

HPM 通訊

第十三卷 第四期 目錄 (2010年4月)

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）
 助理編輯：李建勳、黃俊璋（台灣師大數學所研究生）
 編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）
 黃清揚（福和國中）葉吉海（陽明高中）
 陳彥宏（成功高中）陳啟文（中山女高）
 王文珮（青溪國中）黃哲男（台南女中）
 英家銘（英國劍橋李約瑟研究所）謝佳叡（台師大數學系）
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

- 三月美東之行
- 推理敘事中的數學 — 作為數學與法治教育的例證
- 「數學家傳記寫作坊」後記

三月美東之行

洪萬生

台灣師範大學數學系

2010年3月25-28日，我應美國亞洲協會 (Association for Asian Studies) 邀請，在林芳玫（本校台文所教授）、李佳嬾（東京大學數學史博士候選人）、北川智子 (Tomoko Kitagawa，普林斯頓大學東亞博士，目前任教於哈佛大學) 以及徐義保（美國紐約 BMCC 數學系副教授）的大力支持下，組成今年年會的報告小組：“Reading” Mathematics: The Acceptance of Mathematical Knowledge in East Asia”。首先，北川智子以 “The Samurai in Math Booklets: Introducing mathematical concepts in Japan at the beginning of the 17th century” 為主題，說明武士在十七世紀和算開端時所扮演的角色。其次，李佳嬾再以 “Continuity and Discontinuity: Making Texts on Western Mathematics in Mid-nineteenth Century Japan” 為主題，說明明治維新前後的日本數學家如何書寫西方數學。最後，林芳玫（與洪萬生合作）則以 “Math and Narrative: Structural Approaches to Narrative Analyses of three Math Fiction” 為題，利用三本數學小說來說明數學與敘事之關連。在三人報告完之後，擔任討論人的徐義保給予總評，緊接著開放討論。

整體而言，這是相當難得的學術經驗，我們將數學史文本與數學普及書籍之研究連成一氣，堪稱是相關學術會議之創舉，希望將來可以持之以恆，逐步開出一條嶄新的數學與敘事 (math and narrative) 的研究進路來。

在前往費城參加亞洲協會年會之前，我們特別提前幾天到紐約與 12 年未見的學長 David Rowe 會面，我們約在道本老師的辦公室見面，再一起前往中餐館吃飯，由道本老師作東，賓主盡歡！David 任教於德國 Mainz 大學數學系，我們團隊成員之一的張復凱目前剛到該校留學，接受他的指導，聽 David 的口氣，復凱相當投入，預料短期內應該可以完全適應，真是替他高興。

這次聚餐除了義保、芳玫之外，還有學長 Cliff Conner 及其太太 Marush。Cliff 目前專事寫作，他的 *A People's History of Science* 備受好評，目前已有德文、法文和西班牙文等版本，希望不久的將來我們可以出版中文譯本。我曾就此事與 Cliff 討論，他非常期待而且願意極力促成此事。



2010年3月28日洪萬生、林芳玫、李佳嬅、北川智子、徐義保合攝於費城Marriot旅館亞洲協會年會現場



2010年3月24日與Cliff Conner, Marush Conner, CUNY 研究生、David Rowe、道本周、林芳玫、徐義保、洪萬生合攝於紐約市中城大勝利餐廳。

這次美東行是我退休後所參加的學術之旅，由於年輕一代學者已經出頭，因此，我的心情無形中變得悠閒多了。此行還與郭正昭賢伉儷小聚，見他退休後生活優裕，身體健康，非常替他高興！郭先生先知卓見，早年在台灣倡導科學史研究，是我們十分敬仰的前輩學者。我在美留學期間，也一直蒙他照顧，至今仍感念不已。

最後，我也必須特別感謝學弟義保！他不僅一口答應擔任我們報告小組的討論人，而且，我們抵美時也一直在他家叨擾，他還提供交通工具讓我們方便進出紐約。有此學弟，夫復何求？

推理敘事中的數學 — 作為數學與法治教育的例證

蘇惠玉

台北市西松高中

一、前言

2009 年的 2 月初，是剛開學忙碌的第一個禮拜，我參加了一個「數學普及書籍閱讀國際研討會」，也應邀發表了有關推理小說與數學教育的小小心得。在參與的過程中，一直覺得自己的專業性不夠，只能不斷給自己心理建設：「我是以數學教師以及讀者的身份發表我的心得而已，不用太過緊張。」不過，也由於此研討會的需求，看了多夏狄斯 (Apostolos Doxiadis) 的論文 “The Mystery of the Black Knight’s Noetherian Ring”，才感覺似乎發現數學教育的另一片天地。在這篇論文中，多夏狄斯提出一個新想法：將敘事的形式應用在數學教育。他除了類比數學與敘事的相似性之外，更將波利亞在《如何解題》中所提出的解題策略，逐條地對比到刑事偵辦的手法上。

以下是筆者針對此篇文章的整理與心得想法，並據以分析幾本數學推理小說，以及與數學有關刑事偵辦影集，說明數學對於推理小說中刑事偵辦角色之影響。至盼藉由這樣的分析，可以拋磚引玉，讓數學教師與學生們對數學與法治教育的關聯，有些微的啟發，從而刺激新的想法與創意，用來幫助學生的數學學習。

二、數學與敘事的相似性

所謂的敘事 (narratives)，指的是一種說故事的形式，可能是紙本 (小說)、影片 (電影) 或是口語傳述。在多夏狄斯的上引文章中，他首先將數學證明的形式與內容，與敘事之間的相似性作一個比較：

數學證明	敘事
討論的對象、關係	人物、場景、關係
邏輯演繹	隨外在原因與人物意圖而進展
想像 (瞭解結論為何被蘊涵)	演繹推理 (認識想像的對象及推展故事的呈現)
達到目標 (證明的結論)	達到目標 (捉到犯人、打倒惡魔、得到真愛、自我成長)

學習過數學或數學證明的人都知道，數學證明一開始一定要先確定已知條件與結論 (要證明物件) 之間的關係，以及與這兩者有關的其他物件之間的種種邏輯關連。同樣地，在一個敘事中，亦必須先確定主角與各種人物之間的關係，時空背景、人物個性等等。因此，在數學證明與敘事之間，首先組成的材料與基本架構是一樣的。

再者，數學推理以邏輯演繹做為推展的手段；而敘事故事的推展，同樣必須根據作者設定的外在因素或人物性格、意圖而走。在推理的過程中，數學家 (或數學實作者) 必須時常從簡短的已知條件與推理過程中，想像結論的存在意義，而敘事的內容雖是作者的想像產品，卻也必須遵守一般所認定的邏輯推理。最後，數學推理證明一定要達成目標，通常是得到所設定的結論 (證明完成)。同樣地，在敘事中也一定會有個結局 (或結論)，例如逮到犯人、打倒惡魔、得到真愛，或是自我成長領悟等等。

由此看來，數學活動中的主體 — 數學推理證明的結構與手法，都與敘事之間存在著

一個可以類比的相似性。如果我們進一步分析在數學解題或推理的過程中，數學實作者所使用的解題策略，則與刑事偵辦或推理小說中常用的手法簡直如出一轍。

三、數學解題策略與偵查辦案方法

在波利亞 (G. Polya, 1887–1985) 的《如何解題》(How To Solve It) 中，他將數學解題活動分成四個階段：

1. 瞭解問題：瞭解問題裡存在的各個關係，例如已知數與未知數之間的關係。
2. 擬定計畫：根據關係擬定解題計畫，大概知道需要有哪些計算、演算步驟或圖形。
3. 執行計畫：必須有耐心地、按部就班地逐步檢查，弄清楚所有的細節，直到確定沒有任何不清楚的陰暗角落會產生錯誤為止。
4. 驗算與回顧：藉由回顧整個求解過程，再次驗算答案與思考解答的過程，藉機加深對數學知識的理解，以及培養解題能力。

在第二階段「擬訂計畫」中，波利亞提到許多合理解決問題的方法。簡單摘要歸納他所提出通常會選擇的解題策略，包括：

- 猜測與檢驗 (Guess and check)
- 尋找規律 (Look for a pattern)
- 作圖表 (Draw a picture)
- 先解決簡單的問題 (Solve a simpler problem)
- 回溯 (Work backward)
- 使用公式 (Use a formula)
- 作出先後順序表 (Make an orderly list)
- 消除可能性 (Eliminate possibilities)
- 使用對稱 (Use symmetry)
- 考慮特殊例 (Consider special cases)
- 使用模型 (Use a model)
- 運用直接推理 (Use direct reasoning)
- 靈敏一點 (Be ingenious) (註：我的理解是有時靈光一閃，忽然有了解題靈感)
- 解方程式 (Solve an equation)

多夏狄斯將這幾個策略，與常在推理劇，或是現實世界中偵探（或警察）解決謀殺案件的手法作比較，發現在數學解題策略與偵查辦案時會使用的幾個手段之間，有非常驚人的相似性：

數學解題策略	偵查辦案方法
猜測與檢驗 (Guess and check)	猜測與檢驗
尋找規律 (Look for a pattern)	諮詢為罪案資訊建檔的人
作圖表 (Draw a picture)	如果有目擊證人，根據他的描述畫出素描
先解決簡單的問題 (Solve a simpler problem)	一段一段漸進式地辦案 (approach the investigation piecemeal)

回溯 (Work backward)	看看誰會從這件犯罪案中得利
使用公式 (Use a formula)	化學的、生物的或任何適用的科技
作出先後順序表 (Make an orderly list)	作出嫌疑犯涉案輕重的順序表
消除可能性 (Eliminate possibilities)	經由查證不在場證明消除可能性
使用對稱 (Use symmetry)	
考慮特殊例 (Consider special cases)	
使用模型 (Use a model)	
運用直接推理 (Use direct reasoning)	運用直接推理
靈敏一點 (Be ingenious)	靈敏一點
解方程式 (Solve an equation)	
	尋找物質證據
	適切地分析
	詢問證人

當然，對於許多推理劇的觀眾（讀者）而言，偵查謀殺案件的方法可能不只上述所列，不過，在多夏狄斯所列出的這幾個方法中，確實可以看到推理劇中用的方法與數學解題策略的共通性。

由於數學證明或解題的結構，與敘事結構有可類比的相似；再者，數學解題策略又與推理劇中常使用的查案方法，有一平行的類比，因此，我們常可以在一些推理劇中發現數學的蹤影。例如，可以在刑事偵辦類型的推理劇中，看到與數學推理邏輯相符的辦案推理邏輯；再者，雖然為數不多，但是最近也開始看到以數學結構或知識內容為主所形成的推理小說；甚至，在目前也有一部影集標榜以數學知識來解決犯罪案件。數學在推理劇中的角色功能或許有異，但不可否認地，數學也是推理劇中經常出現的一個大咖。以下，我將以目前我看到的一些推理小說或影集為實例，分享我的簡單分析心得。

四、數學在推理劇中的角色

1. 以邏輯推理為主要依據來推展劇情

在一般的推理小說或是刑事辦案的影片中，主要結構一定有一個「謎」需要破解，通常都是一個謀殺案件。而主角則需隨著情節推演，利用所得的線索一步步解謎。由於在解謎的過程中，運用到的都是「推理」的技巧，這種推理的技巧當然與數學邏輯推理相符。因此，只要熟悉數學證明的推理邏輯，在看推理劇時通常可以隨著劇情的進展，預知警察所要採取的下一步驟。這種推理劇最典型的例子，就是風靡美台的 CSI 系列了。

CSI (Crime Scene Investigation) 系列影集為美國 CBS 電視台的招牌影集。從 2000 開始播出，分為拉斯維加斯、邁阿密與紐約三個系列，台灣在有線 AXN 台播出。這一系列的影集皆以刑事鑑定為主要破案工具，主角為一群刑事鑑定人員。以拉斯維加斯為例，在每一集中，幾乎都以謀殺案件為開場，接著鑑識人員登場，收集證據，然後依照收集到的證據找關係人（嫌疑犯）來推展故事情節。例如找到指紋或血跡，就比對指紋或 DNA，如果有符合的人出現，就找來問話；如果現場遺留子彈，就比較子彈的彈道痕跡，然後比對

資料庫中的刑案歷史，以槍找人等等。

在這一齣影集中，必須隨著事證的出現，劇情才得以進展下去，因此，故事的進展必須以邏輯推理做為依據。這樣的邏輯推理與我們熟悉的數學證明的邏輯推理並無不同，可以說邏輯推理是這齣影集的主要架構。另外，在這一系列的影集中，證據的分析通常需要藉理工知識的幫助，例如指紋的蛋白質組成成分、各種物質（玻璃或金屬）的光學折射、溫度或昆蟲對屍體的作用等等。就數學方面而言，在這系列影集中，最常出現的是有關三角測量的知識與彈道角度的相關問題。例如，利用三點及已知的距離、高度，在照片中分析出拍攝地點；利用角度分析找出射擊手的位置等等。在精彩緊湊的節目中，這一齣影集所蘊含的充沛的理工背景知識，也可以滿足作為一齣科學影集所需要的認知面向的需求。

1

2. 利用數學知識或概念來設計劇情

在為數眾多的推理小說市場中，要找出以數學為主體，或專為數學而寫的推理小說並不容易，然而，總有某些具備理工背景的小說家願意嘗試，也有少許數學背景的學者投入這個市場。就我所知翻譯成中文的這一類推理小說，有吉耶摩·馬汀涅茲（Guillermo Martinez）的《牛津殺人規則》、森博嗣的《不會笑的數學家》與東野圭吾的《嫌疑犯 X 的獻身》。以下，我將以《嫌疑犯 X 的獻身》與《牛津殺人規則》為例，來進行分析。

《嫌疑犯 X 的獻身》是日本推理小說大師東野圭吾的作品，為《偵探伽利略》系列中的一本。不同於一般推理小說，這本書並不是在找犯人，因為一開始不久，犯罪者就把受害者殺了！因為讀者一開始就知道犯人是誰了，因此，本書的謎來自於如何將犯罪者定罪。書中的主要人物石神是一位高中數學老師，暗戀他的鄰居靖子，因此，當靖子母女失手將靖子的前夫殺死之後，石神挺身而出，為靖子設計一連串能讓她脫罪的巧妙計謀。隨著一具有靖子前夫身份證件的屍體被發現，刑警草薙展開了調查。這本書的主軸，就在於石神運用了數學訓練賦予他的邏輯思考，設計了一個問題讓警方解決，以及草薙與主角湯川學如何隨著事證與線索的發現，運用邏輯推理能力「證明」他們心中的嫌疑犯真的犯下罪行。

東野一開始就把這本推理小說的解謎活動，定位在邏輯思考，因此，石神對靖子說：「一切交給我的邏輯思考」；而邏輯是數學的一部份，因此，我們可以把「運用邏輯思考解決謎題」當成是一種數學活動。當然，如果同意這一點的話，那麼，每本推理小說都可說是融入了數學的元素在內。然而，《嫌疑犯 X 的獻身》所包含的數學元素與數學本質，遠超過一般的推理小說。就我個人的觀點，這本書本身就是一個數學命題的證明。「利用已知事證，證明靖子為殺人犯。」就像我們在作數學證明題一般，利用已知條件，一步步推理得到結論。例如，發現屍體以及身份證明，進一步找上關係人靖子母女，再查證她們不在場證明等等。而本書更高明的是，利用石神這個天才數學家的身份，設計了這個數學證明題，讓警方以為他們的問題主要在於瓦解靖子母女的不在場證明。

在本書中，藉由石神和湯川的對話，讓許多的數學以及學習數學的本質問題一一浮現，並把這些數學本質上的問題，巧妙地融入書中的解謎活動中。例如，石神和湯川久別後再相聚時，湯川拿著一篇反證黎曼猜想的論文給石神檢查時，帶出這個問題：「對於數

¹ 由於這一系列影集已經拍了相當多的內容（拉斯維加斯 9 季、邁阿密 8 季、紐約 6 季），因此漸漸的不再加入理工知識內容了）。

學問題，自己想出答案，和確認別人說的答案是否正確，哪一種比較簡單或是困難到何種程度？」東野讓這一個問題與整本書的主軸緊密的結合在一起，他在書中藉由石神這個數學家提到：

數學很像尋寶，必須先看清該從哪一點進攻，思索通往解答的挖掘路徑，然後按照計畫逐步擬定數式，得到線索。如果什麼都沒得到，就得更改路線。只要這樣埋頭苦幹，有耐心、但卻大膽地走下去，最後就能找到從未被人發掘過的寶藏——也就是正確解答。如果用這個比喻，那麼檢證別人的解法，就好像只是沿著別人挖掘的路徑前進，感覺上似乎很簡單，但是實際上並非如此，如果沿著錯誤路線前進，找到假寶藏作出某種結論，有時要證明那個寶藏是假的，會比尋找真正的寶藏更困難。

再者，東野利用石神的數學教師身份，藉由石神在學校出的數學考題，點出本書所設計的謎，來自於我們學習數學時的一個完成重要成就時的突破點。它在於我們能否突破自身自以為是的盲點。石神對草薙說他的考題通常針對一般人自以為是的盲點出題，以為是個幾何問題而拼命朝那個方向解題，然而，其實是個函數問題；同樣利用這一點，石神出給警方的問題，也是針對警方自以為是的盲點，看到有身份證明的屍體（但五官被毀），就以為一定是證件所顯示的那個人，而拼命去想如何瓦解關係人的不在場證明，因而走岔了證明路徑，使得石神設想的完美犯罪可能得以實現。另外，在此書最後，石神向警方提出一個解答，即是自首，連犯罪動機、凶器什麼的都一一供出，再留給警方去判斷他提出的這個答案是否正確，同樣扣緊了這樣的數學本質。

另外一本根據數學概念而寫成的推理小說為吉耶摩·馬汀涅茲的《牛津殺人規則》(Crímenes Imperceptibles)²。作者馬汀涅茲於 1962 年在阿根廷出生，擁有數學科學博士學位，曾在英國牛津大學做過短期研究，現任教於布宜諾斯艾利斯大學。本書以一位到牛津進修數學的阿根廷青年作第一人稱敘述。青年某天在家門口碰到一位備受尊敬的數學教授塞爾登，他宣稱收到一張紙條，上面寫著青年房東太太的地址、時間與「序列第一項」的字條，因而到此察看，二人發現房東太太被謀殺了。伴隨著寫有「序列第二項」與「序列第三項」字條的出現，也陸續發現了第二樁與第三樁謀殺案件。整本書的情節與結構與一般的推理小說無異，就是發生了謀殺案，想辦法找出兇手而已，情節相當簡單，然而序列與謀殺案之間有何關係？在刑事偵察的推理劇中，兇手留有字條通常暗示著會有一系列的案件發生，而警方則會請專家對字條進行嫌疑犯的心理剖析，警方通常會急於知道序列的選擇與謀殺案被害者的選擇是否有關？要解決謀殺案是否要先知道序列的下一項才行？

隨著謀殺案件的發生與對序列的討論，作者的意圖慢慢的顯現出來。在書中出現的序列第一項為一個圓圈，是數字 0 還是字母 O 不曉得，所以，作者藉由數學教授塞爾登開始說明「序列」的接續原則在數學上的意義。序列符號的解讀在第一項時會碰到一個問題：即是解讀的背景脈絡。因為只有一項，所以應該純粹以圖形的觀點來考量？還是放在語意的層面上考量？就好像單一件謀殺案發生時，刑事偵察要從哪方面考量犯罪動機一樣，是情殺？還是金錢糾紛？序列的不確定性，就好像系列謀殺案中受害者選擇的不確定一般。

然而，當我們在作數列的教學或評量時，給了數列的第一項、第二項、第三項之後，總期望學生能夠依此瞭解這個數列的規則，並依照這樣的規則找出下一項。但是，作者藉由一位自殘成植物人的邏輯數列編造者的例子，生動地讓讀者瞭解維特根斯坦的「有限規則的吊詭」，以及序列接續的不確定性。例如數列「2, 4, 8」下一項應該是什麼？大多數人

² 《牛津殺人規則》(Crímenes Imperceptibles)，大塊文化出版，2007 年。

會回答 16，但是，實際上也可以是其他的答案，只是由複雜許多的規則所造成。³我們總能找到一個規則、一個解釋讓你能用任何數當成此數列的第四項。因此，序列的接續幾乎是不可能的，答對下一項也只是因為你的答案剛好就是出題者所設想的答案而已。

隨著序列第二項（二條直立短括弧構成的魚形，如 \ominus ）、第三項（三角形）陸續的出現，這個序列所在的背景脈絡似乎慢慢清楚了。原來謀殺犯利用了畢達哥拉斯學派所用的符號來當序列：

圓圈是「一」，在完美之中的統一，...，一切事物的開始，涵容、完備於自身的界線中。「二」是倍增的象徵，是一切對立與二元的符號，帶入了存有。它是由兩個圓交錯而成，夾在中央狀似杏仁的橢圓形...。「三」，三合 (triad)，是兩個極端的結合，是為歧異帶來秩序與和諧的可能性。它是將凡俗與不朽擁抱在單一整體中。

...「一」是點，「二」是連接兩點的直線，「三」則是三角，同時也是平面。

任何人只要瞭解犯人所使用的序列脈絡，自然就可猜到下一項應該是代表「四」的符號「四元體 $\cdot\cdot\cdot\cdot$ 」，這個符號是畢氏學派的徽記，那十個點即是一加二加三加四的和，代表物質與四大元素。然而知道序列的下一項之後，對知道何人為兇手並沒有幫助。作者在此安排了一個戲劇化的轉折，同時點出了本書結構上的一個重點——不完備定理。

當系列謀殺案的情節公布之後，誰會接續下去犯下一樁類似的案件？可能是原犯，也可能只是模仿犯而已，因此，也會有無法捉到原系列謀殺案犯人的情況發生。在此書中，有另一人瞭解這個序列接續的原則，將此序列伴隨發生的謀殺案當成是上天給的徵兆，允許他接續下去犯下一樁死了十人的謀殺案，警方以為結案了，然而，原本的犯人卻也消失在人海中。刑事的偵察如同數學的證明一樣，有些數學命題偏偏無法在同一個系統裡，證明其真偽。

本書的作者同樣察覺到數學證明與刑事偵察的類似，因此，他以探長辦案來暗喻一般數學真理的證明。「真理與真理中能被證明的部分有所不同」，所以，在蒐集了許多實質與間接的證據之後，有時候還是沒有足夠的證據來證明某個嫌犯有罪。如同哥爾德的不完備性定理所揭示的，數學中也會發生這樣的情況。他還以我們求圓面積常使用的內切多邊形的逼近方法來隱喻對真相、真理的追求：

他把真相比擬為圓周，而人類企圖用一系列的內切多邊形來逼近它，邊的數目越多，就會越趨近於圓。這是個樂觀的隱喻，因為這些連續的階段能讓人感知道最後的圖形。然而，真相如果像一個不規則的圖形，周邊有許多尖角和缺口，當我們試圖以多邊形的方式去逼近這個圖形時，每一次的新嘗試都會斷裂成更多的尖角和缺口，就是無法獲得一個最終的圖形。作者又再一次的連結到哥爾德的不完備性定理與刑事偵察上。

在本書中作者還藉由數學「時事」增加一點懸疑性。他讓安德魯·懷爾斯對費瑪最後定理證明的那一天，成為謀殺案可能發生的時間點，也以讓懷爾斯成為可能的受害者，來增加環繞著畢氏學派的神秘性氛圍。不過，由於此書在 2003 年出版，稍有數學背景的人都知道懷爾斯成功證明了費瑪最後定理，因此，作者想增加的懸疑性並沒有產生什麼作用。另外，本書中以阿根廷青年為第一人稱，此青年在書中沒有名字出現，我覺得作者似乎想要以此青年在書中旁觀者的角色，來比喻成在浩瀚的數學證明過程中，各個數學家的

³ 例如可以找一個 3 次多項式，滿足 $f(1)=2, f(2)=4, f(3)=8$ ，求 $f(4)$ 。當此多項式的常數項找到數不一樣時，就會得到不同的 $f(4)$ 。有關序列接續規則的不確定性，可參考單維章教授在《科學月刊》480 期（2009 年 12 月）的文章〈數學「標準答案」〉。

角色一般，對數學真理所包含的知識內容沒什麼可置喙的，不過是個參與推理的旁觀者而已。

3. 利用數學知識解決案件

利用數學知識來解決刑事案件，最著名的當屬《數字搜查線》(numb3rs) 這個影集了。《數字搜查線》(numb3rs) 為美國CBS電視台的一個影集，於2005年1月開始播出，目前在美國正在播出第六季。⁴此影集由Nicolas Falacci 與 Cheryl Heuton創作，並且由好萊塢的電影大導演史考特兄弟執導。⁵本影集的主人翁亦為一對兄弟，哥哥是FBI探員，弟弟是加州理工大學的天才數學教授。影集的一開始通常是一個案件的發生，而解決案件的關鍵則是弟弟利用數學知識所設計出來的模型或程式。

在這個影集開始播出的第一季中，片頭會強調「數字」無所不在，可以用來預測天氣、分析股市...等等，而第一季第一集就是利用數學來分析 FBI 收集到的資訊，進一步預測出謀殺犯居住地的「熱區」；在第一季中還有一集利用平面與圓錐的截痕為橢圓，進一步推測出大樓是傾斜的；另外，第四季中還有一集與犯人有關的資訊是斐波那契數列。這幾集的內容所涉及到的數學知識，都是我們在數學課程中較容易引入的，其他所牽涉到的數學知識大都如賽局理論、資料分析等等，屬於太過高深的數學與應用數學領域，並不是那麼容易讓人瞭解。

這個影集雖然標榜利用數學知識來解決案件，但是，為顧及一般普羅大眾收視的理解力，當然不可能有太深奧的數學理論出現，不過，內容中又必須解釋所利用到的數學知識「概念」，因此，每集中都會利用電腦做成的特效，來解釋這些數學概念。我覺得這是這個影集最成功的一點。確實，一般觀眾收視的影集，不可能秀出真正所用到的硬梆梆的數學知識，只要讓觀眾有這樣的數學概念——數學能做什麼，就可達到普及一般大眾的任務了。

五、數學 vs. 敘事：對數學教育的影響與啟發

多夏狄斯在前引的那篇文章中，將「數學」的知識活動分成四類：關注內在的數學 (the endomathematical way)、與外在互動的數學 (the exomathematical way)、實驗數學 (experimental mathematics) 與準數學 (paramathematics)。「準數學」為他所創的一個新詞，這他認為個領域從一種特殊的觀點來學習數學的歷史與傳記，這種觀點結合了認知論與修辭兩方面。在認知方面關注於特殊的數學「故事」如何和為何發展成如此；而修辭方面著重在讓它被瞭解得更好，以滿足數學教育的需求。他認為此領域中一種可行的學習數學的方式，即是以「說故事」(storytelling) 的型態來進行。他提出在數學中說故事的主要特徵為具體化與合理性，分成三個層次：

- (1). 在計算與演繹推理的層次，故事只能當成解釋的工具。
- (2). 在「策略」的層次，對於論述的結構，以及策略的瞭解，故事形式通常是更適切的。
- (3). 在歷史-傳記-認知的層次，故事形式佔有相當的優勢。

在數學學習中以「說故事」的形式學習，一個最大的優勢在於故事可以傳達價值觀，這是

⁴ 台灣在 AXN 頻道播出，已播畢第 5 季。

⁵ 哥哥雷利史考特 (Ridley Scott) 即是《神鬼戰士》與《黑鷹計畫》的導演；弟弟東尼 (Tony) 為丹佐華盛頓主演的《時空線索》(Déjà Vu) 的導演。

傳統的數學學習方式容易忽略或是較不容易達成的部分。

傳統的數學學習方式容易讓學習者覺得數學是中立的、冰冷的，因此，學習者不容易燃起對數學學習的熱情與認同感，透過敘事的形式，反而容易將要傳達的數學「精神」與概念包裝在故事中，讓學習者在輕鬆的心態下，自然地吸收所要傳達的價值觀。而推理劇的敘事形式，除了有以上優勢之外，更容易增進視聽者對法律推理邏輯的瞭解，將理性的數學知識與深受人類感情影響的刑事案件連結在一起，進而啟發對數學的興趣，或是反之對刑事偵察的瞭解與興趣亦可。選擇適當的推理劇題材，不僅學到數學知識或概念，以滿足數學學習的認知面向，更可以為秩序、有條理的數學學習，帶來一點懸疑、緊張的氣氛。

參考文獻

- Doxiadis, A. (2004). "The Mystery of the Black Knight's Noetherian Ring", A keynote address of the Fields Symposium on *Online mathematical investigation as a narrative experience*.
- Polya, G. (2006). 《怎樣解題》，蔡坤憲譯。台北：天下文化。
- 洪萬生、林芳玫 (2009). 〈數學與敘事在教育上的應用：以通識教育和 HPM 為例〉，《HPM 通訊》12(11).
- 東野圭吾 (2006). 《嫌疑犯 X 的獻身》，劉子倩譯。台北：獨步文化。
- 馬丁涅茲，吉耶摩 (2007). 《牛津殺人規則》(孫梅君譯)。台北：大塊文化。

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。[投稿請e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlatter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本東京市：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）、李佳嬾（東京大學）

基隆市：許文璋（南榮國中）

台北市：楊淑芬（松山高中） 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中） 蘇俊鴻（北一女中）
陳啟文（中山女高） 蘇惠玉（西松高中） 蕭文俊（中崙高中） 郭慶章（建國中學） 李秀卿（景美女中） 王錫熙（三民國中） 謝佩珍、葉和文（百齡高中） 彭良禎（麗山高中） 邱靜如（實踐國中） 郭守德（大安高工） 張瑄方（永春高中） 張美玲（景興國中） 黃俊才（麗山國中）
文宏元（金歐女中） 林裕意（開平中學） 林壽福（興雅國中）、傅聖國（健康國小） 李素幸（雙園國中） 程麗娟（民生國中）

台北縣：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中） 黃清揚（福和國中） 董芳成（海山高中） 孫梅茵（海山高工） 周宗奎（清水中學） 莊嘉玲（林口高中） 王鼎勳、吳建任（樹林中學） 陳玉芬（明德高中） 羅春暉（二重國小） 賴素貞（瑞芳高工） 楊淑玲（義學國中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中） 吳秉鴻（國華國中） 林肯輝（羅東國中）

桃園縣：許雪珍（陽明高中） 王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭（內壢高中）
鐘啟哲（武漢國中） 徐梅芳（新坡國中） 郭志輝（內壢高中） 程和欽（永豐高中）、
鍾秀瓏（東安國中） 陳春廷（楊光國民中小學） 葉吉海（陽明高中）

新竹市：洪誌陽、李俊坤（新竹高中）、洪正川（新竹高商）

新竹縣：陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中縣：洪秀敏（豐原高中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工） 郭夢瑤（嘉義高中）

台南市：林倉億（台南一中） 黃哲男、洪士勳、廖婉雅（台南女中） 劉天祥、邱靜如（台南二中） 張靖宜（後甲國中）

台南縣：李建宗（北門高工） 林旻志（歸仁國中）

高雄市：廖惠儀（大仁國中） 歐士福（前金國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中） 楊瓊茹（屏東高中） 陳建蒼（潮州高中）

澎湖縣：何嘉祥（馬公高中） 金門：楊玉星（金城中學） 張復凱（金門高中）

馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！

「數學家傳記寫作坊」後記

洪萬生

台灣師範大學數學系

2010年3月13日，我們（台灣數學博物館）假台師大數學系會議室（M106）舉辦「數學家傳記寫作坊」，承蒙台灣數學教育學會與本系之贊助，特此申謝。尤其道本周（Joseph Dauben，目前在交通大學客座）、琅元（Alexei Volkov，任教於清華大學）兩位教授為學員提供數學史家的現身說法，讓我們獲益良多。

道本老師的演講主題是：**Writing the History of Mathematics: The Place and Problems of Biographies**。在本講中，他先是強調史學的理想與價值，然後論及所謂的史學客觀性之重大意義。最後，又以他自己的研究康托爾（Georg Cantor）、羅賓孫（Abraham Robinson）的經驗為例，說明尋找史料，從而確認其真假的甘苦談。他特別提及傳記不是只能容許一個定本，想當年他打算以撰寫康托爾傳記作為博士論文主題時，沒想到德國數學家 Herbert Meschkowski 竟然出版了一本康托爾傳，讓他不知如何是好。結果，他求教於指導教授 I. B. Cohen，後者安慰他說：不用擔心！你永遠可以寫出不一樣的傳記。這是因為當史家的視角不一樣時，針對同一批史料或同一樁「史實」的使用，很有可能得到出入甚大、甚至完全互相矛盾的結論。

郎元老師的主題是：**Iconography of Mathematicians: Between Text and Image**。在本講中，他指出歷代有關同一數學家的形象（或寫真）之不同，可以看出不同時代的人們，如何利用此一數學家來進行某種訴求或者說某一種故事。換句話說，在缺乏真實雕像的古代數學家中，各個時代的人如何去創造他（她）的形象，可以充分地反映了各個時代的精神或風潮。即使到了近代，科學家或數學家已經有了不只一幅肖像，他們被「寫真」時，往往還是充滿了敘事者的特殊關懷與考量。

在學員開始寫作之前，我也以「科學家 / 數學家傳記」為題，利用麥迪遜·貝爾（Madison Bell）的《革命狂潮與化學家》（拉瓦錫傳記），說明我最中意的科學家傳記之書寫策略。同時，也介紹如下的網路資訊：

- 數學與數學家郵票網頁（Images of Mathematicians on Postage Stamps）
<http://jeff560.tripod.com/stamps.html>，由美國佛羅里達州海灣中學（Gulf High School）的數學教師 Jeff Miller 所布置管理的網頁之一。此外，他所布置管理的網頁還有「早期數學術語」（Earliest Known Uses of Some of the Words of Mathematics），以及「早期各種數學符號」（Earliest Uses of Various Mathematical Symbols）等等。

- 和算の館 <http://www.wasan.jp/> 除了貼上遍佈日本各地的算額（*sangaku*）之數位版，及其目前的相關教學活動外，還提供了各種數學文本的數位版及其相關資訊。對於有意通過日本古代數學（和算 *wasan*）文本來瞭解日本數學史風貌的讀者而言，具有不可或缺的參考價值。本網頁也附有英文版，方便讀者檢索。

最後，有三位學員提出他們的作品與大家分享：依序為鄧家駿（五峰國中）、李政憲（林口國中），以及朱啟台（建國中學），並由道本周、左台益以及我本人擔任講評，結束了這一天的寫作坊。

後記：由於一開始我們希望學員能夠分享作品，因此，不少老師頗感壓力，報名也不像其他研習營或研討會那麼踴躍，所幸經由林壽福老師的大力鼓吹，還是有 31 位老師前來共襄盛舉。其實，在家駿自告奮勇報告之後，道本老師就向我點頭表示：這是好的開始！可見，我們的老師只要稍加激勵，都可以做出一些佳作來。這是台灣數學教育的優良傳統，值得我們珍惜！

附錄：

數學家傳記寫作坊心得

黃美倫

台灣師範大學數學系研究生

只因為老師隨口說出得知這個工作坊，我當下就決定參加，我當初並不是基於為了將數學家傳記拿來當教材使用，而是想為我喜歡的數學家留下他們的靈魂，當然我也希望有我的思緒在裡面。其實，我試著以散文的方式側寫人物，但都不滿意，最大的問題是，我根本無從下手了解一個人！曾經有位諮商老師說過了解一個人需要花 20 年，這是個概數，不過連面對面都不能了解一個人了，要怎麼為死去的人寫傳呢？所以，我急於想知道，到底，傳記是什麼？

在第一場道本教授演講時，我想我只能聽懂一部分，但他讓我感到最驚愕的是，找一個你不熟悉，最好是別的國家的人當你的人，當然還要對他感興趣才行。為什麼呢？而且他還說，如果你想要成為寫數學傳記的作者，別輕易拒絕邀請。他的意思，我想應該是，你不知道你會得到什麼意外的收穫。如此一來，不就更背離真實的情況了嗎？舉例來說好了，我生長在台灣，我受台灣的文化影響，我受台灣的歷史背景影響，更受台灣的教育影響，對於外國人來說，或許是很難透徹的。後來，在琅元教授演講後，我更迷惘了！他展現了人們對於歷史人物的形象，包含了畫作和雕像，隨著時間演進，變化的過程，我的嘴角也微揚，大家看到的都不一樣。

所以，我在演講之後，我問了一個問題：「我們真的能從二手資料裡得到真實的情況嗎？」我想我問了一個笨的問題，他們已經在演講之中說明了。道本老師，看著我說：「這個答案是不可能！那就是為什麼你寫的傳記跟他寫的傳記會不一樣的原因了。」琅元教授他也笑著說：「也許你可以試著寫寫洪萬生老師。」我想他還沒說完，為了讓我自己去想，一手資料就站在你面前，你能寫了嗎？就我所能理解的範圍，我覺得非常得興奮，就像新生兒一樣，永遠不知道什麼時候被嚇哭，但是，我還是要碰一下那個不知道是什麼的東西。最重要的是，那是你的書，要怎麼寫你的書，有你的堅持，和別人不一樣的特色，那才是重點。當然這很有可能造成是一本爛書的結果。

後來我又問了道本老師：「如果我們真的找到一個有興趣的人，可能是因為喜歡，那麼這樣很有可能造成看不到的缺失，怎麼辦呢？」他說：「你只需要跳脫你個人的色彩就好了，站在客觀的立場。以公平的角度看待。」我想這對我來說並不是容易的，尤其我覺得我有一點點憤世嫉俗。

在我的腦海裡，有個雛形，為了女數學家，可我還不知道要怎麼開始，不過我想還有得等吧。如果我要寫傳記，我還得先找到我為了哪些讀者而寫的。不過我再問問洪老師的時候，他說你先寫寫今天的心得吧。我想也是，我讀的書像小小一顆鹽粒，還不足以讓菜美味。