HPM通訊

發行人:洪萬生(台灣師大數學系教授) 主編:蘇惠玉(西松高中)副主編:林倉億(台南一中) 助理編輯:李建勳、黃俊瑋(台灣師大數學所研究生) 編輯小組:蘇意雯(台北市立教育大學)蘇俊鴻(北一女中) 黃清揚(福和國中)葉吉海(新竹高中)

陳彦宏(成功高中)陳啓文(中山女高) 王文珮(青溪國中)黃哲男(台南女中) 英家銘(台師大數學系)謝佳叡(台師大數學系) 創刊日:1998年10月5日 每月5日出刊

網址: http://math.ntnu.edu.tw/~horng

第十二卷 第三期 自錄(2009年3月

- □ 如何指導國中生閱讀數學科普書籍
- 97新莊區數學資優教育方案閱讀 心得--《博士熱愛的算式》
- 圖 臺北市誠正國中 97 學年度學術性向 數理資優班講座課程資訊!
- 闡「數學普及書籍閱讀國際研討會」 報告
- ♪ 胚騰 (pattern) 與數學 **《數學奇蹟—魔術》**自序

如何指導國中生閱讀數學科普書籍

蘇進發、王諾涵 台北市石牌國中

一.前言

對目前的國中生而言,每天忙於學校課業與課外輔導,剩餘的時間本來就不多。不過, 對他們來說,將剩下的時間,不是用來看電視、打電動遊戲、看坊間漫畫書,就是用來聽 音樂、打球,很少用來看一些較有意義的書,實在有些可惜。,我們不是說這些休閒娛樂 不好,只是該如何讓學生,更有意義的利用時間,是我們的期許;況且我們常常聽到學生 說,學數學的目的只要拿到高分就好,所以,有些學生就盲目的大量解題,因而產生了機 械式的學習模式,學到最後的結果是「不知數學有何用途」。雖然他們都知道數學很重要, 但卻對數學一點興趣都沒有,這就是我們爲什麼要推薦學生,閱讀一些數學科普書籍的原 因之一。

二.如何引導

1. 如何引發學生的學習動機

在閱讀上也應該有一個公設,學生對他們真正有興趣的東西,會讀的最認真,也會讀 的最好;所以,如何引發與維持學生對數學科普主動閱讀的興趣,是一個很重要的課題, 也是我們老師應該努力的方向。

- (1) 老師課堂上簡單介紹或引用
 - ① 當同學對數學的學習,較沒興趣或討厭時: 老師可以介紹「數學大騷動」的部分內容,故事是說:教育局長認爲只要 有計算機就好,同學不需要上數學課,欲廢去全市的數學課,學生不再被 數學虐待,……。引發學生的共鳴與同理心,願意去看這一本書。
 - ② 當老師教學概念補充時,可以引用書籍做自學補充:

HPM 通訊第十二卷第三期第二版

老師在教四則運算時,可以從學生小學就已經學會的,先乘除後加減的概念,問他們原因,但不急著告訴他們答案,因爲好奇心驅使他們想知道答案,老師此時再告知他們,答案可以在《愛上數學》這本書找到,且書本是以故事的方式呈現,不會很難懂,趕快去翻書尋找爲什麼吧!另外,你想知道你的身材比例是黃金比例嗎?書中也有答案。

③ 當談到數學在日常生活的應用時:

老師在教學的過程中,可以舉一些生活例子,與數學的教學做連結,增加學生對數學認知的廣度與興趣,順便提到更多的生活數學問題,如下:

- a. 樹枝是按照數學規律生長的嗎?難道樹也懂得計算數學?
- b. 你可曾注意過,操場的跑道上爲什麼每道的起跑點不同呢?
- c. 米勒特展的作品圍欄,超過會一直 bi bi 叫,那你可以找出觀賞展品的最佳位置,使看書的人不受 bi bi 叫的干擾嗎?

這些生活化的數學問題,我們可以從《生活的數學》這本書中找到大部分的答案,同學更可以從另一角度來欣賞,數學的靈活運用,在不知不覺中提高數學的學習樂趣。

④ 當談到追求數學知識的執著與認真時:

老師可拿自己學習歷程分享,鼓勵更多同學認真學習,再介紹《不只一點瘋狂』的天才數學家艾狄胥,雖然他經常的遷徙旅行,然而過程並沒有令他疲乏,反而藉著不斷與數學家會談,聽取各式各樣的新定理和猜想,反而激發他更多作品的產生。堪稱是本世紀最偉大的數學家之一。

(2) 教室或圖書館的佈告欄公告「好書介紹」

例如

①《博士熟愛的算式》(小川洋子所著,王蘊潔翻譯),麥田出版社。

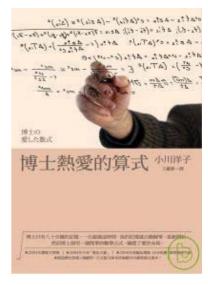
一個人只有八十分鐘的記憶。

這是一本數學科普小說,與我們以前所看的武俠小說,科幻小說,……有所不同,故事內容是透過因車禍導而致腦神經損傷的數學博士,他的記憶每經過八十分鐘就會自動歸零。與他的管家及管家之子三人間的日常相處,溫馨感人的互動關係。

小說的敘述過程非常有意思,一個人只有80分鐘的記憶,如何過他的生活,難怪博士身上貼了那麼多張紙,需要一個協助者,且博士也非常可愛,他認爲生活的一切都可用數字的語言來表達,叫管家的兒子爲根號,他謙虛面對所有不知,拘謹不亞於根號負一;在思考時不喜歡別人打斷,他認爲比偷看別人上廁所,更沒有禮貌。

博士是一位數學家也是教育家,耐心教導他人,也常鼓勵學

習者。文章內容告訴我們,雖然博士只有80分鐘的記憶,數學能力卻仍然存在,這也讓我們聯想到,知識是會遺忘的,但能力卻是可以帶著走,同學的數學學習,是否也應如此。 建議同學可以利用課餘後,買或借來看看,這是一本值得閱讀的數學小說。另一本「鸚鵡



定理」也不錯。

同學看完之後,可以回憶與想想下列問題:

- ◆「24」、「57611455」讓你聯想到什麼?(老師想買一支手機,電話號碼是0939314159,你知道原因嗎?)
- ②「220」、「284」是什麼關係,你可以再找出一組來嗎? (四位數的,但不可以翻書找答案。)
- ③ 我們將某數小於自己的所有因數相加,若剛好等於本身,我們稱該數爲完全數,例如:6(=1+2+3)、28(=1+2+4+7+14),則下一個完全數爲多少? (不可以翻書找答案,離 500 很近。)
- ◆ 什們是過剩數?什麼是不足數?請各找出5個出來。
- ◈ 什麼是雙胞胎質數?你可以找出 10 組嗎?如果你可以證明它是無限多組的話 ,我相信你未來一定是很厲害的數學家。
- ◇ 什們是三角形數?什麼是四邊形數?什麼是五邊形數? 請問:數列 1、6、15、28、.....,的第 20 項是多少?
- 《 什麼是路斯-亞倫數對?除了5、6之外,你可以再找出比它大的下一組嗎? (如果能證明它是無限多組的話,你太厲害了。)
- ◈ 你如何判斷 341、2311 是否為質數?(質數檢驗法則)
- ◆ 什麼是莫仙尼質數?請找出最小的兩個。
- ◆ 查查資料,什麼「阿廷猜想」、「谷山志村猜想」?

②《計程車怎麼走比較快?》,伊凡·莫斯科為奇所著,究竟出版社。

★推薦好書



切蛋糕、搭計程車、郵差送信,甚至與外星人搭 上線的方式……,這些日常大小事,全都跟數學脫離不了關 係。

老師推薦:

你是否害怕數學?以爲數學和我們的生活距離遙遠?被譽 爲玩具工業領域最具創意的發明家伊凡,這次要介紹 80 個 好玩遊戲,每道題目都和我們的生活息息相關。全書不只考 驗你的洞察力與想像力,還能藉此認識古今數學家極具創意 與挑戰的各種發現,體驗非歐幾何、拓樸、機率等,充滿驚 奇的數學領域。同學可以透過玩具發明家獨特的謎題設計, 你將會發現,原來數學處處有邏輯可循,你可以輕鬆擁有數 學家一樣的思考能力。

HPM 通訊第十二卷第三期第四版

書中為什麼?

- ② 12 人握手 12 個朋友碰面並互相握手,在這場彼此問候中,總共握了幾次手?
- ◈ 什麼樣的圖形可以一筆畫?

2. 如何引導學生自行閱讀

所謂打鐵趁熱,當每個學生對數學科普書籍,有一點興趣時,老師應立即掌握時間,但因每個學生的閱讀態度與閱讀程度不同,是否學生都能掌握到作者在書中所表達的內容 與延伸活用的知識,值得我們好好思考。

我們曾經在兩年前,介紹一些數學科普書籍給學生閱讀,並請他們寫心得報告與同學分享,我們所看到的心得,可能受國文領域影響,內容大部分都是從文學角度來看數學,不外乎感動人心、激發向上,或者是作者背後努力,帶給我們數學表面的知識;很少有同學會從數學角度切入,談到數學與你我生活的連結,或書中的數學是否給你一些啓發與延伸思考。我們並不是說從文學角度切入不好,只是我們有設定的目標,希望學生有我們預期的收穫,所以,我們給了下列的表格,來提醒學生閱讀時應注意的重點,免得學生漫無目標浪費時間。

書名:

1.書中的內容大意爲何?(請詳述)

2.我學到或發現哪些數學?(請具體條列敘述)

3.這本書最有趣的地方是什麼?(請具體指出)

4.書中的數學,在日常生活中有什麼相關的應用?(請具體說明)

5.看完書籍之後,我有什麼數學疑問或不懂的地方?(請條列敘述)

6.除了上述心得,我還可以做些什麼?(同學給一些創意吧!)

(同學寫的越多越認真,你的收穫是成正比的。)

3. 閱讀應注意的事項

- (1) 閱讀前
 - ① 預備紙與筆,準備紀錄書中的重點與問題。
 - ② 簡單翻閱目錄與內容,了解自己對此主題知道多少,並預測將有多少收穫。
- (2) 閱讀中
 - ① 一邊閱讀一邊記錄重點與問題,並運用先備知識,思考解決閱讀中所產生

的問題。

- ② 閱讀中遇到困難時,則需再讀一遍,若仍有問題,可與同學討論或紀錄下來,然後繼續閱讀。
- ③ 停下來回想,看看自已學到或記得什麼,如果有必要可以回頭看筆記摘要。

(3) 閱讀後

- ① 重讀喜歡有趣的部份,並根據你的紀錄,開始整合書寫心得報告。
- ② 書中的知識是否可以常常應用於生活,或延伸發展。
- ③ 如果需要,可另外看一些輔助書籍或上網查資料,讓所學知識更加豐富。
- ④ 好書應與好朋友分享,大家的心智一起成長。

三、如何批閱

學生閱讀之數學科普書籍,應以老師推薦的書籍爲主,因爲選擇中學生適合閱讀的數學科普書籍,也是一個重要課題,選得太簡單則浪費時間,選得太難則抹滅閱讀興趣,所以,老師在此過程中所扮演的角色非常重要。

但我們仍然發現,有些學生想閱讀的科普書籍不在推薦名單之中(買不到或圖書館借不到),且此書籍經老師簡單翻閱,也適合學生閱讀之時,老師該怎麼辦?我想答案應是非常明顯,但這些書籍老師未詳細閱讀過時,該如何批閱呢?所以,我們將老師批閱分成兩部分討論,一部份是老師未閱讀過的批閱模式,另一部份是老師閱讀過的批閱模式。很清楚的是後者較深入,當然我們還是希望老師都能閱讀過,可以跟學生有較好的互動。

- 1. 老師未閱讀過的批閱模式
- (1) 教師如何快速了解學生選看書籍的重點:
 - ① 先看書名頁,然後看推薦序、作者自序與出版計的介紹
 - ② 研究目錄頁並檢閱一下書中所附的索引
 - ③ 開始挑幾個看來跟數學息息相關的篇章來看
 - ④ 最後一步,把書打開來,東翻翻西翻翻,念個一兩段,有時候連續讀個幾 頁,但不要太多。
- (2) 教師批改閱讀心得的準則:
 - ① 首先先看學生的閱讀書籍內容大意,了解學生是否確切掌握書籍的重點。
 - ② 判斷學生是否能從書中學到或了解數學概念。
- ③ 學生在書中所提出的不懂問題或概念,教師加以引導學生並簡略的解決學生心中的數學疑惑。
- ④ 是否學生有去蒐集與發現生活上的數學應用。
- 2. 老師閱讀過的批閱模式

教師閱讀過書籍的提升批改原則,除了上述批改準則之外,可再增加下列幾項 原則。

- (1) 從學生的閱讀心得中,觀察學生對於書本中的內容認識,是否與作者想要 表達的意思是一致的。
- (2) 對學生進一步追問,提出老師在文中看到較深入的數學概念,詢問學生懂

HPM 通訊第十二卷第三期第六版

不懂,或者有些觀念老師沒有教過,學生是怎麼去思考解決問題。

- (3) 整合學生不懂的地方,可針對個人或者是班級進行引導教學,讓學生更了解閱讀書本的數學概念。
- (4) 給學生自學的空間,老師可提供方向,讓學生主動去思考與蒐集,其有興趣且相關的單元內容資料。
- (5) 從學生的閱讀心得中,是否可以觀察到學生表達的意思,能給於該書本一些客觀且公平的評斷。

四. 回饋與省思

我們都知道,良好的閱讀基礎在於主動閱讀,主動的閱讀就能提出問題來,常能提出問題便能提升自己的閱讀能力,促使我們的思考與解決問題的能力一起提升,這不只是對我們的教學有益,對學生的數學學習也幫助不少,它更能幫助我們的心智保持活力與成長。

然而,當我們要開始進行此項活動時,學生的配合度是一個大問題,不是時間不允許就是隨便應付,所以強力建議老師,事前應先大力宣導,再利用段考後或寒暑假期間進行,最重要的要有獎賞或加分,學生才願意認真配合。當然我們更希望學生學習閱讀之後,能主動爲獲得資訊而閱讀,爲求理解而閱讀,在作者與讀者之間有良好的互動,不是只爲了獎勵而是自身的需求。

帶領學生的閱讀過程中,我們不斷的批閱學生的心得,來調整學生閱讀的學習單,從最早的開放式心得表達模式,到現在的引導式心得表達模式,仍有不完全的地方,值得我們再改善。同時我們也請教過一些國文老師,雖然他們重視修辭語意與我們強調數學理解不同,但也獲益良多。

最後,談及批閱的部份,是讓我們思考且討論較久的地方,所呈現的是目前的共識, 等批閱更多學生之心得,應可再做調整,若有機會更期待與學生訪談或讓學生上台發表, 我想應可激起更多的閱讀火花。

97新莊區數學資優教育方案阅讀心得——《博士熱愛的算式》

李政憲

林口國中

上學期本人有幸擔任新莊區數學資優營隊導師,並指定學生書寫數學科普書籍心得,本身並參與由洪萬生教授主持的「數學科普閱讀與運用工作坊」研習;資優營隊結束後,找了兩位有興趣的同學繼續科普閱讀,並共同參與了本學期初的「數學普及書籍閱讀國際研討會」。以下是兩位同學看了<u>小川洋子</u>所著《博士熱愛的算式》一書後,在指定題目上與本人互動的內容:

97新莊區數學資優教育方案阅讀心得 姓名:黃咨博 座號:26

書名:博士熱愛的算式 出版社:麥田 出版年月:2004/7

備註:紅字括號加底線表示可能有所訛誤,藍字粗斜體加底線表示書寫較佳處,綠字粗體 表示老師評論及加註 (編註:為行書字體部分)。

一、 你為什麼選擇這本書書寫心得?書名或內容有什麼吸引你的地方?

「博士熱愛的算式」是個很特別的書名,數學界有林林總總的公式,不同的算式吸引不同的人,懷爾斯的半生心血即是費瑪最後定理,艾狄胥則是熱愛質數定理。而我則是在國小時迷上了畢氏定理和海隆公式。任何一個算式都有它的美感。書中博士對於數字有著特殊的感情,或許沒有像阿基米德般的激烈熱情,卻讓我感到一份含蓄和謙虛。博士喜歡數字,沒有驚天動地的理由,他只是喜歡數字之間的美麗。

書中博士只有80分鐘的記憶,使得他只能記住有限時間內的東西,而他的頭腦中也只殘留著一些古早的、基本的定理。它的一生可說是只有80分鐘,卻以如此有限的時間證明了數與人的關係,題材十分新穎,而且沒有一般科普讀起來的吃力,使我對此書很有興趣。

說真的,這大概是所有數學科普書籍裏最不像數學書的一本,也不需要高深的數學知識,也是老師為什麼極力推薦所有人,無論數學程度好壞,都可以好好閱讀的一本書。若再結合電影的欣賞與討論,相信可以讓不少討厭數學的人徹底改觀,好好欣賞數學的美與特色。不妨也再進一步想想,為什麼博士的記憶是80分鐘?在無限的時间中探討人類有限的生命,而在有限的生命中撷取每一段80分鐘,期能讓每一小段有其意義,成為人生中的精華。

我覺得博士 80 分中的記憶可以幫他去除更多不必要的外務、記憶。他可以留下更 多空間來投注於數字,少了多餘的煩務,能夠讓對數字的直覺更爲準確。

每一段的80分鐘,都留下了輝煌的計算,雖然停留的時間很短,但是每段80分鐘都使一個算式活躍了起來。

二、 請敘述這本書的內容大網。

一個單親媽媽應徵到一個只有80分鐘記憶的博士家當管家,一開始無法認同博士的奇怪,但是到了後面,卻漸漸受到博士的影響,對數字有一份認可及熱愛。而她的兒子也在一段時間後進入了博士的生活。三個人的關係,透過互動及數字變得更緊密。

此書並非探討數字間關係的科普,亦非數學家小傳。卻因此而更貼近人、引人入勝。博士 所提到的每個公式及理論都代表著他對數學的熱愛,對管家母子而言,則是他們與博士溝 通的橋樑。博士一生的記憶,於是多了兩個奇妙的數字:一個管家,一個小孩。

這真是一個有趣的比喻②。不過若要问我的意見,我覺得管家與小孩倒比較像兩個特別的算式,因為他们兩位的加入,許多生活上的數字才有其意義,博士的生命才因而圓滿。 想想連結自己與家人、朋友们之间的橋樑又是什麼?目前的你我是否也像他们一樣,是以數學(字)相連結的呢?

我覺得如果要將他們比喻爲算式,那麼整合起來的關係就該是一個證明了。每個人的 算式都有意義,並且共同證明了一個屬於他們的命題! 另外我也覺得將其比爲因式分解中的各個因式集合起來的倍式很恰當!

三、 你覺得本書的主題或重點是哪些章節?有什麼是自己可以應用在生活或學習上的 嗎?

此書最重要的部份在於第3、4章。

此二章節最重要的是博士對生活中一些數字的詮釋,博士對於一些我們平常不會注意到的 數字提出了不同的想法,數字的奧妙雖不僅於此,但是卻將其奧妙引伸出來。此兩章節在 本書中具有最高的知識性及啓發性。

另外最後一章也是很重要的,博士最後面仍在講解質數,我在最後的章節發現了計算數學的快樂,就像博士充分享受解題的快感般,我們也應該對各個式子視爲寶庫,充分享受、 了解它。

誠如博士曾經提過的:「數學可以解開真實的奧秘,也可以用數學來表現真實。」在 每次解惑過程之後,我们該善加珍惜保存每個最終的結果,才是真的對數學表示我们的尊 重之意。而博士最愛的質數,如同他個性般的單纯而古怪,定義雖然簡單,延伸的討論至 今仍沒有最後的結論,不也正是「上帝的筆記本」厚重而無垠的最佳寫照嗎?

其實每個結果都是一個經驗,也代表了另一個開始,學習的延伸。除了善加珍惜,更要好好反思其道理,甚至去探討出新天地。這樣子永無止盡的探索,其實就如鹿橋「人子」一書中的文章「汪洋」,追尋算式中,重點不在於到達,真正重要的,是你在這片海學了多少、發現了多少、航行中瞭悟了多少!

四、 你在這本書裏學到了哪些數學知識?是否改變了你對數學學習的看法與態度呢?

此書並沒有蘊含過多的知識,其中完美數等我也知悉。此書最重要的是詮釋一個觀

念:數字無所不在。書中博士喜愛數學,他眼中的世界級是數字的結晶。

而管家也因爲博士之故了解到一些數字的意義。其實生活中很多事都可用數學解釋,

就像「數學大騷動」一書中所提。數學的發現並不限於紙筆,任何地方都隱藏著數學。 以往我總是認爲數學家是以紙筆成功的,其實不然。<u>真正的數學,要像博士一般,在生活</u> 中發現、在生活中應用。其實,數學是無所不在的!

五、 說出你覺得這本書最欣賞的一至兩段話,並說明原因。

出處:第 227 頁:「e ^(π *i*)+1=0 」

這個公式涵蓋了整本書的內容,每個數字也像書中的角色。其中以連分數加總而成的常數e,我將它贈與博士,<mark>博士就如e一般,看似神秘古怪,其實他的一生、他的個性,是極爲巧妙的。一心一意沉浸於數學的他,像無盡的連分數</mark>; π 是管家,原本諸多秘密的她,到了最後形像日益鮮明,就像 π 從 3 到 3.14…的演變。她的兒子是虛數i,原本不該存在的數字卻又活躍於公式,他本身的個性也像-1 一般的靈巧,不受正數的束縛,再配上他的綽號「根號」,剛剛好~

而最後的 1 是寡婦,即使沒有直接影響到博士的世界,但是卻在末尾有著重要的地位。 而不論是 π 、i 或 1,都影響到了 e,也就是博士。最後四人的關係構成了完美的一個 0。 這個公式乃是此書的寫照。

與我心有戚戚焉!其實電影另有譯名:「博士的愛情方程式」,或許更添了博士與寡婦關係的神祕感,然而管家及兒子份量卻顕然不夠了。是以雖然尤拉公式e'"+1=0 在管家尚未出現前,是屬於博士與寡婦專有的秘密,然而卻在管家的加入後有了奇妙的變化,結合她的兒子鹅向完美的 0。

六、 你覺得這本書最難或看不懂的地方在哪裏?可以如何去克服呢?

此書難度不高,只有末尾的歐拉公式超乎了我的理解範圍。常數 e、圓周率 π 、虛數 i,再配上 1,構成一個 0。5 個數字,構成了乾淨美麗的公式。了解 e 的意義後,其實此公式是很奇妙的。但是其中牽扯的部份過於複雜,要理解其實有點難,而且我也沒想過次方數可以是無理數。

這個公式我認爲對我還很艱澀,或許可以先從更基礎的部份探討,再慢慢來研究。現在只需要好好欣賞它構成的完美。

一個難理解的方程式更添幾分博士與寡婦间的神祕,而管家也藉由想要探討其奧秘的原因,更加深入了解相關的數學知識。或許比起其他較易於理解的數學概念,這個公式正足以畫龍點晴,留下更多遐想给讀者去想像。

這本書許多奇妙的設定,如:80分鐘的記憶,都使得此書更爲神祕有趣,好似一個未 解公式的難以掌握。然而到了末尾,最後的歐拉公式卻完美而簡潔的証明了一切,之前的

幾個難題,都成了此證明的一部分!

七、 如果有機會,你會推薦哪些人看這本書?並建議他們從哪些章節開始看呢?

我想推薦給一些討厭公式、逃避數學的人。

此書之中以一個歐拉公式表達了他們之間的關係,也<mark>間</mark>接的說明了數學公式具有的美感。 他們看了書之後可以引導他們想一想自己學過的公式,並去思考各個公式的意義,並找出 喜愛者,最後引導他們去接觸、發現數學。

另外此書也很適合想接觸數學科普的人看,劇情發展十分引人入勝,沒有高潮迭起, 而是以簡單的數字漸漸創造高峰,最後是一個美妙的定理以及完全數 28,想要從頭接觸 者,可以閱讀此書!

美妙的定理結合完美的數字,恰巧给這難解的習題一個美好的結局。管家持續做著管家工作,根號成了數學老師,寨婦也放下心中的隔阂,雖然博士的記憶無法恢復,然而把握每一段當下的時间,好好與身邊的人相處,或許對於許多有著許多時间,對於身邊的人卻不曾珍惜過的人而言,正好提供了另類思考與反思……。

本書給我的感覺:(以☆表示,最多五顆☆)

這本書的吸引力:☆☆☆☆☆

這本書的難易度:☆ 這本書的實用性:☆☆

臺北市誠正國中 97 學年度學術性向數理資優班 講座課程資訊!

陳敏晧 國立蘭陽女中

台北市誠正國中今年特別為校內七年數理班 23 位學生規劃數學課程,構想源自於其教務主任張再興與我的淺見,張主任負責行政相關事宜,我負責課程規劃與師資協調,主要方向有兩個,一是每周五下午的彈性課程時間,由誠正國中數學團隊,安排一回 AMC 8 考古試題,先由學生思考問題解法,約莫一個小時,再由數學老師講述試題結構、解法分析,最後與學生討論解題策略或由學生上台闡論其觀點:一是周六上午數學專題講座,我邀請七位老師共同負責專題研究,由於學生是七年級生,講座主題以有趣、淺顯、延伸性數學爲題材,期望能培養學生的主動學習數學的動力,如下表規劃:

日期	講座主題	講師	講師現職	講師學歷
03/07	巴斯卡三角形與 數學摺紙	陳敏晧	國立蘭陽女中教師	國立台灣師範大學數學所 碩士 國立清華大學歷史所博士 班
03/14	畢氏定理證明與 淵源	蘇俊鴻	臺北市立第一女 中教師	國立台灣師範大學數學所 碩士 國立台灣師範大學數學所 博士班
03/28	面積與體積求法	阮錫琦	台中市立西苑高 中教師	國立台灣師範大學數學所 碩士
04/11	數與計數	游經祥	臺北市立成功高 中教師	國立台灣大學數學博士
04/25	方程式解法與圖 形	英家銘	國立臺灣師範大 學數學系助教	國立台灣師範大學數學所 博士班
05/02	遞迴關係	林文俊	台北市立北一女 中教師	國立台灣師範大學數學所 碩士
05/09	解題策略	曾政清	台北市立建國高 中教師	國立台灣師範大學數學所 碩士
06/13	快樂學幾何	陳啟文	台北市立中山女 中教師	國立台灣師範大學數學所 碩士

草創活動、缺失難免,期望數學先進能多給於指導。

「數學普及書籍阅讀國際研討會」報告

洪萬生 台灣師範大學數學系

本研討會(時間:2009年2月15日(週日),地點:台灣師範大學公館分部國際會議廳)由本系承辦,教育部九年一貫課程與教學數學學習領域輔導群,以及本校公館校區圖書館協辦,主要經費由國科會數學研究推動中心贊助,另外,本系及前述輔導群也有挹注,讓整個活動得以順利進行,謹此申謝。

鑒於國際出版界對於數學普及書籍出版熱潮的歷久不衰,也由於這種新興的文類對中 小學生閱讀之重要性,我們利用此一研討會,邀請相關的學者與中學教師分別從學術、教 育和推廣三個層面,來探討數學普及閱讀活動的價值與意義。

在這一次研討會中,透過各方面專家學者的報告,我們不但多少掌握英美、法國、日本、韓國、中國和香港的出版現況以及簡要評論,也分享諸如數學小說、數位文學和推理小說等創作之文學理論研究,以及我們針對百部數學普及讀物的內容 vs. 形式之研究的初步成果。此外,由於教育部大力推廣閱讀運動,九年一貫課程與教學數學學習領域輔導群,更是將此一活動列爲主要的輔導項目,因此,當天與會的 210 名參加者(以簽名爲準)之中,約有 180 人都是現職的中小學數學教師,可見,科普閱讀活動已經逐漸紮根在中小學校園,而鍾靜教授更是扮演重要的推手角色。

另一方面,由於數學普及閱讀與通識素養息息相關,因此,本研討會也針對大學通識教育和科普閱讀之關係,進行初步的探討。這一教學活動在台灣師大校園內,尤其將連結到圖書館對於科普書籍的有系統收藏,以及 2009 年科普閱讀的全面推動,希望有助於本校學生的科普素養之提升,爲全民的科學文化之培育,善盡一份心力。

此外,我們在教學活動展示區,也邀請本系郭君逸教授團隊的魔術方塊表演,林壽福老師(北市興雅國中,輔導團中央成員)團隊的數學魔術表演,彭良禎(北市麗山高中)與郭慶章老師(北市建國中學)的摺紙示範,以及本系研究生的動態幾何DEMO,還有本系所布建的「台灣數學博物館」(http://museum.math.ntnu.edu.tw) 之導覽。

本研討會學者有來自韓國、香港、日本和俄羅斯的數學家或數學史家,也有國內數學家,數學教師兼科普作家的現身說法,更有力邀自文學院的小說研究學者,一起共襄盛舉。這些精彩多元的演講內容,都將布建在台灣數學博物館的專欄之中,供各界同好分享。

總之,這一場十分成功的國際研討會,雖然只有相當緊湊的一天,然而,由於我們秉持學術研究與教育推廣並重的原則,因此,對於中小學教師具有莫大的吸引力。再加上展示區非常多元的活動設計,更是讓與會者滿載而歸。從經營更細緻的數學文化觀點來看,我們自信已經跨出非常重要的一步,儘管所花經費十分有限(總共約十萬元,其中演講費及茶水費 20,000 元由教育部九年一貫課程與教學數學學習領域輔導群所贊助;場地費19,920 元由台灣師範大學數學系所贊助)。希望將來有機會再舉辦類似的活動,以饗更多的數學普及作品之愛好者。

茲將本研討會相關資訊附錄如下,以供參考:

一、籌備委員

左台益(國立台灣師範大學數學系)

李國偉(中央研究院數學研究所)

林芳玫(國立台灣師範大學台灣文化及語言文學研究所)

單維彰(國立中央大學數學系)

洪萬生(國立台灣師範大學數學系,召集人)

琅 元(國立清華大學通識教育中心)

城地茂(國立高雄第一科技大學應用日語系)

郭君逸(國立台灣師範大學數學系)

翁秉仁(國立台灣大學數學系)

鍾 靜(國立台北教育大學數學暨資訊教育學系)

劉柏宏(國立勤益科技大學通識教育中心)

蘇意雯(台北市立教育大學數學暨資訊教育學系)

二、研討主題

- 百部數學普及書籍深度評論之總結
- 小說(含數位與推理)中的數學與科學
- 科普作家研究
- 校園中的科普閱讀(含大學通識教育)
- HPM (數學史與數學教學之關連)與數學普及
- 數學繪本
- 台灣數學博物館與數學普及
- 數學史

三、演講(講員與講題)

Lee, Sang-Gu(李相龜,韓國成均館大學數學系): Popular Math: mathematics of some interesting game

李秀妃:繪本與卑南族鞦韆

李國偉:我擁有的第一本數學普及書籍

林芳玫:兩本數學小說的比較:敘事分析於文學與數學教育的應用

洪萬生:百部數學普及書籍之評論

徐光台:從比較歷史來看科普作品背後與數學和通識教育的應用

須文蔚(東華大學中文系):當文學觸了電:台灣數位文學發展概論

城地茂 (Shigeru Jochi): 日本數學普及書籍出版現況與評論

琅元 (Alexei Volkov): Mathematical Education and Textbooks in Russia and USSR.

鄭振初(香港教育學院數學系):香港與中國數學普及書籍出版現況與評論

博佳佳 (Charlotte Pollet, 本系博士生): Popular Mathematics in France: Tools for

HPM 通訊第十二卷第三期第一四版

pedagogy, tourism and traditional culture

鍾靜:中小學數學普及書籍閱讀之推廣

陳國偉(中興大學台灣文學研究所):理性之力 vs. 慾望之力:推理小說中的偵探的 科學身體

謝佳叡、英家銘(本系博士生):數學通識與數學普及閱讀:以台灣師大通識核心科目「數學活動與思維」教學爲例

蘇俊鴻(本系博士生、北一女數學教師):畢氏定理:從 Loomis 到 Maor

蘇惠玉:(台北市西松高中數學教師,《HPM 通訊》主編)數學在推理小說中的角色扮

演 一 我看《嫌疑犯 X 的獻身》

劉柏宏:英美數學普及書籍出版現況與評論

四、數學普及書籍閱讀國際研討會議程

時間	師大分部綜合館(國際會議廳)
08:30~09:00	報到
	TPW V
09:00~09:10	開幕
09:10~09:50	主持人:洪萬生
	Lee, Sang-Gu (李相龜): Popular Math: Mathematics of some interesting
00.50.10.00	game.
09:50~10:20	主持人:洪萬生
	李國偉:我擁有的第一本數學普及書籍
10:20~10:50	主持人:左台益
	林芳玫:兩本數學小說的比較:敘事分析於文學與數學教育的應用
10:50~11:20	主持人:左台益
	徐光台:從比較歷史來看科普作品背後與數學和通識教育的應用
11:20~11:40	主持人:左台益
	鍾靜:中小學數學普及書籍閱讀之推廣
11:40~12:00	主持人:左台益
	洪萬生:百部數學普及書籍之評論
12:00-12:10	主持人:洪萬生
	抽獎:5 本數學普及書籍、5 個教具、5 個魔術方塊
12:10~13:00	午餐(餐盒發送地點:數學館)
13:00~14:30	主題:小說戲劇
	主持人: 林芳玫
	演講者
	須文蔚:當文學觸了電:台灣數位文學發展概論
	陳國偉:理性之力 vs. 慾望之力:推理小說中的偵探的科學身體
	蘇惠玉:數學在推理小說中的角色扮演
14:30~17:00	主題:各國科普
	主持人:李國偉
	演講者
	城地茂:日本數學普及書籍出版現況與評論
	琅元:Mathematical education and textbooks in Russia and USSR.

	劉柏宏:英美數學普及書籍出版現況與評論		
	鄭振初:香港與中國數學普及書籍出版現況與評論		
	博佳佳: Popular Mathematics in France: Tools for pedagogy, tourism and		
	traditional culture		
17:00~18:00	主題:數學與通識		
	主持人:徐光台		
	演講者		
	李秀妃:繪本與卑南族鞦韆		
	蘇俊鴻:畢氏定理:從 Loomis 到 Maor		
	謝佳叡、英家銘:台灣師大的數學核心科目教學與數學普及閱讀		
18:00~18:20	閉幕:數學普及書籍抽獎		

最後,請讀者注意:上述議程與原已公布於本刊第十一卷第十二期(頁 19-20)之版本略有出入,爲存其真,特將最後版本刊布於此。

- 1. 為節省影印成本,本通訊將減少無版的的發行,請讀者盡量改訂PDF電子檔。雲訂閱請將您的大名,地址,e-mail至 <u>suhui yu@yahoo.com.tw</u>
- 2. 本通訊若需影印僅限教學用,若需轉載請给原作者或本通訊發行人。
- 3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。 $\frac{$ 收稿請e-mail $\frac{}{}$ $\frac{$
- 4. 本通訊內容可至網站下載。網址: http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmletter.htm
- 5. 以下是本通訊在各顯市學校的聯絡員,有事沒事請就聯絡

(HPM 通訊) 駐校連絡員

日本東京市:陳昭蓉(東京 Boston Consulting Group)、李佳嬅(東京大學)

基隆市: 許文璋(南榮國中)

台北市:楊淑芬(松山高中) 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍(成功高中)

蘇俊鴻(北一女中)陳啓文(中山女高) **蘇惠玉(**西松高中)**蕭文俊**(中崙高中)

郭慶章(建國中學)**李秀卿**(景美女中) **王錫熙**(三民國中)**謝佩珍、葉和文**(百齡高中)

彭良禎(麗山高中)**邱靜如**(實踐國中) **郭守德**(大安高工)**張瑄方**(永春高中) **張美玲**(景興國中)**黃俊才**(麗山國中) **文宏元**(金歐女中)**林裕意**(開平中學) **林壽福**(興雅國中)、**傅聖國**(健康國小) 李素幸(雙園國中)程**麗娟**(民生國中)

台北縣: 顏志成(新莊高中) 陳鳳珠(中正國中) 黃清揚(福和國中) 董芳成(海山高中) 林旻志(錦

和中學) 孫梅茵(海山高工) 周宗奎(清水中學) 莊嘉玲(林口高中) 王鼎勳、吳建任(樹

林中學) 陳玉芬 (明德高中) 羅春暉 (二重國小) 賴素貞 (瑞芳高工)

宜蘭縣:陳敏皓(蘭陽女中) **吳秉鴻**(國華國中) **林肯輝**(羅東國中)

桃園縣:許雪珍(陽明高中) **王文珮**(青溪國中) **陳威南**(平鎭中學) **洪宜亭**(內壢高中)

鐘啓哲(武漢國中) **徐梅芳**(新坡國中) **郭志輝**(內壢高中) **程和欽**(永豐高中)、

鍾秀瓏(東安國中) 陳春廷(楊光國民中小學)

新竹縣:洪誌陽、李俊坤、葉吉海(新竹高中) **陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷**(竹北高中)

洪正川(新竹高商)

苗栗縣:廖淑芳 (照南國中)

台中縣:洪秀敏(豐原高中) 楊淑玲(神岡國中)

台中市:阮錫琦(西苑高中) 歐士福(國中)

嘉義市:謝三寶(嘉義高工)**郭夢瑤**(嘉義高中)

台南市:林倉億(台南一中)劉天祥 邱靜如(台南二中)

台南縣:李建宗(北門高工)

高雄市:廖惠儀(大仁國中)**歐士福**(前金國中)

屏東縣:陳冠良(枋寮高中)**楊瓊茹**(屏東高中)**陳建蒼**(潮州高中)

澎湖縣:何嘉祥(馬公高中)

金門:楊玉星(金城中學) 張復凱(金門高中)

馬祖:王連發(馬祖帯中)

附註:本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見!

胚腾 (pattern) 與數學

林芳羽台灣師範大學數學系大四學生

書名:數學樂園~從胚騰學好數學

作者: 林壽福

出版社:如何出版社

出版年:2006

出版資料:平裝本,共 326 頁 國際書碼(ISBN): 986-136-082-4



一、前言

數學這門科目需要大量的邏輯思考,加上與日常生活關聯不大,因此,許多學生對數學這門科目懷有恐懼感,而作者林壽福老師則利用生活周遭事物以及搭配學生熟悉的小說故事情節,引導學生學習數學,降低孩子對數學的恐懼感之後,再教學生數學的概念與應用,孩子的接受度會更高。因此,本書的四大教案,猶如好玩的數學樂園:皆顛覆傳統的教法,以生動、活潑有趣的情結、教法引導學生思考、學習數學;這樣的教法最能引起學生的求知慾和學習慾,強化思考能力和邏輯概念,並能將所學的知識應用在日常生活中,養成終生學習能力,有效幫助其他科目的學習。

本書內容含括國中數學,並巧妙地銜接國小與高中的課程。生動趣味的內容,與傳統的教案截然不同,適時地與日常生活相結合;提供了相當多的學習策略和方法,逐步引導學生學習,引起學生的興趣以及成就感,是一本值得推薦的好書。

二、內容簡介

本書內容是由四篇囊括國內教案競賽最高獎金及優等獎的作品加以改編而成。這四部 作品內容依序簡介如下:

1. 一次函數:由三部份組成~函數與變數、一次函數與函數值、一次函數圖形

- (1)函數與變數:由大家耳熟能詳的西遊記~孫悟空大戰牛魔王引入,牛魔王與孫悟空各顯神通,兩位活靈活現的變身,突顯出變量的特性—「變化」意義,以及函數的特性—「對應」關係。接著使用遊樂場中的摩天輪和果菜汁引導孩子們思考兩個變量之間的關係(結合生活與學習)。在引起學生興趣後,便將代數 x、y 引入,讓學生熟悉代數。
- (2)一次函數與函數值:以「功能」或「作用」來理解函數關係,讓學生了解「函數」和「數」沒有關係,基本上是「功能」和「作用」的意思,當兩個有關係的變量寫成數學的關係式時,可以表示成y = kx + b。當學生了解函數的表示法和意義之後,再引用生活中

的例子~燃燒的紙量與二氧化碳(CO_2)的關係來介紹正比例函數:紙的質量變爲 2 倍、3 倍…時, CO_2 也跟著變爲 2 倍、3 倍…,已知一次函數可表示爲 y = kx + b,而紙的質量和 CO_2 的關係爲特別當 b=0 時,即 y = kx,此時稱 $y \in x$ 的正比例函數。

- (3)一次函數圖形:接續紙的質量和 CO_2 的關係,以故事的引導方式了解對於函數關係的表示法,並讓孩子了解不同的表徵方式有不同的使用時機;函數y = kx + b在 b=0 以及 $b \neq 0$ 與圖形上直線過原點以及不過原點的關係。
- 2. 數形迪士尼樂園:由六部份組成~數的魅力、形的藝術、永恆之戀、形數和合、生活考驗、稅變成長
- (1) 數的魅力:作者一開始先以數字序列和英文字引入,接著介紹一些特別的數字,Ex: (a)12345679×9=111111111(12345679×9n=nnnnnnnnn)
 - (b)「雙塔奇觀」

- (2)形的藝術:談完數字後,作者緊接著介紹圖形,先使用簡易的對稱圖形引起孩子的 興趣,接著設計運用歸納推理的方式來想像後繼的配對圖形爲何。
- (3) 永恆之戀:利用上兩個基本工具引出「第n項」。作者給了許多例子,包含了數字以及圖形,以漸進引導的方式帶領孩子思考第n項的表示法。
- (4)形數和合:此關呼應「數的魅力」與「形的藝術」兩關所體驗到數學規律的美,將

HPM 通訊第十二卷第三期第一八版

形數和合,讓學生再次欣賞到數學的美麗與趣味,包含了長方形數、三角形數、四角形數、 五角形數、六角形數、K 角形數...等個數;而本關除了一般式的探索方法,也包含了等差 級數的求和方法,並在學生熟悉形數的一般操作模式後,引入〈看圖說故事〉,讓學生由 數式找出相對應的圖形,或由圖形推求對等的數式。

- (5)生活考驗:作者引進生活週遭的事情,例如:握手次數、切蛋糕、桌子座位...等等。
- (6)稅變成長:作者在這一關題材同樣也是從日常生活中擷取出來,並且結合上述五關, 將圖形複雜化、立體化,並試著將圖形重排,重新觀察。
- 3. 鑲嵌(磚瓦)飾:同樣也是以故事引入,並藉由故事思考「有哪些正多邊形能被用來緊密地鋪滿整個平面」及介紹正則鑲嵌與半正則鑲嵌。作者一開始使用正多邊形以及多邊形鑲嵌整個平面,並且以代數分析的方式帶領孩子思考當圍繞著一點聚集 n 個正多邊形時所有的解。除此之外,作者使用多邊形的方式引入以曲線鑲嵌整個平面的方式,並以故事引導的方法讓孩子自己動手試試看。
- **4.** 一筆畫之生存遊戲:由五部份組成~營救市長的兒子、解脫壁虎的煩惱、爲貓咪找到回家的路、智慧大考驗、與大師心靈相會

由扮演偵探的角色和蜘蛛網來引起學生的學習動機,並舉出生活中常見的形狀:水泥縫隙圖、走廊的磚形、玻璃窗架和窗戶...等等讓學生能經由觀察,就可以找出一筆畫回原來出發點的圖形,這些例子因爲容易、趣味,所以,會帶來成就感。再從這些例子中讓學生由偶數點與奇數點,來思考能一筆畫以及不能一筆畫的差別。接著,引入歷史上有名的尤拉七橋問題,這是典型的數學建模的運用,就是將所考察的的實際問題化爲數學問題,構造出相應的數學模型,再通過對數學模型研究結果的解釋,使實際問題得以解決的一種數學方法。

三、評論

本書內容極爲生動活潑,讓讀者愛不釋手,它打破一般教師的上課方式,處處佈有能讓學生自行觀察、探索的契機,藉由發現的技巧來刺激與保持學習的興趣,並讓學生能運用學習到的技能,解決日常生活中會遇到的問題,從而領略其中趣味到發現真理。本書之所以適合學生、家長、以及教師,當然在於內容生動有趣、淺顯易懂,且附有設計理念、教學方法與注意事項。同時,它也可以讓教師及家長能夠清楚了解授課重點以及授課目標,並且提供了完整的引導策略和方法,讓學生逐步學習,學習到完整的數學內涵。

最值得注意的是,作者能將一個單元或一個重點,以一個完整的故事敘述來鋪陳,以 故事引導學生思考,產生對數學的興趣。當學生能主動思考、產生興趣,那麼,他們就會 發現學習本身是一件有意義、有趣的事;當孩子有強烈的內在求知動機,孩子就會主動學 習,而這正是現今的教育改革亟待落實的理念。

《數學奇蹟一魔術》自序

林壽福 吳如皓 台北市興雅國中

連續兩年來,分別由教育部、國科會公佈的 2006 PISA、2007TIMSS 國際測驗評比,台灣 15 歲和八年級學生分獲捷報,都拿下數學能力世界第一。這是很令人振奮的好消息, 悉為國中數學教師一員,同感光榮! 不過,與此同時更讓人關心的是, 在 2003 TIMSS 和 2007 TIMSS 測驗相關的調查研究均顯示,台灣學生呈現低自信、低興趣,以及對於是 否喜歡數學的看法,有偏向負面的趨勢。換句話說,學生在情意面向上的表現,還有很大的改善空間!顯然成績好並不與「喜歡學數學」成正比。

台灣學生有這樣亮眼的成績,無非與近幾年來教改強調融入生活化、趣味化的題材,基測命題趨勢多著重於生活情境題的鋪陳,以及多數教科書重視選用生活情境來進行數學概念的引入,或是應用數學概念與方法來解決生活問題有關。加上我們擁有優良的傳統,除了數學教師們普遍認真教學之外,老師、家長均十分重視學生們的課業表現,並且會不斷給予學習的督促和成功的期待。

即便如此,中小學數學的教與學還存有許多亟待努力的空間。目前教科書多數仍以演繹知識的方式編排,學生學習的都是現成的知識結論,養成僅需記憶和運用,不必去探究和發現的習慣;這些現成的知識,對學生而言,是抽象且不容易理解的結論;這樣的呈現方式,也掩蓋了數學知識被發現、認識和發展的過程。不僅學生不容易知道知識的來龍去脈,只能機械式的模仿;而且凸顯局部的例題或習題編排,無法瞭解知識之間的內在邏輯結構,學習數學變成只是解題訓練。此外,有考試和進度的壓力,以及補習的速成文化助長,老師們大多使用「題海戰術」來加強學生的實戰操練,造成了多數學生對於數學學習的刻板印象——數學=「考試」+「解題」——,因此,如果學生沒有真心投入,他們會越來越覺得數學學習的『苦』與『煩』,提不起學習興致,甚且會對數學學習產生極端的厭惡感。

兩位作者過去一年來,藉由執行中小學科學教育專案計畫,研發與設計教學啓蒙例(或 張本例)(generic example; Tall, 1986),意外發現,許多魔術題材很能符應啓蒙例的屬性, 而我們倆一整年合計也有超過百場的數學魔術表演,分享創意設計的點子於各校園,均廣 獲好評!現場,我們發現無論是數學教師、資優班學生或者常態班學生,大家都對數學魔 術展現高度的好奇和學習興趣,可謂是「年度最夯的數學演講!」這是激發我們結集出書 的最大動力!

本書旨在透過魔術的新、奇、趣效果,引動學生學習數學的動機,它同時具備娛樂性和挑戰性,頗能滿足學生探索的慾望,拉近師生的距離,消除不少學生對於數學的恐懼感。對學生而言,魔術比一般傳統課堂的學習更具吸引力,而神奇玄妙的聲光刺激,可以帶給他們無比的興奮、想像與好奇,是激發學習動機很好的工具,真正感受到數學既有趣又好玩!這是因爲它能將簡單的數學規律化作神秘的故事情節,讓人拍案叫絕!具有引動好奇的魅力!例如魔術師耳朵可以聽牌,能不落痕跡閃電速算,也能預知觀眾的運算結果,並感應到任何一張紙牌的花色、點數;魔術師也能教你談情說愛、潤滑人際關係,以及如何

HPM 通訊第十二卷第三期第二〇版

巧妙地展現風趣與睿智,學會這些魔術,將爲你跨出成功人生的第一步!

我們知道,部分魔術的結構比較複雜,所涉及的數學概念或 patterns 的掌握與理解,隱而未顯,對初學者有一定的難度,需要透過解說才容易明白;而本書的重點是在數學概念的學習,魔術扮演的僅是媒介工具的角色。因此,每個魔術活動設計,除了有【破解版寫真】和【原理解說】之外,幾乎每個活動都搭配有學習單的佈題設計,提供給數學教師們作爲引導學生數學思考之用,採取由淺入深、逐步鋪陳的方式,並且多數含有的思維策略和學習方法,務使學生能藉著階梯「拾級而上」,獲得成功的體驗和成就的滿足,同時擁有面臨挑戰的機會與經歷,從而鍛鍊其克服困難的意志,建立學好數學的自信心。這種探究發現的教學佈局,多數是歸納推理的運用,可以補充教科書演繹方式編排的不足,對於鞏固學生概念和產生學習遷移作用,頗具成效。總之,我們企圖透過這些魔術,爲學生構築了一個學習抽象數學知識的具體媒介,讓他們能順利建立概念心物(mental object),進一步作爲學習新概念的參照對象;它們同時也能作爲引動瞭解、形成直觀的憑藉。若再輔以優良的教學法,以及掌握思考引導的策略與方法,我們預期它們將可以改變學生對於數學課的看法,以及提升數學教師受歡迎的程度。本書有關數學能力的說明與界定,主要是參考 NCTM(1989)的架構,再輔以 Krutetskii(1976)對數學能力結構的分析,這兩項資料來自黃志賢教授的文獻翻譯。

愛因斯坦說:「教師的主要任務,是喚醒學生對創造與知識的樂趣。」教育學家康斯坦丁 • 烏申斯基 (Константин Дмитриевич Ушинский) 也說:「沒有絲毫興趣的強制學習,將會扼殺學生探索真理的欲望。」我們始終堅信,興趣是最好的老師,學生自己感興趣的,再苦再累也心甘情願付出!興趣也是學習和創新的重要動力,而創新則需要興趣來維持。

本書能順利付梓,要感謝許多貴人相助。恩師洪萬生教授近三年來不辭辛勞,不斷提供我們專業上的增能,無論在科教專案研究計畫上的指導,或者北區 10 縣市輔導團員的成長研習,都讓我們獲益良多!而謝豐瑞教授一直是我們在數學教育專業上,經常請益的良師典範!郭君逸教授在我們出書前夕,熱心提供我們在魔術技法上的指導,以及專業上的修正建議!教授平易近人,讓我們毫無壓力,並且有如沐春風的感受!感謝鍾靜教授近幾年來在中央輔導團所投注的心力與付出,讓我們學到很多行政,以及人際上的處事智慧!洪于雅實習老師的攝影和版面編輯,讓本書展現光彩!祝福她本年度能順利考上正式教師!感謝興雅國中美霞校長的默默支持與鼓勵,是我們最好的行政與後勤支援,讓我們倆得以在專業上盡展所長,無後顧之憂!最後要感謝尖端出版社曾慧雪主編,抱病期間仍然爲本書辛勞付出,本書能順利出版她是最大的功臣!