山高中 郭耀昇老師 ●中山女高 劉天民老師 ●成功高中 繆友勇老師
- 大直國中 陳文鴻老師 ●北投國中 黃國斌老師 ●石牌國中 張添順老師
- 大理國中 汪錫霞老師 ●永吉國中 謝朝隆老師 ●天母國中 賴春錦老師
- 蘭雅國中 李信仲老師

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 [suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至 [suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校聯絡員

日本東京市：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）、李佳嬅（東京大學）

基隆市：許文璋（南榮國中）

台北市：楊淑芬（松山高中） 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）

蘇俊鴻（北一女中）陳啓文（中山女高） 蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）

郭慶章（建國中學）李秀卿（景美女中） 王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）

彭良禎（麗山高中）邱靜如（實踐國中） 郭守德（大安高工）余俊生（西松高中）

張美玲（景興國中）黃俊才（麗山國中） 文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）

林壽福（興雅國中）、傅聖國（健康國小） 李素幸（雙園國中）

台北縣：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中） 黃清揚（福和國中） 董芳成（海山高中） 林旻志（錦和中學） 孫梅茵（海山高工） 周宗奎（清水中學） 莊嘉玲（林口高中） 王鼎勳、吳建任（樹林中學） 陳玉芬（明德高中） 羅春暉（二重國小） 賴素貞（瑞芳高工）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中） 吳秉鴻（國華國中） 林肯輝（羅東國中）

桃園縣：許雪珍（陽明高中） 王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭（內壢高中）

鐘啓哲（武漢國中） 徐梅芳（新坡國中） 郭志輝（內壢高中） 程和欽（永豐高中）、

鍾秀瓏（東安國中） 陳春廷（楊光國民中小學）

新竹縣：洪誌陽、李俊坤、葉吉海（新竹高中） 陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

洪正川（新竹高商）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中縣：洪秀敏（豐原高中） 楊淑玲（神岡國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中） 歐士福（國中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工） 郭夢瑤（嘉義高中）

台南市：林倉億（台南一中） 劉天祥 邱靜如（台南二中）

台南縣：李建宗（北門高工）

高雄市：廖惠儀（大仁國中） 歐士福（前金國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中） 楊瓊茹（屏東高中） 陳建蒼（潮州高中）

澎湖縣：何嘉祥（馬公高中）

金門：楊玉星（金城中學） 張復凱（金門高中）

馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！