

HPM 通訊

第十四卷 第五期 目錄 (2011年5月)

發行人：洪萬生 (台灣師大數學系教授)
 主編：蘇惠玉 (西松高中) 副主編：林倉億 (台南一中)
 助理編輯：黃俊璋 (台灣師大數學所研究生)
 編輯小組：蘇意雯 (台北市立教育大學) 蘇俊鴻 (北一女中)
 黃清揚 (福和國中) 葉吉海 (陽明高中)
 陳彥宏 (成功高中) 陳啟文 (中山女高)
 王文珮 (青溪國中) 黃哲男 (台南女中)
 英家銘 謝佳勸 (台師大數學系)
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

- 數學界的莫札特—陶哲軒 (下)
- 國圖館之「清聖祖批校幾何原本」 (下)

數學界的莫札特—陶哲軒 (下)

李學數

(接上期)

五、他究竟怎樣做研究呢？

他說：「我並沒有任何神奇的能力。我看著一個問題，而這個問題像是我曾經解過的問題，我就會想，之前用過的方法也許在這裏也會有用。當所有的嘗試都失敗時，我就會想一些小技巧，試著取得一些小進展，但是仍然不是正確的解答。我就這麼把玩著這題目好一陣子，直到我解決它為止。多數的數學家在面對一個問題的時候，都會試著直接去解決它。但是就算他們能解出來，他們也許還沒有能全盤的瞭解他們做了什麼。在我嘗試解決問題的細節之前，我會先設定我的策略，一但我有瞭解題的策略之後，就算是很複雜的問題也能被拆解成許多的小問題。我從來不滿足於只是解決問題，我總是想看看，如果我對問題做一些改變，那會發生什麼事。」

他對數學的態度日趨成熟。回想當年一串串的數學競賽、論題會與考試，「就像快跑比賽。而在真實的數學世界裏，數學研究應該像馬拉松。」但是，陶哲軒也說：「如果你想學好數學，必須從一些最基本的訓練開始，好比你想成為一個鋼琴家，就得從大量的練習曲開始，雖然這些訓練往往是乏味的。」

現在正接受 David and Lucille Packard 基金會資助的陶哲軒這樣說：「當我實驗足夠了，我就會對這個問題取得深入的瞭解。之後，一旦有類似的問題出現，我就會知道哪些技巧可以用，而那些不能用。」

陶哲軒又補充道：「這無關聰明或是反應快速，就像爬一座峭壁，如果你非常強壯而且動作迅速，又有很多的繩子，那會很有幫助。但是你仍然需要規劃出一條可行的登山路徑，這才能讓你成功的登頂。能快速的做計算和知道很多的事實就像是一個有著力

量、快捷反應跟好工具的登山人。但是你仍然需要計畫（這是艱難的部分），而且要能綜觀全局。」

這些年來，他對數學的看法已經有了改變。

他說：「當我小的時候，我對數學有著浪漫的想法，總是認為艱難的問題都是靈感來的時候靈光一閃解決的。那總像是——『讓我們試試這個試試那個，看看能不能有所進展，或是，這沒用，試試別的，突然，噢，這有條快捷方式』。當你花了足夠久的時間，你總是會在某個時間經由一個後門做出通往困難問題的進展。最後，通常你會覺得——『噢，我解決這個問題了。』」

陶哲軒總是專注在一個問題上，但是仍然會在腦中擺著十幾二十個問題。他說「希望有一天，我可以找到方法，把它們都解決。如果有個問題看起來是可以解決的，但是卻解決不了，那會讓我食不下嚥的。」

以下是他對新聞記者的問題之回答。

問：您怎樣尋找下一個新問題？您怎麼知道一個特殊問題真的有趣？

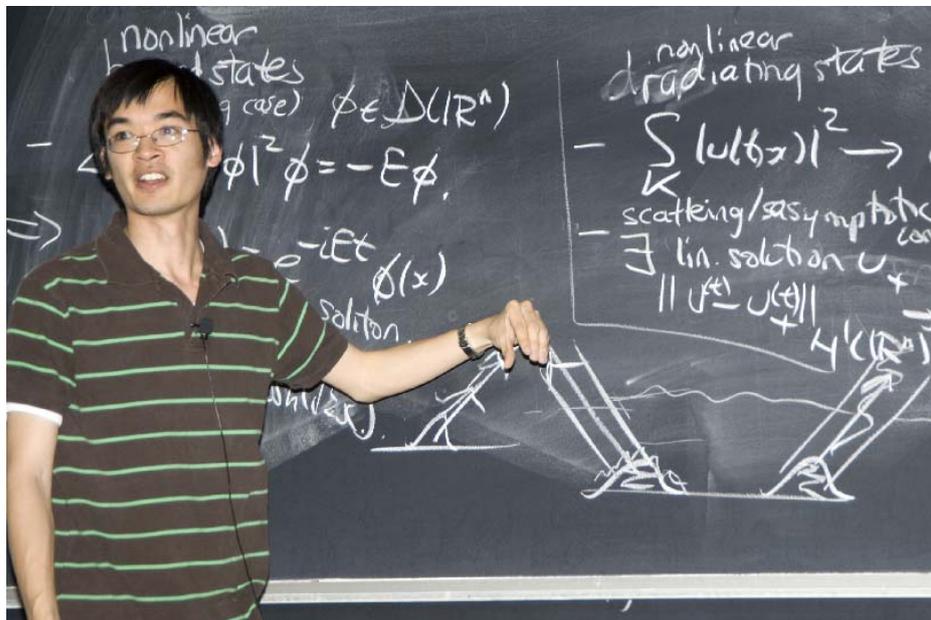
陶哲軒：通過與其他數學家談話，我會得到許多問題和合作者。我可能比較幸運，因為我最初的領域調和分析與數學的其他領域（偏微分方程，應用數學，數論，組合數學，遍歷理論等）有如此之多的聯繫和應用，因此，我從不缺少需要解決的問題。有時，通過系統地調查某個領域並發現文獻中某個缺陷或空白，我能偶然地發現一個有趣的問題，比如，類推兩個不同的物件（如兩個不同的偏微分方程）並比較兩個物件已有的正反結果。

我喜歡探討一些模糊和普通的問題，比如「如何控制發展方程的長時間動力學問題」，「什麼是從組合數學問題中分離出結構的最好辦法？」我被這些問題所吸引，因為通過迫使某人發展出解決其中一個問題的新技術，有可能推動問題的發展，而這些問題會以簡單的方式（如，玩具模型的方式）出現，這就避開了所有困難而僅剩下一個。當然，儘管根據以往的經驗，某個問題的解決看似比較容易，但通常事先不會知道困難是什麼。我還是一個交叉學科研究的狂熱愛好者——從一個領域獲得思想和見識，再將它們應用到其他領域。比如，我與 Ben Green 在質數等差數列方面的研究思想，部分來源於我試圖理解 Furstenberg 的遍歷理論用於證明 Szemerédi 定理背後的想法，結果這種想法與 Green 為解決這個問題而長久思考的數論與傅裏葉分析的論證非常吻合。

問：數學中有『熱門話題』這種說法嗎？如果有，您認為我們現在的『熱門話題』是什麼？

答：我真的只熟悉我所從事的數學領域，所以我無法說出其他領域的『熱門』是什麼。但是在我的領域，非線性幾何偏微分方程是冉冉升起的熱門（最具戲劇性的是佩雷爾曼（Perelman）用裏奇（Ricci）流來解決龐加萊（Poincaré 猜想），如今在幾何學、

分析學、拓撲學、動力系統和代數的方法間有越來越多的融合。組合論方法應用於數論，人們通過首先對相當多的任意集合（如正密度整數集）建立結果來發展關於特殊集合的結果（如質數），現在也是相當活躍的，此外組合方法允許提供一個頗為不同的工具（包括遍歷理論）於其他方法，這些我們最近在解析數論中曾應用過。



2007.4.4-4.6 在麻省理工學院 (MIT) 演講

問：您怎麼看待數學與公眾之間的關係，這種理想的關係應該是怎樣的？

答：這種關係在不同的國家間有很大的差異。在美國公眾中有種含糊不清的觀點，認為數學在某種程度上對各種『高科技產業』來說是『重要的』，但數學很『難』，最好讓專家來做。因此，公眾支持資助數學研究，但卻少有興趣去發現數學家究竟在做什麼。最近，大量的電影和其他媒體都涉及到數學家，但不幸的是幾乎沒有一部能對數學本身以及它所做的東西有精確的理解。我不希望看到數學被過多地神秘化，我希望數學能被更多的公眾所接受，儘管我本人不知道如何實現這些目的。

陶象國認為，一流數學家喜歡與陶哲軒合作的一個重要原因是，他在合作中不是利用別人，而是激發合作者的才能。「哲軒從來沒有和別人爭執過，他想的都是怎麼開開心心地和別人合作，而不是互相指責，爭權奪利。中國的數學家們如果多一些合作，少一些爭執，中國的數學才會有更快的發展。」

六、陶哲軒談什麼是好的數學？

數學品質的諸多方面，我們都認為數學家應該努力創造好數學。但「好數學」該如何定義？甚至是否該斗膽試圖加以定義呢？讓我們先考慮前一個問題。我們幾乎立刻能

夠意識到有許多不同種類的數學都可以被稱為是「好」的。比方說，「好數學」可以指(不分先後順序)：

- 好的數學題解 (比如在一個重要數學問題上的重大突破)；
- 好的數學技巧 (比如對現有方法的精湛運用，或發展新的工具)；
- 好的數學理論 (比如系統性地統一或推廣一系列現有結果的概念框架或符號選擇)；
- 好的數學洞察 (比如一個重要的概念簡化，或對一個統一的原理、啟示、類比或主題的實現)；
- 好的數學發現 (比如對一個出人意料、引人入勝的新的數學現象、關聯或反例的揭示)；
- 好的數學應用 (比如應用於物理、工程、計算器科學、統計等領域的重要問題，或將一個數學領域的結果應用於另一個數學領域)；
- 好的數學展示 (比如對新近數學課題的詳盡而廣博的概覽，或一個清晰而動機合理的論證)；
- 好的數學教學 (比如能讓他人更有效地學習及研究數學的講義或寫作風格，或對數學教育的貢獻)；
- 好的數學遠見 (比如富有成效的長遠計畫或猜想)；
- 好的數學品味 (比如自身有趣且對重要課題、主題或問題有影響的研究目標)；
- 好的數學公關 (比如向非數學家或另一個領域的數學家有效地展示數學成就)；
- 好的元數學 (比如數學基礎、哲學、歷史、學識或實踐方面的進展)；
- 嚴密的數學 (所有細節都正確、細緻而完整地給出)；
- 美麗的數學 (比如 Ramanujan 的令人驚奇的恒等式；陳述簡單漂亮，證明卻很困難的結果)；
- 優美的數學 (比如 Paul Erdos 的「來自天書的證明」觀念；通過最少的努力得到困難的結果)；
- 創造性的數學 (比如本質上新穎的原創技巧、觀點或各類結果)；
- 有用的數學 (比如會在某個領域的未來工作中被反復用到的引理或方法)；
- 強有力的數學 (比如與一個已知反例相匹配的敏銳的結果，或從一個看起來很弱的假設推出一個強得出乎意料的結論)；
- 深刻的數學 (比如一個明顯非平凡的結果，比如理解一個無法用更初等的方法接近的微妙現象)；
- 直觀的數學 (比如一個自然的、容易形象化的論證)；
- 明確的數學 (比如對某一類型的所有客體的分類；對一個數學課題的結論)；
- 其他。

如上所述，數學品質這一概念是一個高維的 (high-dimensional) 概念，並且不存在顯而易見的標準排序。我相信這是由於數學本身就是複雜和高維的，並且會以一種自我調整及難以預料的方式而演化；上述每種品質都代表了我們作為一個群體增進對數學的理解及運用的不同方式。至於上述品質的相對重要性或權重，看來並無普遍的共識。這部分地是由於技術上的考慮：一個特定時期的某個數學領域的發展也許更易於接納一種

特殊的方法；部分地也是由於文化上的考慮：任何一個特定的數學領域或學派都傾向於吸引具有相似思維、喜愛相似方法的數學家。它同時也反映了數學能力的多樣性：不同的數學家往往擅長不同的風格，因而適應不同類型的數學挑戰。

我相信「好數學」的這種多樣性和差異性對於整個數學來說是非常健康的，因為它允許我們在追求更多的數學進展及更好的理解數學這一共同目標上採取許多不同的方法，並開發許多不同的數學天賦。雖然上述每種品質都被普遍接受為是數學所需要的品質，但犧牲其他所有品質為代價，來單獨追求其中一兩種卻有可能變成對一個領域的危害。考慮下列假想的（有點誇張的）情形：

一個領域變得越來越華麗怪異，在其中各種單獨的結果為推廣而推廣，為精緻而精緻，而整個領域卻在毫無明確目標和前進感地隨意漂流。

一個領域變得被令人驚駭的猜想所充斥，卻毫無希望在其中任何一個猜想上取得嚴格進展。

一個領域變得主要通過特殊方法來解決一群互不關聯的問題，卻沒有統一的主題、聯繫或目的。

一個領域變得過於枯燥和理論化，不斷地用技術上越來越形式化的框架來重鑄和統一以前的結果，後果卻是不產生任何令人激動的新突破。

一個領域崇尚經典結果，不斷給出這些結果的更短、更簡單以及更優美的證明，但卻不產生任何經典著作以外的真正原創的新結果。

在上述每種情形下，有關領域會在短期內出現大量的工作和進展，但從長遠看卻有邊緣化和無法吸引更年輕的數學家的危險。幸運的是，當一個領域不斷接受挑戰，並因其與其他數學領域（或相關學科）的關聯而獲得新生，或受到並尊重多種「好數學」的文化薰陶時，它不太可能會以這種方式而衰落。這些自我糾錯機制有助於使數學保持平衡、統一、多產和活躍。

現在讓我們轉而考慮前面提出的另一個問題，即我們到底該不該試圖對「好數學」下定義。下定義有讓我們變得傲慢自大的危險，特別是，我們有可能因為一個真正數學進展的奇異個例不滿足主流定義而忽視它。另一方面，相反的觀點——即在任何數學研究領域中所有方法都同樣適用並該得到同樣資源，或所有數學貢獻都同樣重要——也是有風險的。那樣的觀點就其理想主義而言，也許是令人欽佩的，但它侵蝕了數學的方向感和目的感，並且還可能導致數學資源的不合理分配。真實的情形處於兩者之間，對於每個數學領域，現存的結果、傳統、直覺和經驗（或它們的缺失）預示著哪種方法可能會富有成效，從而應當得到大多數的資源；那種方法更具試探性，從而或許只要少數有獨立頭腦的數學家去進行探究以避免遺漏。比方說，在已經發展成熟的領域，比較合理的做法也許是追求系統方案，以嚴格的方式發展普遍理論，穩妥地延用卓有成效的方法及業已確立的直覺；而在較新的、不太穩定的領域，更應該強調的也許是提出和解決猜想，嘗試不同的方法，以及在一定程度上依賴不嚴格的啟示和模擬。因此，從策略上講比較合理的做法是，在每個領域內就數學進展中什麼品質最應該受到鼓勵做一個起碼是部分

的(但與時俱進的)調查,以便在該領域的每個發展階段都能最有效地發展和推進該領域。比方說,某個領域也許急需解決一些緊迫的問題;另一個領域也許在翹首以待一個可以理順大量已有成果的理論框架,或一個宏大的方案或一系列猜想來激發新的結果;其他領域則也許會從對關鍵定理的新的、更簡單及更概念化的證明中獲益匪淺;而更多的領域也許需要更大的公開性,以及關於其課題的透徹介紹,以吸引更多的興趣和參與。因此,對什麼是好數學的確定會並且也應當高度依賴一個領域自身的狀況。這種確定還應當不斷地更新與爭論,無論是在領域內還是從通過旁觀者。如前所述,有關一個領域應當如何發展的調查,若不及時核對總和更正,很有可能導致該領域內的不平衡。

上面的討論似乎表明評價數學品質雖然重要,卻是一件複雜得毫無希望的事情,特別是由於許多好的數學成就在上述某些品質上或許得分很高,在其他品質上卻不然;同時,這些品質中有許多是主觀而難以精確度量的(除非是事後諸葛)。然而,一個令人矚目的現象是:上述一種意義上的好數學往往傾向於引致許多其他意義上的好數學,由此產生了一個試探性的猜測,即有關高品質數學的普遍觀念也許畢竟還是存在的,上述所有特定衡量標準都代表了發現新數學的不同途徑,或一個數學故事發展過程中的不同階段或方面。

七、快樂家庭

陶哲軒一句中文都不會講,他說:「即使我的雙親都是中國人,我覺得把自己視為澳洲人比較合適。這不代表我時常和野外的鱷魚們相撲,但我確實喜歡 Vegemite (這是一種漿,人家都用它的 Brand Name) 肉餡餅,澳式足球,歐式足球,板球,撞球,和澳洲人和藹,誠實,及輕鬆的文化。」

由於不會中文,陶哲軒無法直接瞭解中國文化。不過,父母的中國背景多少對他產生了一些間接影響。他說:「在我成長過程中,中國和澳大利亞文化對我都有薰陶,我不知道自己是否能夠區分其間的差別。」

陶象國則提到,陶哲軒從中國文化裏學到的一點是保持謙遜,從不自大。

在洛杉磯加州大學任教以後,陶哲軒認識了聽他課的一位韓裔女孩。這位女孩名叫蘿拉 (Laura),主修工程,年齡比他小三歲。後來,兩人開始交往,並結婚,生有一子。蘿拉目前是美國宇航局噴氣推進實驗室 (JPL) 的一名工程師,參與了火星探測計畫。

陶象國說,陶哲軒一家是快樂家庭生活的一個好典型,「我們和哲軒都覺得,做人最重要的是快樂。」

從 2007 年開始,他開始將自己給博士開的數學課的講義貼在博客上,讀者可以上網 <http://www.math.ucla.edu/~tao/> 查看。

後記：初稿於 2008 年 6 月 18 日，2010 年 11 月 28 日修改，2011 年 5 月 17 日增補。

參考資料

〈天才兒童,自己學會認字,陶哲軒:數學界的莫札特〉,《中國日報》2006 年 8 月 28 日

http://big5.xinhuanet.com/gate/big5/news.xinhuanet.com/overseas/2006-08/28/content_5015292.htm

〈陶哲軒:一個華裔數學天才的傳奇〉,《南方週末》,2006 年 8 月 31 日第 1177 期。

<http://www.southcn.com/weekend/top/200608310026.htm>

“An Interview with Terence Tao”, AMS Graduate Student Blog

<http://mathgradblog.williams.edu/?p=399>

劉小川:〈陶哲軒,未被神化的天才〉

<http://liuxiaochuan.wordpress.com/2008/07/19/%E9%99%B6%E5%93%B2%E8%BD%A9%EF%BC%8C%E6%9C%AA%E8%A2%AB%E7%A5%9E%E5%8C%96%E7%9A%84%E5%A4%A9%E6%89%8D/>

【附錄】

1. 〈陶哲軒:做數學一定要是天才嗎?〉(劉小川譯)

這個問題的回答是一個大寫的：不！為了達到對數學有一個良好的，有意義的貢獻的目的，人們必須要刻苦努力；學好自己的領域，掌握一些其他領域的知識和工具；多問問題；多與其他數學工作者交流；要對數學有個宏觀的把握。當然，一定水準的才智，耐心的要求，以及心智上的成熟性是必須的。但是，數學工作者絕不需要什麼神奇的“天才”的基因，什麼天生的洞察能力；不需要什麼超自然的能力使自己總有靈感去出人意料的解決難題。

大眾對數學家的形象有一個錯誤的認識：這些人似乎都使孤單離群的（甚至有一點瘋癲）天才。他們不去關注其他同行的工作，不按常規的方式思考。他們總是能夠獲得無法解釋的靈感（或者經過痛苦的掙扎之後突然獲得），然後在所有的專家都一籌莫展的時候，在某個重大的問題上取得了突破的進展。這樣浪漫的形象真夠吸引人的，可是至少在現代數學學科中，這樣的人或事是基本沒有的。在數學中，我們的確有很多驚人的結論，深刻的定理，但是那都是經過幾年，幾十年，甚至幾個世紀的積累，在很多優秀的或者偉大的數學家的努力之下一點一點得到的。每次從一個層次到另一個層次的理解加深的確都很不平凡，有些甚至是非常的出人意料。但儘管如此，這些成就也無不例外的建立在前人工作的基礎之上，並不是全新的。（例如，Wiles 解決費馬最後定理的工作，或者 Perelman 解決龐加萊猜想的工作。）

今天的數學就是這樣：一些直覺，大量文獻，再加上一點點運氣，在大量連續不斷的刻苦的工作中慢慢的積累，緩緩的進展。事實上，我甚至覺得現實中的情況比前述浪漫的假說更令我滿足，儘管我當年做學生的時候，也曾經以為數學的發展主要是靠少數的天才和一些神秘的靈感。其實，這種「天才的神話」是有其缺陷的，因為沒有人能夠定期的產生靈感，甚至都不能保證每次產生的這些個靈感的正確性（如果有人宣稱能夠做到這些，我建議要持懷疑態度）。相信靈感還會產生一些問題：一些人會過度的把自己投入到大問題中；人們本應自己的工作 and 所用的工具有合理的懷疑，但是上述態度卻使某些人對這種懷疑漸漸喪失；還有一些人在數學上極端不自信，還有很多很多的問題。

當然了，如果我們不使用「天才」這樣極端的辭彙，我們會發現在很多時候，一些數學家比其他人會反應更快一些，會更有經驗，會更有效率，會更仔細，甚至更有創造性。但是，並不是這些所謂的「最好」的數學家才應該做數學。這其實是一種關於絕對優勢和相對優勢的很普遍的錯誤觀念。有意義的數學科研的領域極其廣大，決不是一些所謂的「最好」的數學家能夠完成的任務，而且有的時候你所擁有的一些的想法和工具會彌補一些優秀的數學家的錯誤，而且這些個優秀的數學家們也會在某些數學研究過程中暴露出弱點。只要你受過教育，擁有熱情，再加上些許才智，一定會有某個數學的方面會等著你做出重要的，奠基性的工作。這些也許不是數學裏最光彩照人的地方，但是卻是最健康的部分。往往一些現在看來枯燥無用的領域，在將來會比一些看上去很漂亮的方向更加有意義。而且，應該先在一個領域中做一些不那麼光彩照人的工作，直到有機會和能力之時，再去解決那些重大的難題。看看那些偉大的數學家們早期的論文，你就會明白我的意思了。

有的時候，大量的靈感和才智反而對長期的數學發展有害，試想如果在早期問題解決的太容易，一個人可能就不會刻苦努力，不會問一些“傻”的問題，不會嘗試去擴展自己的領域，這樣遲早造成靈感的枯竭。而且，如果一個人習慣了不大費時費力的小聰明，他就不能擁有解決真正困難的大問題所需要耐心，和堅韌的性格。聰明才智自然重要，但是如何發展和培養顯然更加的重要。

要記著，專業做數學不是一項運動比賽。做數學的目的不是得多少的分數，獲得多少個獎項。做數學其實是為了理解數學，為自己，也為學生和同事，最終要為她的發展和應用做出貢獻。為了這個任務，她真的需要所有人的共同拼搏！

2. 〈如果菲爾茨獎得主陶哲軒在國內求學〉（毛建國），《中國青年報》2006年8月25日，http://news.xinhuanet.com/overseas/2006-8/25/content_5006377.htm

8月22日，在馬德里開幕的2006年國際數學家大會當天宣佈，數學界的最高榮譽——菲爾茨獎由4人分享，其中包括澳大利亞華裔數學家陶哲軒。31歲的陶哲軒，也成為繼1982年首位華裔數學家丘成桐教授獲菲爾茨獎後，獲此殊榮的第二位華人。（《東方早報》8月23日）

天下華人一條心，在高興之餘，就想，如果陶哲軒在國內求學，他會獲得如此巨大成就嗎？

陶哲軒出生在澳大利亞，自小就被人稱為神童，他 8 歲上中學，12 歲已讀大學三年級。這樣的經歷對我們並不陌生，在國內一些神童身上常常可見。更讓我們熟悉的是，陶哲軒也曾參加過奧數，1986 年、1987 年和 1988 年，陶哲軒三次成為國際數學奧林匹克最年輕的參賽者，分別贏得銅牌、銀牌和金牌。奧數神童陶哲軒成了菲爾茨獎的得主，而我們那麼多星光閃耀的神童、奧數金牌得主呢？

筆者注意到陶哲軒的幾句話，「我想培養對數學的興趣最重要的一點，就是有能力 and 自由跟數學一起玩 — 給自己找些小挑戰，設計一些小遊戲」。陶哲軒鼓勵人們「跟數學一起玩」，他自己也是如此。可是國內的學生，能做到這一點嗎？很多人學習奧數是被逼的，是帶有極強功利性的，如此沉重壓力下，他能享受到數學中的樂趣，能做到「跟數學一起玩」嗎？

如果陶哲軒在國內上學，他能「有能力和自由跟數學一起玩」嗎？我想，很難。環境能改變人，很多東西不是由他、由他父母所能決定的。可環境對人的改變是潛移默化的，正如「溫水煮青蛙」一樣，在點滴之中，即使勇士也未必能倖免。

筆者還注意陶哲軒的一個經歷，他 24 歲就成為加州大學洛杉磯分校的終身數學教授。在國內大學圈子裏，能夠容忍一個 24 歲的年輕人，成為終身數學教授嗎？「我勸天公重抖擻，不拘一格降人才」，可當人才到來時，我們的勇氣、魄力卻常常缺失。

歷史不可假設，我們也不能判斷陶哲軒如果在國內求學，是否會取得今日之成就。我們只知道，陶哲軒不是在國內求學的，丘成桐也不是在國內求學的；我們還知道，我們擁有若干的神童，曾經有很多人奪得過奧賽金牌，可是在科學最高峰，沒有見到他們的身影。

國圖館之「清聖祖批校幾何原本」(下)

張美玲

台北市景興國中

(接上期)

三、《數理精蘊》中的《幾何原本》之底本

康熙二十四年(1685年)，法皇路易十四對中國採取積極的傳教方針，派遣6名傳教士以法國國王科學家的身分來到中國，張誠、白晉便是其中二位。康熙是一個愛好自然科學的人，尤其對於數學、天文有特殊興趣，當他知道張誠、白晉等精通數學，便於1689年冬天，召見他們，請他們留在宮裡學習滿語，並以滿語教授數學。¹據白晉於1693年返法後給路易十四的奏摺稱，「為了不斷增加知識，皇帝旨諭我們用滿語進講《歐幾里得原理》，……為了方便皇帝的學習，我們將這些定律用滿語翻譯出來，寫成文稿，並在其中補充了歐幾里得和阿基米德著作中的必要而有價值的定律和圖形。……康熙皇帝充分掌握幾何學原理後，又希望學習應用幾何學，他旨諭傳教士們用滿語編寫一本囊括全部理論的應用幾何學問題集，並用講解幾何學原理時所用的教學方法給他講解應用幾何學。」²

張誠在1690年3月24日的日記中寫道：

為皇上講解了四條歐幾里得定律。皇上認為他已經完全理解，並殷切表示要在儘可能快的時間內知道幾何原理的最必要的部份，以求弄懂實用幾何學。我們向他指明，如果他願意的話，我們將只講最必需最有用的定理，而不依照漢文譯本中的示例方法。這樣我們就能把課程縮短，並提供更正確的示例。陛下同意這一建議。我們決計改用巴蒂氏的實用和理論幾何學，因為它的圖例比較易懂。

26日又寫道：

開始講授巴蒂氏的基本定律。皇上煞費苦心地驗證兩者之間的差別，並比較他們的表述方法。皇上用朱筆改正一些字，並向他們的侍從們說，這是一本不平常的書，我們所要做的工作，也不可等閒視之。可見皇上對它的重視。³

由上述可知，對於康熙皇帝學習幾何學的過程，張誠、白晉開始時用的是標準的歐

¹ 李儼、錢寶琮，《科學史全集》第五卷，頁299。

² 白晉，《康熙大帝》，收入於徐志敏、路洋譯，《老老外眼中的康熙皇帝》，人民日報出版社，頁30-31。李儼，〈明清之際西算輸入中國年表〉，《中算史論叢》第三集，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第七卷，頁66：「南懷仁死後，繼南懷仁的有張誠。張誠曾襄尼布楚條約之成，約成回京，與教士白晉逐日入宮，將《幾何原本》、《應用幾何》，並《西方哲學》，譯成滿文，用以授帝。」（見《熙朝定案》中卷1330號第59-60頁。

³ 張誠著，陳霞飛譯，《張誠日記》（1689年6月13日～1690年5月7日）（北京：商務印書館，1973），

幾里得之《原本》為教材，但康熙帝希望把學習時間縮短，於是，從 1690 年 3 月改用巴蒂所撰的幾何學教科書 *Elémens de géométrie* 為教材。⁴ 這部九卷版的 *Elémens de géométrie* 是適合初學幾何者的入門書，以一種簡單迅捷的方式學習幾何學，無怪乎當康熙表達「要在儘可能快的時間內知道幾何原理的最必要的部份，以求弄懂實用幾何學」時，張誠、白晉等人會選擇以此本書為作為幾何學教科書的教材，這次講課用的《巴蒂本》也因此形成了七卷版《幾何原本》，有滿文本、漢文本的寫本流傳至今。⁵

又據《清代疇人傳》卷四十一記載，「乃命厚耀穀成，並修書於蒙養齋，賜算法原本、……、幾何原本、……」⁶ 陳厚耀與梅穀成成為《數理精蘊》的主編，康熙贈送的「幾何原本」應即是《巴蒂本》所翻譯來的。⁷

北京故宮博物院藏有數種名為《幾何原本》的清宮鈔本，如下：

- A 《幾何原本》七卷附序，滿文鈔本，三冊，編號律一二一九，45；
 - B 《幾何原本》七卷附序及《算法原本》一卷，漢文鈔本，一冊，編號律八三五，29；
 - C 《幾何原本》十二卷無序及《算法原本》兩卷，漢文鈔本，四冊，編號洪五九二，16；
- 另一方面，筆者在國家圖書館善本也找到兩本名為《幾何原本》的清宮鈔本：
- D 《幾何原本》七卷附序，舊鈔本，六冊，索書號 305.4 06398；
 - E 《幾何原本》七卷附序，清精鈔本，三冊，索書號 305.4 06399；

以上A~E皆應是《精蘊本》之底本，為敘述方便，其代號分別以A~E表示之。A~E的內容對於定義與命題皆未區分，其編排方式為幾何原本一第一、第二，……。由於筆者無法取得北京故宮博物院的三本藏書，故將以中國許多學者所寫相關文章為參考分析的依據。⁸

至於在國家圖書館善本室的《批校本》（書號 06398），筆者則逐卷逐題與《巴蒂本》

頁 74-75。

⁴ 參閱李迪，《中國數學通史》明清卷，頁 213。

⁵ 就筆者所蒐集的資料可知，北京故宮博物院有一本滿文本，一本漢文本；北京圖書館有一本缺了一卷的漢文本；國家圖書館有兩本漢文本，《批校本》與《精鈔本》。

⁶ 周駿富輯，《清代疇人傳》，收入《清代傳記叢刊》034，明文書局印行。

⁷ 北京故宮博物院有一本《幾何原本》七卷之漢文鈔本及一本《幾何原本》十二卷之漢文鈔本，十二卷版的內容與七卷版大致相同，只是七卷版的卷六對應於十二卷版的卷六~卷十；卷七對應於卷十一~卷十二。康熙帝贈送的是七卷版的《幾何原本》。陳厚耀與梅穀成接受康熙皇帝的贈書後，開始編書，只是康熙似乎並不滿意兩人所完成的書稿，於是，康熙五十一年（1712），重新組織編書人員，由何國宗、梅穀成擔任匯編（相當於現在的主編）。北京故宮博物院的《幾何原本》十二卷之漢文鈔本，資料登錄即為何國宗、梅穀成匯編。

⁸ 所參考的專文：李兆華，〈關於《數理精蘊》的若干問題〉，《內蒙古師大學報自然科學漢文版》，1983年；李兆華，〈《幾何原本》滿文抄本的來源〉，《故宮博物院院刊》，1984年第二期；莫德，〈《幾何原本》有關問題研究（五）—《數理精蘊》中的幾何原本之研究〉，《內蒙古師大學報自然科學漢文版》，1991年第二期；劉鈍，〈《數理精蘊》中《幾何原本》的底本問題〉，《中國科技史料》第12卷第3期（1991年），頁 88-96；劉鈍，〈訪台所見數學珍籍〉，《中國科技史料》第16卷第4期（1995年），頁 8-21；李儼，〈中算史論叢〉第二集，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第六卷，遼寧教育出版社；李儼，〈中算史論叢〉第三集，頁 65-68，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第七卷，遼寧教育出版社。

及《精蘊本》作比對，《精蘊本》共有十二卷，⁹《巴蒂本》共九卷，《批校本》共七卷。前五卷有很高的相似度，其餘各卷在順序編排上有些異動，《批校本》的卷次內容較接近《巴蒂本》，少了《巴蒂本》的卷七、卷八（內容為不可度量、級數、對數）。

國家圖書館善本室收藏的另一本抄本為《精鈔本》（書號 06399），筆者亦是逐卷逐題與《批校本》比對，發現《精鈔本》完全是《批校本》修改後一字不漏的內容，字跡寫得更加工整。筆者根據中國學者的研究論文以及自行比對的結果，將上述A~E的版本作分析與探討，尋求彼此之間的關聯性，並澄清有關《精蘊本》之底本的若干錯誤說法。透過這些底本來源的探究，更能了解康熙時代的數學教育工作與數學思想。¹⁰

筆者在最近完成的論文中，對於《精蘊本》的成書順序有較完整的說明，本文僅將筆者研究之後的結論整理如下：¹¹

《批校本》（D本）為《滿文本》（A本）的譯本，而《滿文本》為譯自《巴蒂本》，並參考歐幾里得的《原本》和阿基米德的《圓的度量》、《圓著圓球書》及《截錐面與橢圓》等書編譯的講稿。《批校本》經康熙皇帝親自校對修改後，再依據修改後的內容寫成國圖館的《精鈔本》（E本）。從劉鈍的〈《數理精蘊》中《幾何原本》的底本問題〉得知，北京故宮博物院的《幾何原本》七卷之漢文抄本（B本）序言中有「幾何原本，數源之謂，利瑪竇所著，因文法不明，后先難解，故另譯。乃度數萬物之根本，天文地理之源流也」等語，E本也有相同之敘，又從劉鈍在〈訪台所見數學珍籍〉亦提及《批校本》中的修改意見在B本上全被接受，而筆者比對D本與E本，E本除了卷首的敘與D本些許不同外，其餘各卷之序皆相同，另在D本各卷修改處，E本亦全被接受，由此可知，B本與E本內容完全相同，只是一在中國，另一在台灣。¹²

1933年，李儼先生將C本與《精蘊本》加以比較，「《幾何原本》十二卷四冊無序，附《算法》（原本）二卷無序（懋勤殿，洪五九二，16號），疑為《數理精蘊》的底本」。¹³1980年時，李兆華將B本和C本作了比較，「兩本的卷一~卷五相同，B本的卷六與C本的卷六~十相同；B本的卷七與C本的卷十一~十二相同，兩者在文字上有互異之處。B本中的每種之前各有一序，C本無此二序。C本各卷的內容份量之安排較B本更合理，是B為C之底本，無疑。」¹⁴

⁹ 《精蘊本》分為幾何原本一、幾何原本二、……，共十二部分，為避免贅字太多，本專文以卷一、卷二、……，共十二卷表示。

¹⁰ 可參閱筆者的碩士論文，《數理精蘊》中的《幾何原本》。

¹¹ 可參閱筆者的碩士論文，《數理精蘊》中的《幾何原本》。

¹² 李儼，《中算史論叢》第三集，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第七卷，頁68：「《幾何原本》一種，為孔繼涵（1739-1783）舊藏本，今藏北京圖書館。此書卷一共十二頁，卷二共九頁，卷三共十頁，卷四共二十一頁，卷五共二十二頁。以上共一冊。卷六缺，卷七共七十一頁，一冊。」此書因在中國，筆者未能得知內容，但推測應是與B本及D本相同，若果真如此，則根據《批校本》修正後的內容所謄寫的精鈔本至少有三本，二本在中國，一本在台灣。

¹³ 轉引自李兆華，〈《幾何原本》滿文抄本的來源〉。

¹⁴ 李兆華，〈《幾何原本》滿文抄本的來源〉。

綜合上述之整理分析，可知 A~E 本與《巴蒂本》(代號 P) 一脈相承，皆為《精蘊本》(代號 F) 之底本。這幾份文本之間的成書先後順序應如下列：P→A→D→B(E)→C→F。

四、澄清《批校本》的若干錯誤說

《國家圖書館善本書志初稿》頁 301 說明：「【幾何原本七卷六冊】舊鈔本 06398，泰西歐幾里得撰，利馬竇譯。……此書係西洋人歐幾里得撰，利馬竇譯，而徐光啟所筆受者。……四庫全書著錄此書，作六卷，與此本略有異同。……」

【幾何原本七卷三冊】清精鈔本 06399，泰西歐幾里得撰，利馬竇譯。」換言之，國圖館對此兩本鈔本皆稱「泰西歐幾里得撰，利馬竇譯」，且說明為「徐光啟所筆受」。其實，此一說法是錯誤，按此舊鈔本應是張誠、白晉等傳教士為康熙皇帝進講的幾何學教材，採用的教本是法國耶穌會士巴蒂的著作，但張誠等人在翻譯此書時，作了不少的增刪與重整，故此舊鈔本應更正為「法國巴蒂撰，張誠等改編，康熙校批手抄本」。而《四庫全書》著錄的《幾何原本》六卷，才是歐幾里得撰，利馬竇譯，徐光啟筆受。兩者差異極大，而非「略有異同」。



圖 4-1：掃描自國立中央圖書館館刊新十六卷第一期，館史史料選輯，頁 77，其中的「清聖祖批校幾何原本」即是收藏於國家圖書館善本室的《幾何原本七卷》舊鈔本

這本《幾何原本七卷》舊鈔本的來源，據《國立中央圖書館館刊》新十六卷第一期，¹⁵館史史料選輯，頁 77，上海文獻保存同志會第三號工作報告書（民國二十九年六

¹⁵ 國家圖書館的前身為國立中央圖書館，創設於民國 22 年，85 年始易名為國家圖書館。

月二十四日) 所載,¹⁶ 「自第二次報告寄發後, 此間續得書甚多。整批收購者, 計有: (一)王蔭嘉氏宿硯齋所藏元明刊本,¹⁷ 及抄校本書一百五十餘種, 由來青閣介紹, 以國幣七千元成交。中有元延祐刊本書集傳, …… , 清聖祖批校幾何原本, …… », 其中「清聖祖批校幾何原本」即是《幾何原本七卷》舊鈔本。(圖 4-1)

筆者因撰寫碩士論文之需要, 向館方申請調閱此善本原件。¹⁸ 同時亦調閱了書號 06399 的清《精鈔本》。關於書目的介紹, 參考圖 4-2 及圖 4-3,¹⁹ 國圖館對於此兩本鈔本的內容簡述如圖 4-4, 但作者及譯者皆有錯誤。前者裝訂成六冊, 全幅高 30.7 公分, 寬 19.5 公分, 無欄格。每頁裱有襯紙, 書眉有切痕, 此切痕把康熙的眉批同時切除部份, 應是收藏者不知其價值而導致的遺憾。卷首有六個收藏者的刻印, 由上而下分別是「國立中央圖書館考藏」朱文方印、「秀水」朱文橢圓印、「王氏二十八宿研齋秘笈之印」朱文長方印、「莫」「棠」朱圓白方連珠印、「獨山莫氏銅井文房藏書印」朱文長方印。²⁰ 頁邊和行間寫有批語和修改文字, 正文抄寫十分工整, 但有多處增補黏貼之處。後者裝訂成三冊, 版框高 20.2 公分, 寬 14.6 公分, 四周雙邊。版心花口, 單魚尾, 魚尾上方記書名「幾何原本」, 下方記卷次, 再下方記頁次。經仔細比對之後, 除卷首之「敘」內容有些許差異外 (見圖 4-5 及圖 4-6), 其餘部分皆為前者修改之後的完整版 (見圖 4-7、圖 4-8 及圖 4-9), 對於康熙及校稿人員的修正內容與建議, 一字不漏, 全盤接受。書寫精美工整更甚於前者, 完全無任何錯誤修改之處, 讓筆者一度認為這是印刷版, 而非手鈔。但國圖善本室前主任盧錦堂先生卻很肯定的告知筆者, 這的確是抄寫較精美的手抄本, 故稱為精鈔本。「鈔」「抄」音義皆同。盧主任稱其有可能是寫樣本。²¹

數學史家劉鈍曾將台灣的《批校本》與北京故宮博物院所藏《幾何原本》七卷附序之漢文鈔本, 作過認真比較, 發現《批校本》中的修改意見在中國收藏的漢文抄本中亦

¹⁶ 此資料係國圖館善本室前主任盧錦堂先生提供給筆者參考。「文獻保存同志會」為抗戰時期, 一群在上海的有識人士, 深恐國家重要文化淪落異域, 秘密搜購淪陷地區的珍貴典籍, 這些古籍一部份藏匿於上海、一部份運往重慶、一部份滯留香港, 到民國 30 年底太平洋戰爭爆發後, 香港部分落入日軍之手, 運往東京, 交給帝國圖書館, 直到抗日戰爭勝利後方輾轉索回。國民黨撤退到台灣時便將文獻保存會秘密搜購的善本古籍, 一起帶至台灣來, 現藏於國家圖書館。

¹⁷ 「王蔭嘉氏」為收藏家的名字, 「宿硯齋」為其書房名稱。

¹⁸ 「善本」一詞謂珍貴難得之古書刻本、校本、寫本和稿本, 始見於雕版盛行之宋代。歐陽修《文忠集》卷一四一〈唐田弘正家廟碑〉云:「自天聖(1023 年)以來, 古學盛行, 學者多讀韓文, 而患集本訛舛, 唯余家本屢更校正, 時人共傳, 號為善本。」推行其義, 則凡是經過精刻、精鈔、精校、精注, 兼且流傳稀少或年代久遠之書本, 或有名人批點, 或是稿本, 皆可稱為「善本」。

¹⁹ 國圖館對此兩本鈔本皆稱「泰西歐幾里得撰, 利馬竇譯」, 且說明為「徐光啟所筆受」, 其實為錯誤的資料, 此舊鈔本應是張誠、白晉等傳教士為康熙皇帝進講的幾何學教材, 採用的教本是法國耶穌會士巴蒂的數學著作 *Eléments de géométrie*, 但張誠等人在翻譯此書時, 作了不少的增刪與重整, 故此舊鈔本應更正為「幾何原本七卷, 法國巴蒂撰, 張誠等改編, 清聖祖校批, 舊鈔本」。

²⁰ 國家圖書館善本書志初稿, 頁 301。

²¹ 定稿本是指最終修改完成之文本, 通常經過重新寫定, 書面整潔, 而非草稿面目。也有修改稿奉因已修改完成, 實際上即定稿本, 或者說是最初的定稿本, 而重新寫定之本乃其副本。這種情況頗為複雜, 需與初稿本、其他修改稿奉或者寫定副本甚至印本校勘比對之後方能確定。經重新寫定之副本稱清稿本, 又稱騰清稿本。騰清稿本一般授門人錄寫, 也有作者自己書寫。定稿本或有應付刊刻, 徑用宋體或楷體書寫於雕版格式之紙(紅格紙見多), 以數刻工粘於木板雕刻之用, 這亦屬騰清稿本的形式之一, 但因其功用, 專稱寫樣本或寫樣待刻稿奉。

全被接受，²²這與筆者比對《批校本》與《精抄本》的結論是相同。我們可以依此推知國家圖書館書號 06399 的《精抄本》和北京故宮博物院編號律八三五，29《幾何原本》七卷附序漢文鈔本，是具有相同內容的藏書，顯見當時這本抄寫很精美的精抄本不只抄寫一本。

詳目式查詢結果	
書號:	06398
題名:	幾何原本
卷數:	七卷
創作者:	歐几里得(撰)
影像:	此書目有影像資料,但您的IP不允許瀏覽影像 卷之一 卷之二 卷之三 卷之四 卷之五 卷之六 卷之七
四部類目:	子部-曆算類-算學之屬
收藏印記:	藏印:「國立中央圖書館考藏」朱文方印、「秀水」朱文橢圓印、「王氏二十八宿研齋祕笈之印」朱文長方印、「莫」「棠」朱圓白方連珠印、「獨山莫氏銅/井文房藏書印」朱文長方印、「秀水王氏/珍藏之印」朱文長方印
版本:	舊鈔本
版式行款:	10行,行26字
其他貢獻者:	(明)利馬竇(譯)
數量:	6冊
圖像:	圖
高廣:	(全幅30.7 x 19.5公分)
索書號:	305.4 06398
原書館藏地:	國家圖書館

圖 4-2：從國家圖書館網站搜尋的舊抄本書目創作者應更正為「巴蒂(撰)」，其他貢獻者應更正為「(清)張誠白晉安多等人(譯)」

詳目式查詢結果	
書號:	06399
題名:	幾何原本
卷數:	七卷
創作者:	歐几里得(撰)
影像:	此書目有影像資料,但您的IP不允許瀏覽影像 卷之一 卷之二 卷之三 卷之四 卷之五 卷之六 卷之七
四部類目:	子部-曆算類-算學之屬
收藏印記:	藏印:「國立中央圖書館考藏」朱文方印、「王氏二十八宿研齋祕笈之印」朱文長方印、「莫」「棠」朱圓白方連珠印、「獨山莫氏銅/井文房藏書印」朱文長方印、「蒼(232878)/心賞」朱文長方印、「王氏二十八宿硯齋/藏書之印」朱文方印
版本:	清精鈔本
版式行款:	9行,行23字,雙欄,版心白口,單魚尾,上方記書名
其他貢獻者:	(明)利馬竇(譯)
數量:	3冊
圖像:	圖
高廣:	(匡20.2 x 14.6公分)
索書號:	305.4 06399
原書館藏地:	國家圖書館

圖 4-3：從國家圖書館網站搜尋的清精抄本書目。創作者應更正為「巴蒂(撰)」，其他貢獻者應更正為「(清)張誠白晉安多等人(譯)」

【幾何原本七卷六册】

舊鈔本 06398

泰西歐幾里得撰，利馬竇譯。

全幅高 30.7 公分，寬 19.5 公分。無欄格。每半葉十行，行二十六字。每葉上方多描有幾何圖形。

首卷首行頂格題「幾何原本卷一」。此書係西洋人歐幾里得撰，利馬竇譯，而徐光啓所筆受者。全書七卷，卷一綜論點、線、面、體，卷二論三角形，卷三論四邊形及多邊形，卷四論圓屬之形，卷五論長廣厚三種度體之所屬，卷六論比例之理，卷七論前六卷所言之作法用法。其中以卷六、卷七篇幅最長。四庫全書著錄此書，作六卷，與此本略有異同。

書中鈐有「國立中/央圖書/館考藏」朱文方印、「秀水」朱文橢圓印、「王氏二十八宿研齋祕笈之印」朱文長方印、「莫」「棠」朱圓白方連珠印、「獨山莫氏銅/井文房藏書印」朱文長方印、「秀水王氏/珍藏之印」朱文長方印。

(林素芬/黃月梅)

圖 4-4：兩本抄本在國圖館編冊時的內容簡述，作者譯者皆有錯誤，應更正為「法國巴蒂(撰)，張誠、白晉、安多等人編譯」，舊抄本須再加上「清聖祖批校」，並且更正為「每半葉九行，每行二十三字」。

【幾何原本七卷三册】

清精鈔本 06399

泰西歐幾里得撰，利馬竇譯。

版匡高 20.2 公分，寬 14.6 公分。四周雙邊。每半葉九行，行二十三字。版心花口，單魚尾，魚尾上方記書名「幾何原本」，下方記卷第(如「卷一」)，再下方記葉次。

首卷首行頂格題「幾何原本卷一」。全書分卷及內容與前本同。此本鈔寫精美清晰。

書中鈐有「國立中/央圖書/館考藏」朱文方印、「王氏二十八宿研齋祕笈之印」朱文長方印、「莫」「棠」朱圓白方連珠印、「獨山莫氏銅/井文房藏書印」朱文長方印、「蒼虬/心賞」朱文長方印、「王氏二十八宿硯齋/藏書之印」朱文方印。

(林素芬/黃月梅)

²² 劉鈍，〈訪台所見數學珍籍〉。

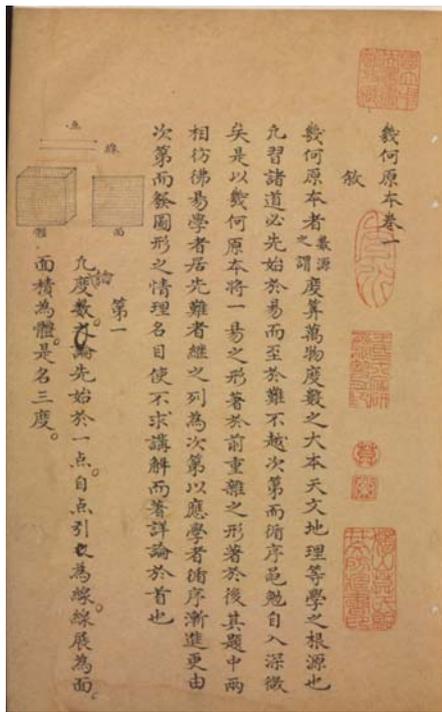


圖 4-5：《批校本》的卷首

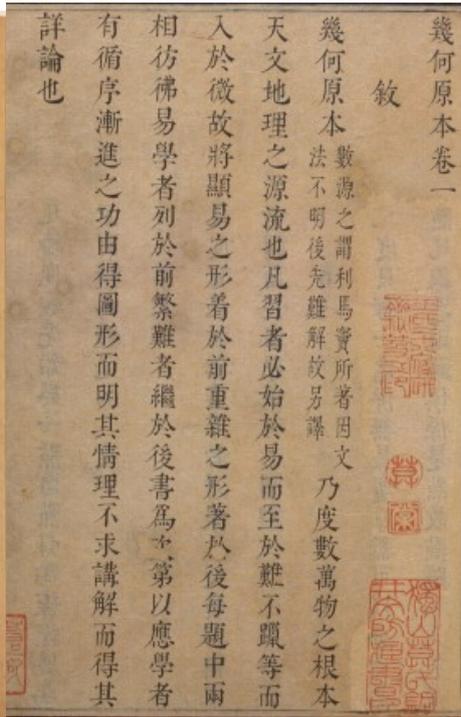


圖 4-6：《精抄本》的卷首

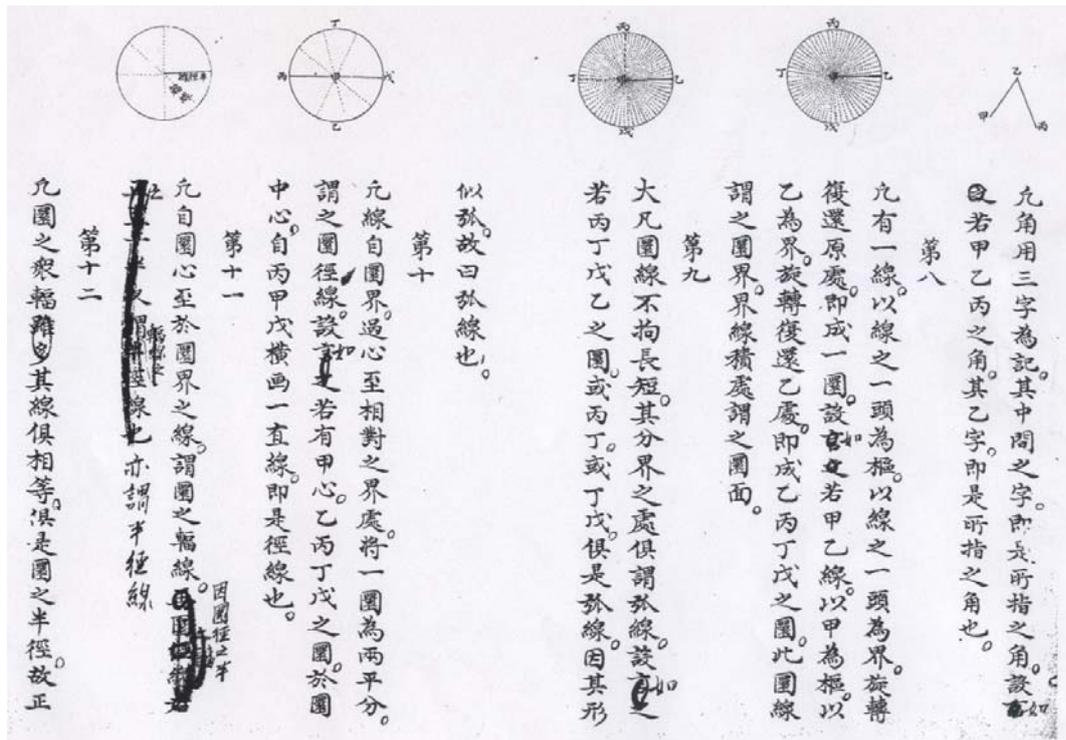


圖 4-7：《批校本》卷一第八~十二

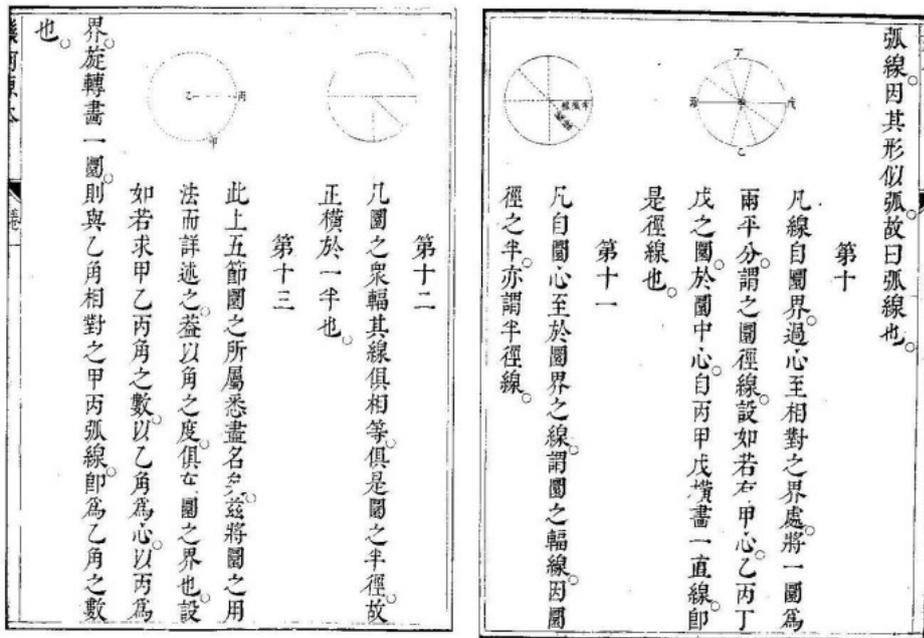


圖 4-8：《精鈔本》卷一第十一「因圓徑之半。亦謂半徑線」，完全接受《批校本》修正後的內容

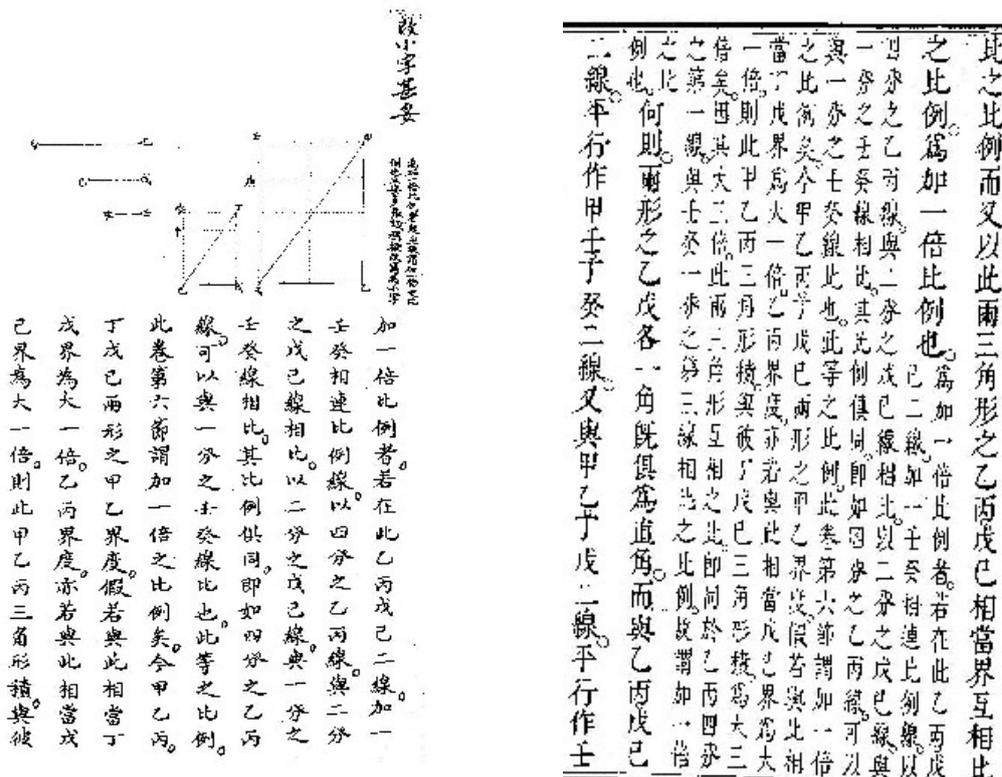


圖 4-9：《批校本》卷六第四十八上方空白處之小楷批語「為加一倍比例者起至故謂加一倍之比例也止安多張誠稱欲改寫為小字」，康熙批語「改小字甚妥」。《精抄本》完全接受校改意見。

五、結論

對於數學史未曾有深入研究的人，都很自然的誤將《幾何原本》與「歐幾里得」畫上等號，包括圖書館的書目編輯者亦然。這導致在網路上搜尋《幾何原本》之古籍書目時，常常出現一些相當混淆之錯誤內容。

其實，所謂的《幾何原本》之中文譯本共有歐幾里得 (Euclid) 的《幾何原本》

(*Elements*)與巴蒂(Pardies)的《幾何原本》(*Elémens de géométrie*)。前者由徐光啟、利瑪竇於1607年合譯前六卷。²³後者由張誠、白晉先譯為滿文，再譯為漢文，又有「七卷」和「十二卷」兩個不同版本，「十二卷」版修改後收入《數理精蘊》。

民國29年至30年抗戰期間，在上海淪陷區內秘密搜購的江南藏家累世珍籍，隨著國民政府來台，目前藏於國家圖書館。由於整個搜購過程中的來往書函、相關簽呈以及工作報告書等檔案，都完整保存至今，我們得以了解當時古籍搜購的艱辛與成果。在這些古籍中不乏許多內容鮮為人知的珍本。其中的「清聖祖批校幾何原本」，即是當時搜購的珍本之一。此珍本現藏於國家圖書館善本室中。由於「幾何原本」一詞，儼然已成歐氏「幾何原本」的代名詞，故國圖在編列書目資料時，並未真正考究其內容，似乎理所當然的就登錄為「幾何原本七卷，泰西歐幾里得撰，利瑪竇譯，舊抄本」，其實應更正為「幾何原本七卷，法國巴蒂撰，張誠等改編，清聖祖校批，舊鈔本」。

此鈔本珍貴之處在於康熙帝親自校改。通過此鈔本的研究，我們不但可以印證許多文獻所記載康熙學習幾何學的經過事實，而且對康熙的知識水平、滿漢文造詣、對學術負責認真的態度，以及《數理精蘊》中的《幾何原本》之成書過程，都可提供有益的線索和有利的證據。

參考文獻

(一) 史料

利瑪竇、徐光啟合譯；偉烈亞力、李善蘭合譯；曾國藩輯刊，《幾何原本》十五卷本，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷五，鄭州：河南教育出版社，1993，頁1151-1500。

周駿富輯，《清代疇人傳》，收入《清代傳記叢刊》034，台北：明文書局印行。

《數理精蘊》，清刻本，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷三，鄭州：河南出版社，1993年，頁22-141。

《幾何原本》七卷附序，舊鈔本，六冊，索書號 305.4 06398，國家圖書館館藏。

《幾何原本》七卷附序，清精鈔本，三冊，索書號 305.4 06399，國家圖書館館藏。

Pardies, Father Ignacius Gaston (1671). *Elémens de géométrie*. 資料來源：

<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de>

(二) 近人著作

方豪 (1983). 《中西交通史》(下)，中國文化大學出版部印行。

方豪 (2007). 《中國天主教史人物傳》，北京：宗教文化出版社。

王淪生 (2006). 《中國算學史》，上海人民出版社。

田淼 (2005). 《中國數學的西化歷程》，濟南：山東教育出版社。

白晉等著，徐志敏、路洋譯 (2008). 《老老外眼中的康熙皇帝》，人民日報出版社。

²³ 到了1857年，李善蘭、偉烈亞力根據 *The Elements* 的一個英譯版，翻譯了後九卷。參考 Xu Yibao (徐義保), "The first Chinese translation of the last nine books of Euclid's *Elements* and its source", *Historia Mathematica* 32(1) (2005): 4-32.

- 李迪 (2004).《中國數學通史》明清卷，江蘇教育出版社。
- 李儼 (1998).《中算史論叢》第二集(中國科學院出版，1954)，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第六卷，遼寧教育出版社。
- 李儼 (1998).《中算史論叢》第三集(中國科學院出版，1955)，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第七卷，遼寧教育出版社。
- 李儼 (1998).《中國算學史》，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第一卷，遼寧教育出版社。
- 張奠宙等編 (2002).《科學家大辭典》，上海辭書出版社。
- 藍紀正、朱恩寬譯 (1992).《歐幾里德《幾何原本》》，台北：九章出版社。
- 錢寶琮主編 (1981).《中國數學史》(北京：科學出版社)，收入李儼、錢寶琮，《科學史全集》第五卷，遼寧教育出版社。
- (三) 期刊論文
- 王渝生 (1993).〈《幾何原本》提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷五，鄭州：河南教育出版社，頁 1145-1150。
- 李兆華 (1983).〈關於《數理精蘊》的若干問題〉，《內蒙古師大學報自然科學漢文版》。
- 李兆華 (1984).〈《幾何原本》滿文抄本的來源〉，《故宮博物院院刊》，1984 年第二期。
- 阮靜玲 (2008).〈搶救國家文獻—1940-41 中央圖書館搜購古籍檔案展〉，《國家圖書館館訊》97 年第 2 期。
- 莫德 (1991).〈《幾何原本》有關問題研究(五)---《數理精蘊》中的幾何原本之研究〉，《內蒙古師大學報自然科學漢文版》第二期。
- 張美玲 (2008).〈《數理精蘊》中的《幾何原本》〉，國立台灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文。
- 梅榮照 (1990).〈明清數學概論〉，收入梅榮照主編，《明清數學史論文集》，南京：江蘇教育出版社，頁 1-20。
- 梅榮照、王渝生、劉鈍 (1993).〈歐幾里得《原本》的傳入和對我國明清數學的影響〉，收入梅榮照主編《明清數學史論文集》，南京：江蘇教育出版社，頁 53-83。
- 盧錦堂 (2004).〈古籍版本鑑賞—從珍惜善本祕笈說起〉，《全國新書資訊月刊》，漢學研究中心資料組，頁 15-19。
- 韓琦 (1991).〈康熙時代傳入的西方數學及其對中國數學的影響〉，北京：中國科學院自然科學史研究所，博士學位論文。
- 韓琦 (1993).〈數理精蘊提要〉，見郭書春編《中國科學技術典籍通匯》數學卷三，河南教育出版社。
- 劉鈍 (1991).〈《數理精蘊》中《幾何原本》的底本問題〉，《中國科技史料》第 12 卷第 3 期，頁 88-96。
- 劉鈍 (1995).〈訪台所見數學珍籍〉，《中國科技史料》第 16 卷第 4 期，頁 8-21。
- Xu Yibao(徐義保)(2005). "The first Chinese translation of the last nine books of Euclid's Elements and its source", *Historia Mathematica* 32(1) (2005): 4-32.

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）、李佳燁（東京大學）

德國：張復凱（Mainz 大學）

基隆市：許文璋（南榮國中）

台北市：楊淑芬（松山高中）杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）蘇俊鴻（北一女中）
陳啟文（中山女高）蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）郭慶章（建國中學）李秀卿
（景美女中）王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）彭良禎（麗山高中）郭守德
（大安高工）張瑄芳（永春高中）張美玲（景興國中）文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）
林壽福（興雅國中）傅聖國（健康國小）李素幸（雙園國中）程麗娟（民生國中）林美杏
（中正國中）李建勳（景文高中）

新北市：顏志成（新莊高中）陳鳳珠（中正國中）黃清揚（福和國中）董芳成（海山高中）孫梅茵
（海山高工）周宗奎（清水中學）莊嘉玲（林口高中）王鼎勳、吳建任（樹林中學）陳玉芬
（明德高中）羅春暉（二重國小）賴素貞（瑞芳高工）楊淑玲（義學國中）林建宏（丹鳳國中）
莊耀仁（溪崑國中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中）吳秉鴻（國華國中）林肯輝（羅東國中）林宜靜（羅東高中）

桃園縣：英家銘（中原大學）許雪珍、葉吉海（陽明高中）王文珮（青溪國中）陳威南（平鎮中學）洪
宜亭、郭志輝（內壢高中）鐘啟哲（武漢國中）徐梅芳（新坡國中）程和欽（大園國際高中）、
鍾秀瓏（東安國中）陳春廷（楊光國民中小學）王瑜君（桃園國中）

新竹市：李俊坤（新竹高中）、洪正川、林典蔚（新竹高商）

新竹縣：陳夢綺、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）、劉雅茵（台中二中）、林芳羽（文華中學）、洪秀敏（豐原高中）

南投縣：洪誌陽（普台高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）郭夢瑤（嘉義高中）

台南市：林倉億（台南一中）黃哲男、洪士薰、廖婉雅（台南女中）劉天祥、邱靜如（台南二中）張靖宜
（後甲國中）李奕瑩（建興國中）、李建宗（北門高工）林旻志（歸仁國中）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）歐士福（前金國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）楊瓊茹（屏東高中）陳建蒼（潮州高中）黃俊才（中正國中）

澎湖縣：何嘉祥 林玉芬（馬公高中）

金門：楊玉星（金城中學）馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！