

# HPM 通訊

第十四卷 第四期 目錄 (2011年4月)

發行人：洪萬生 (台灣師大數學系教授)  
 主編：蘇惠玉 (西松高中) 副主編：林倉億 (台南一中)  
 助理編輯：黃俊璋 (台灣師大數學所研究生)  
 編輯小組：蘇意雯 (台北市立教育大學) 蘇俊鴻 (北一女中)  
 黃清揚 (福和國中) 葉吉海 (陽明高中)  
 陳彥宏 (成功高中) 陳啟文 (中山女高)  
 王文珮 (青溪國中) 黃哲男 (台南女中)  
 英家銘 謝佳勸 (台師大數學系)  
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊  
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

- 數學界的莫札特—陶哲軒 (上)
- 國圖館之「清聖祖批校幾何原本」 (上)

## 數學界的莫札特—陶哲軒 (上)

李學數

少年時拿到學位，做一個打破記錄者，這毫無意義。我把知識比作金字塔，基石打得寬闊堅實，金字塔才能向更高處拔。如果你像建一個柱子一樣一心只想快點往上，到了高處就會搖晃，然後坍塌。— 陶象國

我喜歡與合作者一起工作，我從他們身上學到很多。實際上，我能夠從諧波分析領域出發，涉足其他的數學領域，都是因為在那個領域找到了一位非常優秀的合作者。我將數學看作一個統一的科目，當我將某個領域形成的想法應用到另一個領域時，我總是很開心。— 陶哲軒

我認為，發展數學興趣所要做的最重要的事是有能力和自由與數學玩。比如為自己設計一丁點挑戰，或設計一個小小的遊戲等等。對我來說，擁有一位好導師非常重要，因為這讓我有機會討論數學中的快樂；當然，正規的課堂環境最適合於學習理論和應用，以及從整體中認識所學的科目，但它卻不是學習如何做實驗的好地方。也許，一種有益的品質是聚精會神的能力，還有就是一點點的倔強。因此，我常常花很多時間在一個非常簡單的問題上，直到我弄明白這個問題的來龍去脈，當你準備向更高水準進軍時，這真的有幫助。— 陶哲軒

大眾對數學家的形象有一個錯誤的認識：這些人似乎都使孤單離群的 (甚至有一點瘋癲) 天才。他們不去關注其他同行的工作，不按常規的方式思考。他們總是能夠獲得無法解釋的靈感 (或者經過痛苦的掙扎之後突然獲得)，然後在所有的專家都一籌莫展的時候，在某個重大的問題上取得了突破的進展。這樣浪漫的形象真夠吸引人的，可是，至少在現代數學學科中，這樣的人或事是基本沒有的。在數學中，我們的確有很多驚人的結論，深刻的定理，但是，那都是經過幾年，幾十年，甚至幾個世紀的積累，在很多優秀的或者偉大的數學家的努力之下一點一點得到的。每次從一個層次到另一個層次的理解加深的確都很不平凡，有些甚至是非常的出人意料。但儘管如此，這些成就也

無不例外地建立在前人工作的基礎之上，並不是全新的。(例如，Wiles 解決費馬最後定理的工作，或者 Perelman 解決龐加萊猜想的工作。)

— 陶哲軒

## 一、數學界的莫札特

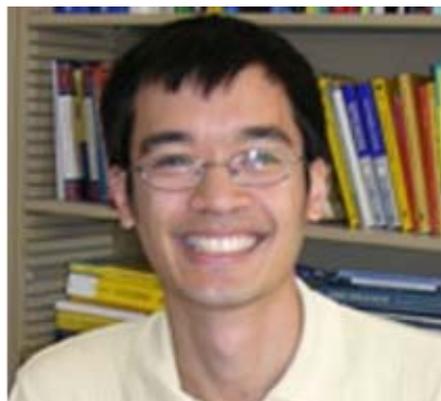
成立於 1660 年的英國皇家科學院，是世界上歷史最悠久、最著名的學術團體之一，目前有 1400 多位院士，其中包括 60 多位諾貝爾獎得主。過去當選院士者不乏歷史上偉大的科學家，如牛頓、達爾文和霍金等人。陶哲軒 (Terence Chi-Shen Tao) 當選為 2007 年度英國皇家科學院 (The Royal Society) 院士。

美國國家科學院 2008 年 4 月 29 日公佈新增選的一批院士名單，有陶哲軒。陶哲軒 1975 年 7 月 17 日生於澳大利亞阿德萊德。1996 年在普林斯頓大學獲得博士學位，陶哲軒 21 歲時成為洛杉磯加州大學 (UCLA) 數學系的助理教授，目前是終身教授。在 31 歲時，他已經和 30 多位合作者共同發表了 80 多篇論文。

他 2000 年獲 Salem 獎，在 2003 年獲克雷研究獎 (Clay Research Award)，以表揚他對分析學的貢獻，當中包括掛穀猜想 (Kakeya conjecture) 及麥克亞瑟天才獎的 50 萬美元獎金。他在取得菲爾茲獎之後，由於報章、雜誌以及電視的渲染，許多人都很好奇這位「數學界的莫札特」是怎麼教書？註冊上他的一門課就有一百個學生，而窗外還有三十五名學生在窺看他教書。

在洛杉磯加州大學他身著阿迪達斯運動衫、牛仔褲和破舊的運動鞋，看起來就像他帶的研究生。如果外面的旅客來參觀大學，會認為他是學生而不知是位名教授。

陶哲軒是澳大利亞人。7 歲開始自學微積分，8 歲半升入中學，九歲去學院上數學課，11 歲讀微積分，1986 年，11 歲的他就在華沙獲得了奧數銅牌；1987 年，在哈瓦那，他獲得銀牌；1988 年，12 歲他獲得在坎培拉奧數金牌，20 歲獲得普林斯頓大學博士學位，陶哲軒那時每天都在玩計算器，但他絕頂聰明，是個天才。24 歲被洛杉磯加州大學聘為正教授。



陶哲軒

他的導師是 Wolf 獎獲得者埃利亞斯·施泰因 (Elias Stein)。施泰因說過陶哲軒是百年難遇的奇才。他的同門師兄，也是菲爾茲獎的獲得者查里斯·費富曼(Charles Fefferman) 說：「陶哲軒是當代的天才」。

洛杉磯加州大學數學系前主任約翰·加內特 (John Garnett) 說：「他就像莫札特，數學是從他身體中流淌出來的，不同的是，他沒有莫札特的人格問題，所有人都喜歡他。他是一個令人難以置信的天才，還可能是目前世界上最好的數學家。」

## 二、榮獲菲爾茲獎

2006 年 8 月 22 日，在西班牙首都馬德里舉行的國際數學家大會 (ICM2006) 開幕式上，美國普林斯頓大學數學家安德列·歐克恩科夫 (Andrei Okounkov)、俄羅斯數學家格裏高利·佩雷爾曼 (Grigori Perelman)、美國加州大學洛杉磯分校數學家陶哲軒 (Terence Tao)、法國巴黎第十一大學數學家溫德林·沃納 (Wendelin Werner) 共同分享了四年一度的菲爾茲獎。



2002 年國際數學家大會海報

他在 ICM 2002 上做過一小時報告。聽到自己獲獎時，陶哲軒最初的反應是非常驚訝。他對《星島日報》記者說：「幾天以後，我才開始適應……」當一位友人發電子郵件向他祝賀時，他回復說：「現在我仍在繼續進行我的研究項目，我想要解決的那些難題，並沒有因為獲獎就魔法般地自動得到解決。」

獲得菲爾茲獎之後，陶哲軒接到許多道賀的電話和電子郵件。他在自己的網頁上寫道：「感謝每個人……這對我非常重要，遺憾的是我不能一一答復，但我真的非常感

動（我現在得先休息會兒）。....就我個人的觀臬，格裏高利·佩雷爾曼的工作才是過去 10 年裏最重大的數學成就，他證明了龐加萊猜想，和他同時獲獎，我真是慚愧。」

陶哲軒的頒獎詞是：「因為他對偏微分方程、組合數學、調和分析和堆壘數論方面的貢獻。」Tao 成為該獎項七十年來最年輕的獲獎者之一。美國數學學會(AMS) 對 Tao 的評價是：「他將精純的技巧、超凡入聖的獨創及令人驚訝的自然觀點融為一體。」



三位 2006 菲爾茲獎得主合影，從左到右為歐克恩科夫、沃納及陶哲軒

著名數學家普林斯頓大學教授查理斯·費弗曼的評價則是：「如果你有解決不了的問題，那麼找到出路的辦法之一就是引起陶哲軒的興趣，莫札特的音樂只有一種風格，陶的數學卻有很多種風格，他大概更像斯特拉文斯基。」費弗曼是陶哲軒的大師兄，20 歲在普林斯頓大學獲 Ph. D.，22 歲在芝加哥大學成為美國歷史上最年輕的正教授，29 歲獲 1978 年的菲爾茲獎。

### 三、數學小天才

陶哲軒是家中的長子。他的父親陶象國 (Billy Tao) 出生於上海、和母親梁蕙蘭 (Grace Tao) 均畢業于香港大學。陶象國後來成了一名兒科醫生。梁蕙蘭是物理和數學專業的高才生，曾做過中學數學教師。1972 年，夫婦倆從香港移民到了澳大利亞。

陶哲軒兩歲的時候，父母就發現這個孩子對數字非常著迷，還試圖教別的孩子用數字積木進行計算。

三歲半時，早慧的陶哲軒被父母送進一所私立小學。然而，研究天才教育的新南威爾士大學教授米那卡·格羅斯 (Miraca Gross) 在陶哲軒 11 歲時出版的一篇論文中寫道，陶哲軒的智力明顯超過班上其他孩子，但他不知道怎麼與那些比自己大兩歲的孩子相處，而學校的老師面對這種狀況也束手無策。

幾個星期以後，陶哲軒退學了。陶象國夫婦從這次失敗經歷中吸取的一個寶貴教訓是：培養孩子一定要和孩子的天分同步，太快太慢都不是好事。陶象國對記者說：「我們決定還是讓他去上幼稚園。」幼稚園裏有陶哲軒的同齡人。

哲軒兩歲開始認字看書，上幼稚園的一年半裏，陶哲軒還在母親梁蕙蘭指導下完成了幾乎全部小學數學課程。母親更多是對他進行啟發，而不是進行填鴨式的教育。而陶哲軒更喜歡的也似乎是自學，他貪婪地閱讀了許多數學書。

「很大程度上，他是看《芝麻街》起步的，我們基本上把《芝麻街》當保姆用的。」陶象國先生介紹了這部有著 30 多年歷史的美國布袋偶電視片，建議大陸引進這個用於兒童早期智力開發的有趣節目。

「我一直喜歡數字。」陶哲軒說。2 歲時，他拿著字母積木教比他大的小朋友數數，他很快學會拼寫，能用積木拼出單詞「狗」或「貓」。他把玩具當作學習的工具了。

2 歲生日過完幾個月，陶哲軒對父親辦公室裏的一台打字機發生興趣，不辭辛苦地用一個手指頭敲出了兒童書上一整頁的內容。父母很快就意識到把他拉回“正常”狀態是犯傻。買來的一些幼兒讀物都被證明太淺了，於是他們鼓勵兒子自己閱讀和探尋，非常小心避免讓他過早接觸太抽象的「功課」。「回過頭看，如果你發現了一個天才，最重要的是給他自由，讓他玩，讓他有時間想自己的東西，否則，他的創造力很快會枯竭。」陶象國對記者說。3 歲時，陶哲軒已經顯示出相當於 6 歲孩子的讀寫和算術能力。



陶哲軒小時相片

陶象國夫婦還開始閱讀天才教育的書籍，並且加入了南澳大利亞天才兒童協會。陶哲軒也因此結識了其他的天才兒童。據測試，陶哲軒的智商介於 220 至 230 之間，如此高的智商百萬人中才會有一個。

1 個月才滿 5 歲的陶哲軒曾經和一群 7 歲到 9 歲的天才兒童一起學習。當時，老師問孩子們，9182736 這組數字接下來是什麼，陶哲軒想了想就答道“4554”，因為這些數字都是按照 9 的倍數大小排列的。

5 歲生日過後，陶哲軒再次邁進了小學的大門。這一次，父母考察當地很多學校後，最終選擇了離家 2 英里外的一所公立學校。這所小學的校長答應他們，為陶哲軒提供靈活的教育方案。剛進校時，陶哲軒和二年級孩子一起學習大多數課程，數學課則與 5 年級孩子一起上。

6 歲時，他在家看手冊自學了計算器 BASIC 語言，開始為數學問題編程；他那篇「斐波那契」程式的導言太好笑了，以至於 1984 年被數學家克萊門特完全引用。

7 歲時，陶哲軒開始自學微積分。「這不是我們逼他看的，是他自己感興趣。」陶象國說。而小學校長也意識到小學數學課程已經無法滿足陶哲軒的需要，在與陶象國夫婦討論之後，他成功地說服附近一所中學的校長，讓陶哲軒每天去中學聽一兩堂數學課。



很小就自學連分數

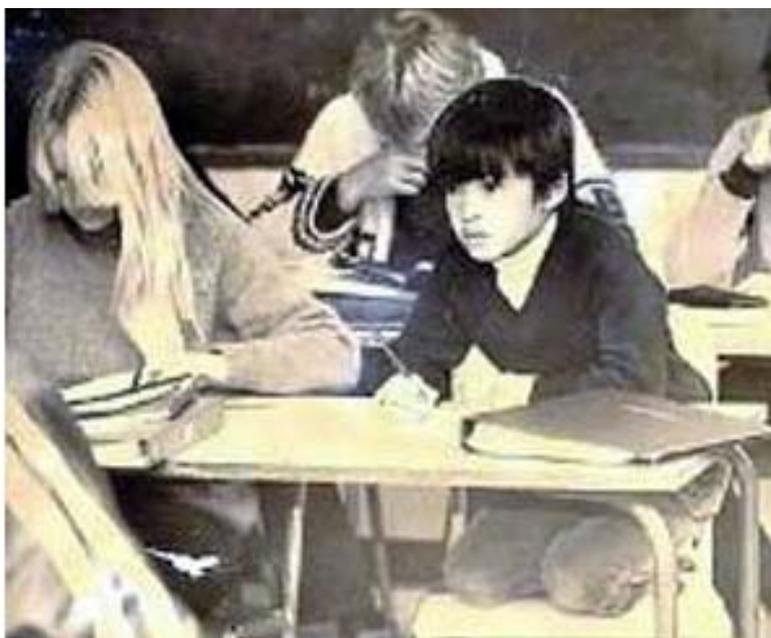
在數學和科學課程上，他以自己的步調學得飛快，而其餘課程跟大家一樣。英語課上，他不得不為作文而手忙腳亂。寫《我的家庭》時，他在家裏從一個房間到另一個房間，記下一些細節，並排了一個目錄。

「我到現在沒摸清作文的竅門，我比較喜歡明確一些定理規則然後去做事的情形。」事實上，陶哲軒謙虛了，即使在英語和社會學——這兩門「弱項」上，他只比同齡人超前了 4 年。

7 歲半時，他到當地高中上數學課；8 歲零 3 個月，他出了第一本書，關於用 BASIC 程式計算完全數。「他依然是一個活潑、有創造力的、有時也愛惡作劇的孩子。」

陶哲軒 9 歲開始學大學數學課程，這時他編寫了一道 BASIC 程式，可以按使用者需求提供斐波納契數列。但是，在開試這道程式之前，使用者必須輸入發現該數列的義大利數學家斐波納契的出生年份。如果人們輸入正確年份，程式開始運行。如果輸入的年份過早，螢幕上會跳出：「對不起，他還沒出生呢，再試試。」要是輸入的年份太遲，就會出現：「不，他已經在天堂了」的字樣。

1985 年初，10 歲生日前幾個月，陶哲軒有三分之一時間在弗林德斯大學度過，學第二年的數學、第一年的物理。餘下時間在高中學 12 年級的化學、11 年級的地理和拉丁文、10 年級的法語、9 年級的英語和社會學。他仍然與高中同學交朋友。他已在奧數競賽中拿獎了。



1983 年，7 歲的陶哲軒跪在椅子上和中學生一起參加數學考試

陶象國也說，如果陶哲軒在中國內地成長，恐怕就沒有那麼幸運了。「在國外，我們做家長的可以和學校協商（培養方案），哲軒 7 歲開始在中學修課，在中國哪個學校肯收他？」

陶哲軒 8 歲半升入了中學，9 歲進入在離家不遠的弗林德斯（Flinders）大學學習數學和物理。8 歲零 10 個月時，陶哲軒曾參加一項數學才能測試，得了 760 分的高分。在美國，十七、八歲的學生中只有 1% 能夠達到 750 分，而 8 歲的孩子裏面還沒有人超過 700 分。

父親最初想，陶哲軒早點畢業而已，但與一些教育專家談過話後，他改變了想法。「少年時拿到學位，做一個打破記錄者，這毫無意義。我把知識比作金字塔，基石打得寬闊堅實，金字塔才能向更高處拔。如果你像建一個柱子一樣一心只想快點往上，到了高處就會搖晃，然後坍塌。」

陶哲軒在斯坦利教授主持的 SAT-M (大學學術水準測試—數學部分) 中得了破紀錄的高分 760 分。陶象國問他想要什麼獎勵。「他一下子愣住了，可能覺得這問題比 SAT 的數學題更難。幾秒鐘後，他說他想要冰箱裏的一塊巧克力，已經放了一段時間，大家都快忘記了。我拿給他，他掰了半塊給我，轉身去看他正讀的那本物理書去了。」

墨爾本大學卓越數學教育國際中心主任 Garth Gaudry 教授對陶哲軒的成長具有非常特殊的影響。陶哲軒 12 歲之後，Gaudry 教授每週三的下午都和他會面，討論數學問題。Gaudry 教授經常問他一些很難的問題，而陶哲軒總會給出漂亮的解答。他的思維方式非常與眾不同，他能夠洞悉到別人還沒有意識到的問題。Gaudry 教授把陶哲軒帶入了真正的數學研究領域，他還是陶哲軒的碩士導師。

這期間，美國約翰霍普金斯大學的一位教授將陶象國夫婦和陶哲軒邀請到美國，遊歷了三個星期。夫婦倆曾請教費弗曼和其他數學家，陶哲軒是否真的有天才。「還好我們做了肯定答復，否則今天我們會覺得自己是傻瓜。」費弗曼回憶說。

一年後，陶象國夫婦面臨一個重大抉擇：陶哲軒什麼時候升入大學？格羅斯教授在她的論文中寫道，陶哲軒的智商介於 220 至 230 之間，如此高的智商百萬人中才會有一個，他也完全有能力在 12 歲生日前讀完大學課程，打破當時最年輕大學畢業生的記錄。

但他們覺得沒有必要僅僅為了一個所謂的記錄，就讓孩子提前升入大學，希望他在科學、哲學、藝術等各個方面打下更堅實的基礎。

13 歲成為國際數學奧林匹克 (IMO) 迄今最年輕的金牌獲得者。

雖然他很聰明，他十四歲才去學院上課。他說：「沒有必要那麼早去學院上課，要做好研究就像建金字塔，要有雄厚的基礎，才能建設高。」

此外，陶象國認為，讓陶哲軒在中學階段多呆 3 年，同時先進修一部分大學課程，等到升入大學以後，他才可以有更多的時間去做一些自己感興趣的事情，去創造性地思考問題。

9 歲智商高達 220，澳洲第一。9 歲多時，他未能入選澳大利亞隊，去參加國際數學奧林匹克競賽。但接下來三年中，他先後三次代表澳大利亞參賽，他在 1988 年獲得金牌時，尚不滿 13 歲，11 歲時即獲國際數學奧林匹克銅牌；來年再戰，得銀牌；終於 13 歲得金牌，這一紀錄至今無人打破。陶哲軒還有兩個弟弟，都是智商 180，其中一位是澳大利亞的國際象棋冠軍，並且擁有非凡的音樂才能，一部管弦樂作品聽一遍就能在鋼琴上彈奏出來，但患有自閉症。他後來拿到數學博士學位，現在澳大利亞一家國防科技機構工作。這兩個弟弟同時參加了 1995 年多倫多國際奧數。他們解題時採用同樣的方法，得到同樣的分數，最終雙雙獲得銅牌。老三奈傑爾，告訴父母「我不是另一個

Terry」，所以，陶象國夫婦放緩他的速度，他拿到經濟學、數學和計算器的博士學位，現在是澳大利亞 Google 的一名計算器工程師。

底下是他和記者的對答。

陶哲軒說：「很多奧數獎牌得主後來沒有繼續數學研究的原因之一是，數學研究和奧數所需的環境不一樣，奧數就像是在可以預知的條件下進行短跑比賽，而數學研究則是在現實生活的不可預知條件下進行的一場馬拉松，需要更多的耐心，在攻克大難題之前要有首先研究小問題的意願。」

記者問：「您在非常年輕時成為國際數學奧林匹克的獲獎者，您是怎樣對數學產生興趣的？比如說，您是天生對數學有興趣呢還是您遇到了以為特別好的老師？」

陶哲軒答：「父母告訴我，我在兩歲時就被數學迷住了，當時我就試圖用數位積木教其他小朋友計數。我記得當我還是一個孩子時，我迷上了用數學符號控制的模型和智力玩具。上大學後，我開始欣賞數學背後的意義和目的，以及數學是怎樣與現實生活和一個人的直覺聯繫起來的。實際上，今天我喜歡這種深層次的數學更勝於問題的解決或表面符號。我認為，發展數學興趣所要做的最重要的事是有能力和自由與數學玩。比如為自己設計一丁點挑戰，或設計一個小小的遊戲等等。對我來說，擁有一位好導師非常重要，因為這讓我有機會討論數學中的快樂；當然，正規的課堂環境最適合於學習理論和應用，以及從整體中認識所學的科目，但它卻不是學習如何做實驗的好地方。也許，一種有益的品質是聚精會神的能力，還有就是一點點的倔強。因此，我常常花很多時間在一個非常簡單的問題上，直到我弄明白這個問題的來龍去脈，當你準備向更高水準進軍時，這真的有幫助。」

和中國一樣，澳大利亞參加奧數的選手也需要集訓，但集訓的時間並不是很長。陶哲軒說，他當時參加了為期兩周的訓練營，「我們白天練習解題，晚上玩各種遊戲。」

「他主要是喜歡做數學，而不是為了獲獎去做數學。」陶象國說。

很多人問陶象國，為什麼陶哲軒不會說中文。陶象國的解釋是，他和妻子發現陶哲軒的二弟陶哲淵有自閉症以後，擔心同時講英文和中文不利於哲淵的成長，在家裏就只說英文了。

#### 四、傑出的工作

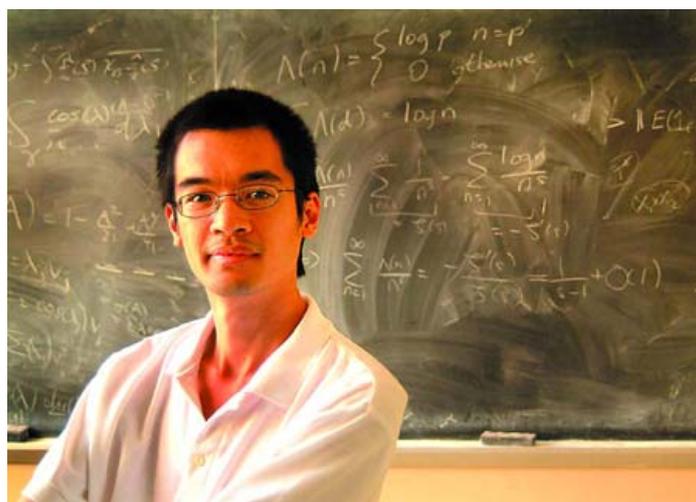
陶哲軒的智商介於 220 至 230 之間，如此高的智商百萬人中才會有一個。陶哲軒是一位解決問題的超人，他傑出的工作影響了數學的幾個領域。他結合純粹工具的力量，像非凡的天才一樣提出新觀點，其自然而然的見解讓其他數學家驚歎：「為什麼其

他人之前沒有看到？」他的興趣橫越數學領域，包括調和分析、非線型偏微分方程和組合論。

他 13 歲時獲國際奧林匹克數學金獎，25 歲時獲 Salem 獎，2002 年 (27 歲) 獲得美國數學會 Bocher 獎，2003 年他獲 Clay 研究獎。2004 年他與數論學家 B. Green (Gowers 的學生) 合作，將遍歷理論與解析數論相結合，攻克了超級數論難題 – Erdos-Turan 猜想：質數序列有任意長的等差子序列。3、5、7，就是由三個素數構成的等差數列。早在很久以前，數學家們就認為由質數構成的等差數列有可能無限長且有無窮多個。1939 年，一位荷蘭數學家 Johannes van der Corput 證明：由 3 個質數組成的等差數列有無窮多個。從 2002 年開始，陶哲軒和格林著手研究由 4 個質數構成的等差數列是否也有無窮多個？在 2004 年，本·格林 (Ben Green) 和陶哲軒發表一篇論文預印稿，宣稱證明存在任意長的素數等差數列。陶哲軒和格林在 2004 年的論文中引用了陳景潤的兩個定理，一個是  $1+2$  的定理，另一個是孿生質數對應於  $1+2$  的定理。為此，B. Green 被授予 2004 年 Clay 研究獎(Tao 已因其分析上突出成就拿過此獎)。

陶哲軒說：「我喜歡與合作者一起工作，我從他們身上學到很多。實際上，我能夠從諧波分析領域出發，涉足其他的數學領域，都是因為在那個領域找到了一位非常優秀的合作者。我將數學看作一個統一的科目，當我將某個領域形成的想法應用到另一個領域時，我總是很開心。」

「我覺得這種合作是最有愉快的生產，當建立在真正的友誼，而不是純粹的商業交易。特別是，不應該擔心項目太多及關於如何分攤信貸或工作量，一個人應該永遠試圖盡可能明確傳達給其他合作者自己的想法。至少我的一個合作者堅持嚴格秉承『Hardy - Littlewood 協作規則』；有時我們不遵守這些規則，但在大多數情形我們一定按照他們的精神。」 (未完代續)



站在許多數論公式黑板前

# 國圖館之「清聖祖批校幾何原本」(上)

張美玲

台北市景興國中

## 一、前言

國家圖書館善本室藏有一部含有大量校批文字的《幾何原本七卷》舊鈔本，<sup>1</sup>體例上不像歐幾里得的《幾何原本》，筆者將它與《數理精蘊》中的《幾何原本》比對，驚覺兩者在內容、圖形、體例、文句用詞上有高度的一致性。此抄本應是《數理精蘊》中的《幾何原本》之底本。若果真如此，對於有關底本之研究，將可提供更確切的線索；又此舊鈔本之批改字體至少有三種不同字跡，其中字跡稍嫌恣肆，直接書寫在書眉與行間的行書字體，推測應是康熙親筆校對字跡，更增添了此抄本的珍貴價值；抄本中用小紙條書寫，再黏貼於抄本上的校改字體，又是何人所為？此抄本是在抗戰時期隨著國民政府來台，原件經人劃圈、增補、黏貼處甚多，應是獨一無二的孤本，……種種有關此抄本的珍貴價值與《數理精蘊》中《幾何原本》之關係，都是筆者想一探究竟的研究內容。

## 二、文獻說明

《御製數理精蘊》一般稱《數理精蘊》，是清康熙年間編譯的數學百科全書，從整體上而言，它可說是一部西方數學著作的編譯作品，因冠以御製的名義，成為當時數學教育和學習的主要教材和參考書。全書分上、下兩編及附錄，上編五卷，下編四十卷，《幾何原本》為上編卷二至卷四。

本文參考了相當多的文獻，筆者在論述「幾何原本」一詞時，<sup>2</sup>有許多不同的版本，為免讀者混淆，有必要在此詳細說明之，並在後文引用時皆以簡稱代表之。

### (一)、徐光啟、利瑪竇編譯，《幾何原本》

意大利傳教士利瑪竇於 1582 年來到中國，也帶來其老師克拉維斯 (Christopher Clavius, 1538–1612) 所著的歐幾里得《原本》評注本 *Euclidis Elementorum Libri XV* (《歐幾里得原本 15 卷》，1574 年出版)。<sup>3</sup>徐光啟和利瑪竇便以此書為底本，由利瑪竇口

<sup>1</sup> 「抄」字古代寫為「鈔」；國家圖書館的前身為國立中央圖書館，創設於民國 22 年，85 年始易名為國家圖書館。

<sup>2</sup> 方豪，《中國天主教史人物傳》，頁 137：「撰《章用君修治中國算學史遺事》，述及章君對《幾何原本》的研究，把幾何學的譯本，分為(甲)《幾何原本》和(乙)《幾何要法》兩類；《幾何原本》再分為：(一)歐幾里得原本；(二)Pardies 原本；此第二原本由張誠譯為滿文，康熙譯為漢文，又有「七卷」和「十二卷」兩個不同本子，後者修改後收入《數理精蘊》。」據筆者所蒐集的資料，滿文應是由張誠、白晉與安多合譯，漢文「七卷」版應是張誠、白晉與安多三位傳教士根據滿文本編譯而來，由宮廷抄書人員撰寫，康熙親自校對修正。漢文「十二卷」版是依據「七卷」版內容，增加卷次，重新整理而成。

<sup>3</sup> 克拉維斯為利瑪竇在羅馬學院就讀時的老師，中文稱其為丁先生。克拉維斯的此本著作為增補本，和歐幾里得原著有很大的出入，歐幾里得原著只有 13 卷，14、15 卷是後人添加上去的。克拉維斯的《原本》

譯，徐光啟筆錄，然後兩人共同研究譯文，再由徐光啟將譯文中的內容與傳統中國文獻對照，重新修改後成文，1607年完成前六卷。前六卷譯成之後，徐光啟「意方銳，欲竟之」，但利瑪竇卻認為應「先傳此，使同志者習之，果以為用也，而後徐計其餘」，<sup>4</sup>徐光啟興趣勃勃，想繼續把後九卷也譯成中文，利瑪竇卻想停頓一段時間，未料利瑪竇於1610年去世，徐光啟感慨的說：「續成大業，未知何日，未知何人，書以俟焉」。<sup>5</sup>前六卷之內容為完整的平面幾何部分，可以自成體系。各卷又細分界說、求作、公論與命題。本專文在後文引用時，將以《徐利本》簡稱之(圖2-1)。<sup>6</sup>

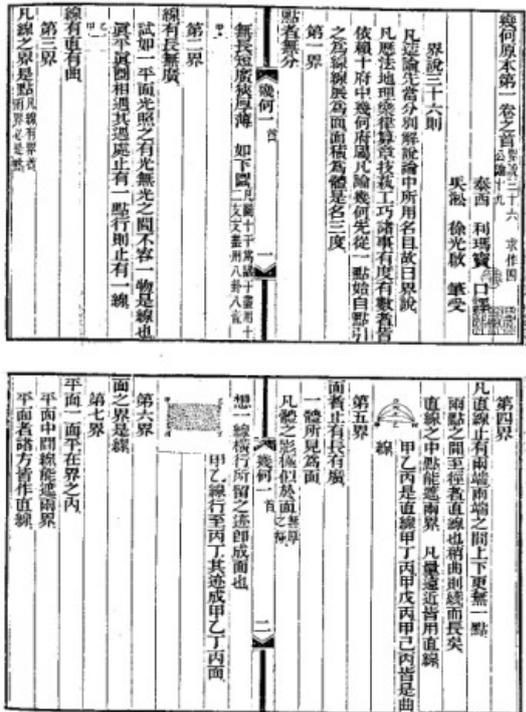


圖 2-1：徐光啟、利瑪竇編譯的《幾何原本》

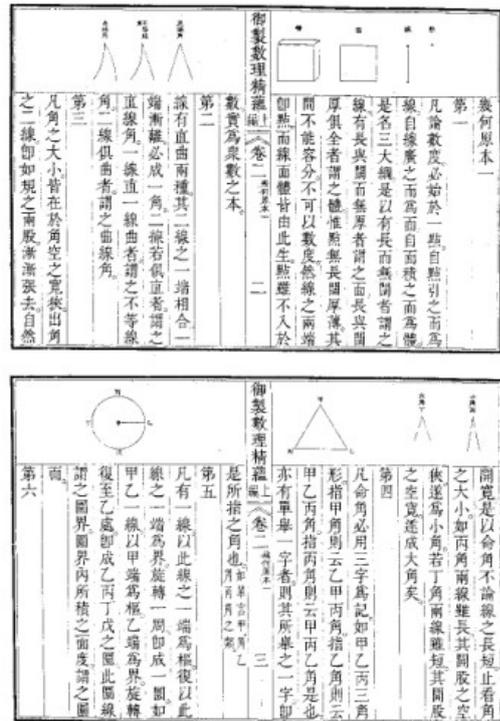


圖 2-2：《數理精蘊》中《幾何原本》

(二)、《數理精蘊》中的《幾何原本》

《數理精蘊》上編卷二~卷四為《幾何原本》，分為幾何原本一、幾何原本二、.....共十二個部分，是根據清宮中所存的滿文、漢文《幾何原本》修改而成。這清宮中所存的滿文、漢文本並非歐幾里得之《原本》，而是根據法國數學家巴蒂 (Pardies) 所撰的幾何學教科書翻譯增刪而成。本書中各個命題的邏輯證明不求十分嚴格，定理的編排次序

評註並不是簡單的古典教科書的翻譯和注釋，它的目的不僅是要呈現歐幾里得的理論，還要使它易於為人們所接受。為此目的，他為評註本設計了與原著不同的體例，並引入了與原著不同的證明。此外，克拉維斯加入了大量的具體算例，在這些算例中他對歐幾里得原書中很多命題中的量賦予了具體的數值。利瑪竇和徐光啟雖然翻譯了部分解釋性的注文，但刪去了含具體數字的算例。參閱田淼，《中國數學的西化歷程》，頁 19。

<sup>4</sup> 利瑪竇，譯《幾何原本》序。收入於郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷五附錄，頁 1154。

<sup>5</sup> 徐光啟，譯《幾何原本》跋。收入於郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷五附錄，頁 1159。

<sup>6</sup> 本專文參考之《徐利本》收入於郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷五附錄，頁 1160-1303。

也不注重它的系統性，其著述體例與《原本》差異很大，沒有像《徐利本》細分界說、求作、公論與命題。在本文中，皆以《精蘊本》簡稱之。(圖 2-2)<sup>7</sup>

### (三)、清聖祖批校之《幾何原本七卷》，舊鈔本

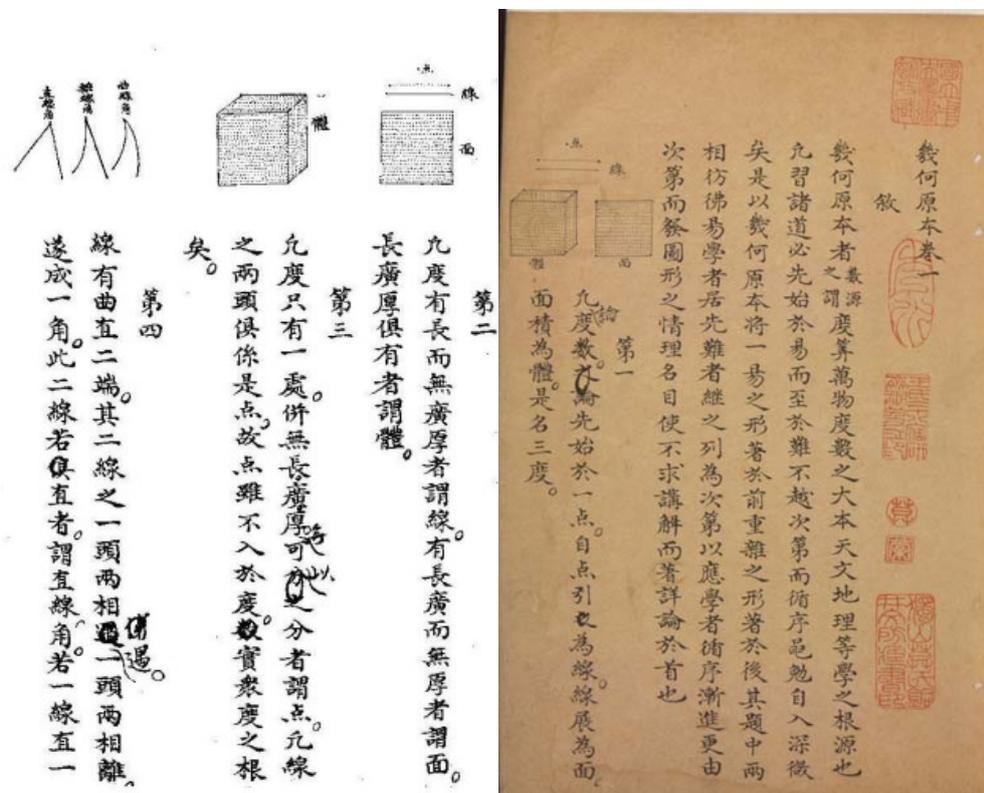


圖 2-3 國家圖書館善本室所珍藏之清聖祖批校《幾何原本七卷》舊鈔本

國家圖書館善本室所珍藏之清聖祖批校《幾何原本七卷》舊鈔本，<sup>8</sup>索書號 305.4 06398，頁邊和行間寫有大量的批語和修改文字，從國圖館的館史資料得知，此鈔本為「清聖祖批校幾何原本」，<sup>9</sup>故書中的批語的確為康熙所寫，更增添此鈔本的珍貴性。可惜，當初的收藏者或許是為了裝裱襯紙的方便或美觀，竟將書本作部份的裁剪，導致了康熙在書本上方空白處寫的批語被切除了部份，致使文句不甚完整，喪失了一些分析康熙數學思想的珍貴資料。

此鈔本與《精蘊本》只有編排順序及卷次安排有所不同外，內容幾乎相同，研判應

<sup>7</sup> 本文參考之《精蘊本》收入於郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷三，頁 22-141。

<sup>8</sup> 國圖館對此鈔本稱「泰西歐幾里得撰，利馬竇譯」且說明為「徐光啟」所筆受，其實為錯誤的資料，此舊鈔本應是傳教士張誠、白晉等傳教士為康熙皇帝進講的幾何學教材，採用的教本是法國耶穌會士巴蒂的著作，但張誠等人在翻譯此書時，作了不少的增刪與重整，故此舊抄本應更正為「法國巴蒂撰，張誠等改編，康熙校批手抄本」。古字「鈔」同「抄」。

<sup>9</sup> 國立中央圖書館館刊新十六卷第一期，館史史料選輯，頁 77，上海文獻保存同志會第三號工作報告書(民國二十九年六月二十四日)所載，「自第二次報告寄發後，此間續得書甚多。整批收購者，計有：(一)王蔭嘉氏宿硯齋所藏元明刊本，及抄校本書一百五十餘種，由來青閣介紹，以國幣七千元成交。中有元延祐刊本書集傳，……，清聖祖批校幾何原本，……」。

「國立中央圖書館」已於民國 85 年更名為「國家圖書館」。

是《精蘊本》的底本，通過此鈔本的研究，吾人不但可以印證許多文獻所記載康熙學習幾何學的經過事實，而且對康熙的知識水平、滿漢文造詣、對學術負責認真的態度，以及《精蘊本》的成書過程，都可提供有益的線索和有利的證據。<sup>10</sup>在後文中，將以《批校本》簡稱之。

#### (四)、《幾何原本七卷》，清精鈔本

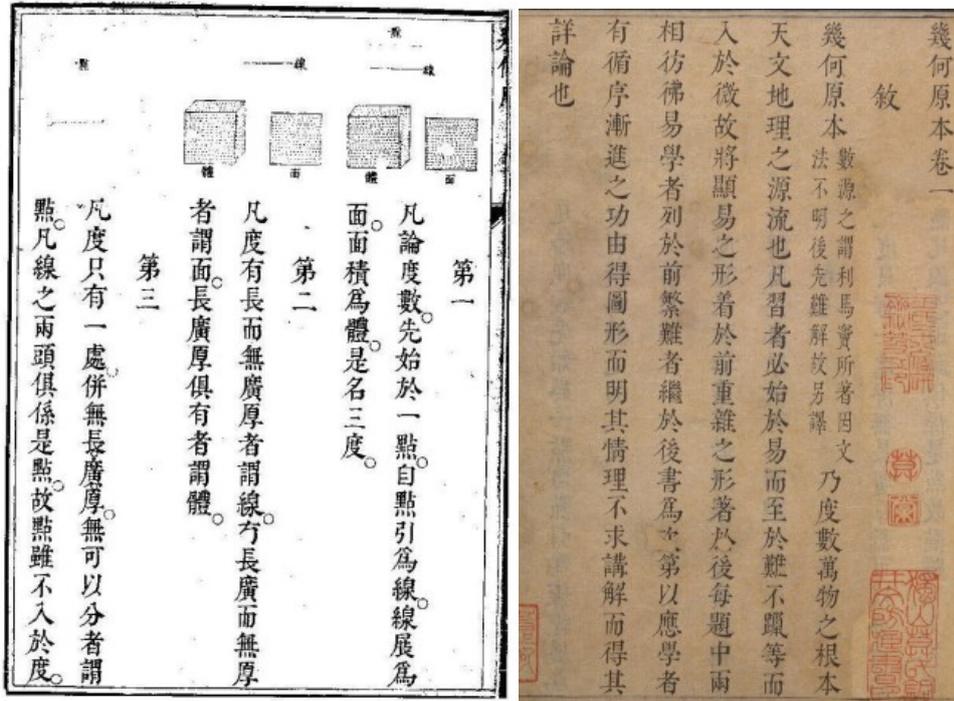
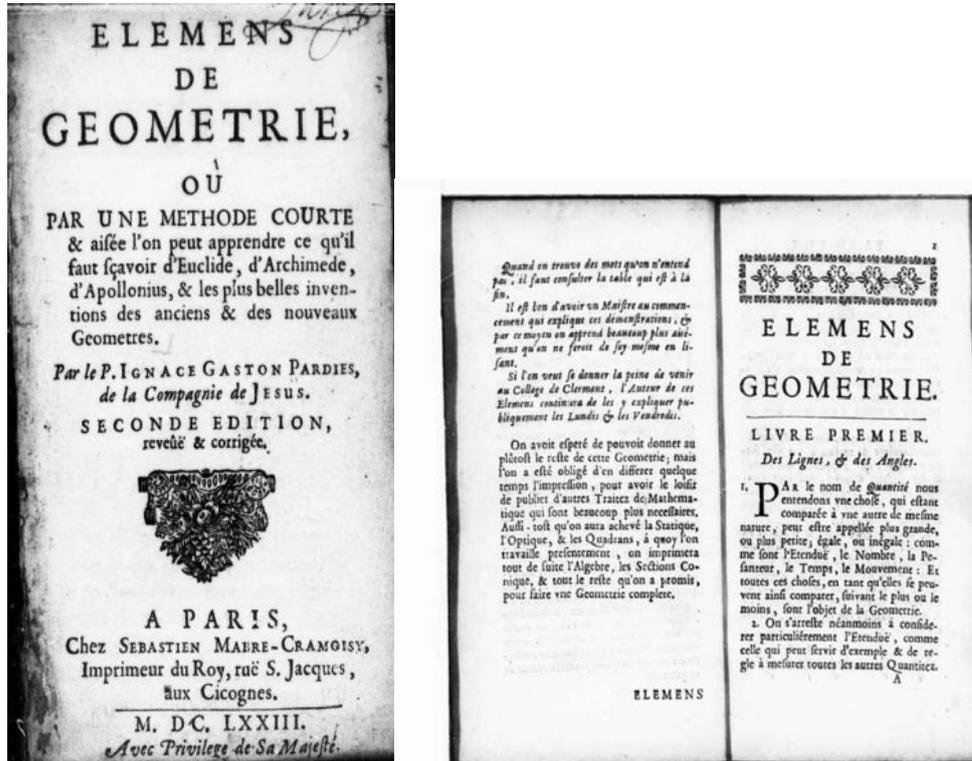


圖 2-4：珍藏在国家圖書館善本室之《幾何原本七卷》，清精鈔本

此文本亦是珍藏在国家圖書館善本室之清宮鈔本，三冊，索書號 305.4 06399，此鈔本完全是《批校本》修改後一字不漏（照抄）的內容，字跡寫得更加工整。《批校本》中的修改意見在此本上全被接受。唯一不同之處為，此文本卷首的敘言多了「數源之謂，利瑪竇所著，因文法不明，后先難解，故另譯」這幾句話。<sup>11</sup>在本專文中將以《精鈔本》作為此文本的簡稱。

<sup>10</sup> 參閱劉鈍，〈訪台所見數學珍籍〉，《中國科技史料》第 16 卷第 4 期(1995)，頁 13。

<sup>11</sup> 其實這幾句話真正的解讀是指《徐利本》艱澀難懂，故另選《巴蒂本》翻譯之。但國圖館的編輯人員卻因為這幾句話，誤將此本登錄為「泰西歐幾里得撰，利馬竇譯」。應更正為「法國巴蒂撰，張誠等改編，康熙審校，清精鈔本」。

(五)、Pardies, *Elémens de géométrie* (1673)圖 2-5：巴蒂 (Pardies) 的 *Elémens de géométrie* 之封面及卷一第 1、2 命題

*Elémens de géométrie* 是法國數學家巴蒂 (Pardies) 所撰的幾何學教科書，<sup>12</sup> 此書不但開創了 17 世紀脫離歐幾里德陳述傳統而自撰教科書的先例，而且是 17、18 世紀中流傳地區最廣，流行時間最長的一部初等幾何教科書。<sup>13</sup> 於 1671 年在巴黎首次出版，第 2~6 版分別出現在 1673、1678、1683、1690、1705 年。<sup>14</sup>

*Elémens de géométrie* 的法文原名就是《幾何原本》，其副題為「通過一種簡潔方法學習歐幾里得、阿基米得、阿波羅尼以及古今幾何學中多種奇妙的發現」，下題為「耶穌會的伊格那斯·迦斯通·巴蒂神父撰」。正文前有一封致科學院院士的信、作者序以及對讀者的簡短建議，全書分為九卷。在後文中，將以《巴蒂本》作為此書之簡稱。<sup>15</sup>

<sup>12</sup> 巴蒂 (Ignace Gaston Pardies, 1636-1673)，法國物理學家、數學家，生於波城，卒於巴黎。1652 年結束中等教育後，曾當耶穌會修道士。1654-1656 年在圖盧茲學習邏輯和物理；1656-1660 年在波爾多大學教人文科學；1665 年任牧師。從 1666 年到去世為止，他都在耶穌會所辦的學校任教。巴蒂的作品很多，但是，最有影響的就是本文探討的這部 *Elémens de géométrie*。1671 年，本書在巴黎出版後，曾被多次翻印，並被譯成英文、拉丁文、荷蘭文出版。1701~1746 年間，共有八個英文版在倫敦發行。

<sup>13</sup> 根據美國專門研究 17 世紀初等幾何教育的柯克莫爾 (F. W. Kokomoor) 所介紹有關巴蒂此書之評論。參閱劉鈍，〈《數理精蘊》中《幾何原本》的底本問題〉。

<sup>14</sup> C. Sommervogel, *Bibliographie de la Compagnie de Jésus*, Brussels, 1890-1932, Tome 6, 頁 203。轉引自劉鈍，〈《數理精蘊》中《幾何原本》的底本問題〉。筆者所比對是 1673 年的第 2 版。

<sup>15</sup> 此書是筆者從網路上所下載的，資料來源：<http://galenet.galegroup.com/servlet/ECCO>，因筆者無法看懂古法文，便找了一本英文的翻譯本作對照，雖然看不懂古法文，但在主要數學關鍵用語上，古法文和英文是很接近，再者亦可從圖形的對照上看出題意。

另外，歐幾里得的《幾何原本》是公元前第三世紀古希臘的數學名著，在世界數學發展中有巨大的影響。本文皆以《原本》簡稱。在《原本》中，歐幾里得利用公理化的方法，將幾何學建立成一個演繹推理的體系，由簡單的命題與假設出發，逐一推論出複雜的結果。十七世紀初，《原本》亦傳入了中國，1607年，先由利瑪竇和徐光啟譯出前六卷，即為前文所提之《徐利本》。徐光啟相當推崇《原本》的內容及其公理化的思想，<sup>16</sup>康熙為何不將《徐利本》收入於《數理精蘊》中，反而選擇《巴蒂本》的譯作，筆者將另撰專文論述之。（未完代續）

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 [suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。[投稿請e-mail至 suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校聯絡員

日本：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）、李佳燁（東京大學）  
德國：張復凱（Mainz 大學）  
基隆市：許文璋（南榮國中）  
台北市：楊淑芬（松山高中）杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）蘇俊鴻（北一女中）  
陳啟文（中山女高）蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）郭慶章（建國中學）李秀卿（景美女中）王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）彭良禎（麗山高中）郭守德（大安高工）張瑄芳（永春高中）張美玲（景興國中）文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）  
林壽福（興雅國中）傅聖國（健康國小）李素幸（雙園國中）程麗娟（民生國中）林美杏（中正國中）李建勳（景文高中）  
新北市：顏志成（新莊高中）陳鳳珠（中正國中）黃清揚（福和國中）董芳成（海山高中）孫梅茵（海山高工）周宗奎（清水中學）莊嘉玲（林口高中）王鼎勳、吳建任（樹林中學）陳玉芬（明德高中）羅春暉（二重國小）賴素貞（瑞芳高工）楊淑玲（義學國中）林建宏（丹鳳國中）莊耀仁（溪崑國中）  
宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中）吳秉鴻（國華國中）林肯輝（羅東國中）林宜靜（羅東高中）  
桃園縣：英家銘（中原大學）許雪珍、葉吉海（陽明高中）王文珮（青溪國中）陳威南（平鎮中學）洪宜亭、郭志輝（內壢高中）鐘啟哲（武漢國中）徐梅芳（新坡國中）程和欽（大園國際高中）、鍾秀瓏（東安國中）陳春廷（楊光國民中小學）王瑜君（桃園國中）  
新竹市：李俊坤（新竹高中）、洪正川、林典蔚（新竹高商）  
新竹縣：陳夢綺、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）  
苗栗縣：廖淑芳（照南國中）  
台中市：阮錫琦（西苑高中）、劉雅茵（台中二中）、林芳羽（文華中學）、洪秀敏（豐原高中）  
南投縣：洪誌陽（普台高中）  
嘉義市：謝三寶（嘉義高工）郭夢瑤（嘉義高中）  
台南市：林倉億（台南一中）黃哲男、洪士薰、廖婉雅（台南女中）劉天祥、邱靜如（台南二中）張靖宜（後甲國中）李奕瑩（建興國中）、李建宗（北門高工）林旻志（歸仁國中）  
高雄市：廖惠儀（大仁國中）歐士福（前金國中）  
屏東縣：陳冠良（枋寮高中）楊瓊茹（屏東高中）陳建蒼（潮州高中）黃俊才（中正國中）  
澎湖縣：何嘉祥 林玉芬（馬公高中）  
金門：楊玉星（金城中學）馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！

<sup>16</sup> 徐光啟在〈幾何原本雜議〉指出：「此書為益，能令學理者祛其浮氣，練其精心，學事者，資其定法，發其巧思」，又說「此書有四必，不必疑、不必揣、不必試、不必改。有四不可得，欲脫之不可得、欲駁之不可得、欲減之不可得、欲前後置之更不可得。」