HPM通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）
主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）
助理編輯：黃俊瑋（台灣師大數學所研究生）
編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）
黃清揚（福和國中）葉吉海（陽明高中）
陳彥宏（成功高中）陳啟文（中山女高）
王文珮（青溪國中）黃哲男（台南女中）
英家銘 謝佳叡（台師大數學系）
創刊日：1998 年 10 月 5 日　每月 5 日出刊
網址：http://math.ntnu.edu.tw/～horng

第十四卷 第六期 目錄（2011年6月）

《峰迴路轉千帆來》序

李學數

要進步需不斷求變，要完美則更需不斷求變。— 英國首相邱吉爾

江北秋陰一半開，晚雲含雨卻低徊。青山缭绕疑无路，忽见千帆隐映来。
— 王安石《江上》

中國人說：「窮則變，變則通」，這是真理。

有一個時期，生活欺騙了我，我腦受傷，以前記憶力超群《三國演義》《水滸傳》過目能誦，受傷後《红岩》只知江姐、許雲峰、華子良、小蘿蔔頭獄中鬥爭一點情節, 大部份記不起來。連我喜歡的普希金的詩歌《假如生活欺騙了你》都背不起來。那時我的心是多麼的悲傷，認為自己走到「山窮水盡」的地步。

我敬愛的老前輩翟先生，寫信鼓勵我，說:「老虎受傷，要找一個地方養傷」。並且和女兒來美國看望我，講他的故事鼓勵我，不要悲觀。翟先生講述他曾因仗義直言，被殖民當局抓進獄中，他怎樣在「雞鳴狗盜屠狗輩」的室友裡求同存異，怎樣在殘酷的環境和狼共處的鬥爭經歷。

很感激在自已一蹶不振時，有人告訴我人生就像陸遊的詩:「山窮水盡疑無路，柳暗花明又一村」，勸我不要消極悲觀。於是，我再站起用『路村』的筆名寫文章和翻譯。

我一個柬埔寨好友小孫在 **1970** 年朗諾政變後，響應西哈努克親王的號召，跑到森林參加游擊隊，後來成為一個省的領導者，但不幸紅高棉領導走火入魔，準備連他這樣忠誠祖國的人都要消滅，他只好帶著弟弟和家人逃到泰國。

聽他講他的親歷，我時常為慘死在柬埔寨的千萬人民而難過，這書的《革命不是拿人民當韭菜來切割》，是我對這段史實的讀書紀錄。

我寫關於自閉症(也稱孤獨症)孩子的文章，源於自己也是有些自閉症的特徵。我小時候不喜歡講話，很遲才開口，不擅長溝通。我特別不喜歡動，很容易焦慮，不喜歡與

人交往，也不喜歡看人。

記得五、六歲時曾在菜市場花一毛錢買一碗黑糯米粥，吃不到兩三口，賣粥的老婆婆驚慌的搶了我的粥，拿著一桶粥逃走了。原來是殖民地白人警官帶領孟加拉籍及馬來警察來到菜市場掃蕩，捉拿無執照營業的小販。

在菜市場目睹這些如狼似虎的警察掃蕩，我沒有回家。等待半個鐘頭之後，這些軍警離開，賣粥的老婆婆從人家的屋子走出來，我不只沒有同情她受到的驚嚇，反而要她給回我那碗粥，她無奈悲傷默默地盛了一碗給我。

我長大之後回憶此事，常常為我這種遲鈍不會注意別人的行為而感到難過，以及缺乏同情心和不能感受他人的痛苦而羞愧。

寫韓國裴亨鎮成長的故事，希望自閉症患者逐漸被了解，我們能提供對他們更好的幫助。每年 **4** 月 **2** 日為「世界自閉症關懷日」**(World Autism Awareness Day**，簡稱 **WAAD)**，希望全社會的人能把更多關愛投向自閉症患者及他們的家庭，讓自閉症兒童像健全孩子一樣擁有活潑快樂的童年。

人生的道路不是常鋪滿鮮花，多半是荊棘。行進過程，不是風和日麗，偶而也有暴風驟雨。有一段時期，我的視力微弱，不能看我喜歡看的書，心裡很是消沉。而痛風，高血壓，很像阿茲海默症的顫抖讓我感到肉體衰退的痛苦。

不能閱讀，這是對研究的一個大障礙，但我後來想到邱吉爾在戰時最困難的時候說的話：「要進步需不斷求變，要完美則更需不斷求變。」要想法改變自已。俄國詩人、小說家普希金說：「讀書和學習是在別人思想和知識的幫助下，建立起自己的思想和知識。」不能看別人的工作，就只好做自己的東西。結果壞事變好事，發現自己創造的一些理論真是優美，有許多新天地可探索，通向進一步發展的嶄新道路,找到新處女地，壞事真的變成好事。

在《少點埋怨,多點奉獻》我引了印度詩人泰戈爾的話：「我年輕時的生命猶如一朵鮮花，當和煦的春風來到她門口乞求之時，她從充裕的花瓣中慷慨地解下一片兩片，從未感覺到這是損失。現在青春已逝，我的生命猶如一顆果實，已經無物分讓，只等著徹底地奉獻自己，連同沉甸甸的甜蜜。」

我也引了巴金曾這樣的希望自已：「我是春蠶，吃了桑葉就要吐絲，哪怕放在鍋裏煮，死了絲還不斷，為了給人間添一點溫暖。」這也是我的想法奉獻自己，不要消極的埋怨，怨自己命運不濟、怨他人不接濟，多換位體驗別人的疾苦，學會感謝和感恩，幫助那些需要幫助的弱勢群體，讓這世界變得更好，把地獄變天堂。這就是為什麼我在數九寒冬的北國寫了這樣的詩句：「我血化為艷陽花，欲把春來喚。」

讀宋朝王安石 **(1021－1086)** 晚年辭官閒居於江寧府（南京）寫《江上》一詩：「江北秋陰一半開，晚雲含雨卻低徊。青山繚繞疑無路，忽見千帆隱映來。」


王安石像

人啊！不要悲觀，永遠不要失望和消沉，在這無法預料的前進時，做出最準確、有智慧的判斷。自己希望達到怎麼樣的終站，然後把這當作「標竿」，頑強地奮勇前進。在你認為「山窮水盡」「青山繚繞疑無路」的困境時，不單會「柳暗花明」，而且會「峰迴路轉」，不只見到「村」，也會「忽見千帆隱映來」。

這就是為什麼這文集取名《峰迴路轉千帆來》。

感謝松齡兄多年關懷，以及天地圖書公司张可盈女士高效率及認真的整理工作，讓這書能早日問世。對許多朋友在寫作過程给予無私的協助，衷心感謝，讓我們把這世界變得更美好吧！

（**2011** 年 **5** 月 **30** 日）

1. **為節省影印成本，本通訊將減少紙版的的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw**
2. **本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。**
3. **歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw**
4. **本通訊內容可至網站下載。網址：http://math.ntnu.edu.tw/～horng/letter/hpmletter.htm**
5. **以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡**

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本：陳昭蓉 (東京 Boston Consulting Group) 、李佳嬅（東京大學）
德國：張復凱（Mainz 大學）
基隆市：許文璋（南榮國中）
台北市：楊淑芬（松山高中）杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）蘇俊鴻（北一女中）陳啟文（中山女高）蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）郭慶章（建國中學）李秀卿（景美女中）王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）彭良禎（麗山高中）郭守德（大安高工）張瑄芳（永春高中）張美玲（景興國中）文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）林壽福 (興雅國中) 傅聖國（健康國小）李素幸（雙園國中）程麗娟（民生國中）林美杏（中正國中）李建勳（景文高中）
新北市：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中）黃清揚（福和國中）董芳成（海山高中）孫梅茵（海山高工）周宗奎（清水中學）莊嘉玲（林口高中）王鼎勳、吳建任（樹林中學）陳玉芬（明德高中）羅春暉 (二重國小) 賴素貞（瑞芳高工）楊淑玲（義學國中）林建宏 （丹鳳國中）莊耀仁（溪崑國中）
宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中）吳秉鴻（國華國中）林肯輝（羅東國中）林宜靜（羅東高中）
桃園縣：英家銘（中原大學）許雪珍、葉吉海（陽明高中）王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭、郭志輝（內壢高中） 鐘啟哲（武漢國中）徐梅芳（新坡國中） 程和欽 (大園國際高中)、鍾秀瓏（東安國中）陳春廷（楊光國民中小學）王瑜君（桃園國中）
新竹市：李俊坤（新竹高中）、洪正川、林典蔚（新竹高商）
新竹縣：陳夢綺、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）
苗栗縣：廖淑芳 (照南國中)
台中市：阮錫琦（西苑高中）、劉雅茵（台中二中）、林芳羽（文華中學）、洪秀敏（豐原高中）
南投縣：洪誌陽（普台高中）
嘉義市：謝三寶（嘉義高工）郭夢瑤（嘉義高中）
台南市：林倉億（台南一中）黃哲男、洪士薰、廖婉雅（台南女中）劉天祥、邱靜如（台南二中）張靖宜（後甲國中）李奕瑩（建興國中）、李建宗（北門高工）林旻志（歸仁國中）
高雄市：廖惠儀（大仁國中）歐士福（前金國中）
屏東縣：陳冠良（枋寮高中）楊瓊茹（屏東高中）陳建蒼（潮州高中） 黃俊才（中正國中）
澎湖縣：何嘉祥 林玉芬（馬公高中）
金門：楊玉星（金城中學）馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！

三次、四次方程解法：一個歷史的回顧

洪萬生
國立臺灣師範大學數學系退休教授

一、前言

在西方數學史上，阿爾・花拉子模（第九世紀）之後，二次方程解法由於配方法的加持，已經變得相當成熟，儘管他並沒有方便的代數符號可以操弄。現在數學家所面對的，顯然就是三、四次方程的解法了。

對於阿拉伯數學家奧瑪•海亞米來說，三次方程的幾何解法顯然有它的意義與價值，不過，從方程論（**theory of equations**）的觀點來看，卻沒有多大意義，這是因為方程式的根式解（**solving by radicals**）才是王道。如此看來，如何以純代數方法找到三、四次方程的解，就變得十分重要。

我們必須在此先提及：在 **1590** 年代，法國數學家韋達（**F. Viete**）提出符號法則（**symbolism**）之前的半個世紀，義大利數學家已經成功地提出三、四次方程的解法。可見，符號法則（**symbolism**）無關此一代數學之重大發展。十九世紀德國數學家內瑟曼（**Georg Heinrich Ferdinand Nesselmann, 1811-1881)**）曾以三階段說來刻畫西方代數學之發展：先是文辭代數（**rhetoric algebra**）（譬如古埃及、巴比倫代數），繼之以簡字代數（**syncopated algebra**）（譬如古希臘丟番圖代數），最後階段則是符號代數（**symbolic algebra**）。這種說法，充分反映了單一方向的進步史觀，非常盛行於十九世紀，馬克斯的唯物史觀當然也不例外。顯然，它也反映了一種要跟「落伍的」過去文明劃分界線的決絕態度。一旦承認了代數符號法則的進步性乃至於優越性，那麼，評論一個文明的數學成就，往往就成了測量它距離符號法則有多遠的工作了。這種通稱為「輝格式」**(Whiggish)** 史學研究的進路，在幫助我們瞭解古代數學文本時，固然有它的必要性，但是，過度糾纏的結果，卻很容易簡化歷史演化的錯綜複雜現象，而忽略了數學發展的「在地意義」**(meaning in context)**。事實上，即使史家能夠警覺此一「三階段說」的詮釋限制，譬如史家錢寶琮曾注意到中國宋元「天元術」與此說的格格不入，而將天元術歸類為一種「器械代數學」。然而，儘管他已經照顧到了中國脈絡，但是，頂多只是點出此說不適用於東方數學傳統罷了。

因此，從我們今日的後見之明（**hindsight**）來看，在十六世紀，三、四次方程解法與符號法則這「兩條路線」，可以說是各行其是，而且，前者的方法論特色是：儘管求解的是數值係數方程式例子（譬如卡丹諾的 $x^3+6x=20$），然而，解法（公式）卻都具有一般性（**generality**）。此外，對此做出貢獻的數學家如費洛（**Scipione dal Ferro, 1465-1526**）、塔達里亞（**Tartaglia**，原名 **Niccolo Fontana, 1499?-1557**）以及卡丹諾（**Girolamo Cardano, 1501-1576**）和徒弟費拉里（**Ludovico Ferrari, 1522-1565**）等人所

以能掌握到解題關鍵，乃是因為他們都採納了一種方程式變換（**transformation of equation**）的化約式（**reductionistic**）思維方法，亦即將三次求解化約為二次求解，或者將四次化約為三次。

二、三次方程解法

現在，就讓我們介紹三次、四次方程解法。給定三次方程式：

$$x^3 + px = q 。$$

仿卡丹諾，不妨令 $x = u - v$，則 $x^3 = (u-v)^3 = u^3 - v^3 - 3uv(u-v)$ 或 $x^3 + 3uvx = u^3 - v^3$。最後式子與給定方程式比較係數，得 $p = 3uv$，$q = u^3 - v^3$ 或 $-p = 3u(-v)$，$q = u^3 + (-v)^3$ 或 $-p^3/27 = u^3(-v)^3$，$q = u^3 + (-v)^3$。最後，令 $t = u^3$，吾人可以造出一個二次方程式：

$$t^2 - qt - p^3/27 = 0 。$$

解最後這個二次方程式，得其兩根如下：

$$t = \frac{q \pm \sqrt{q^2 + 4\cdot 1\cdot p^3/27}}{2} = \frac{q}{2} \pm \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^2} ，$$

因此，

$$u^3 = \frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^2} ，v^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^2} 。$$

再開立方根，可得給定三次方程式之根如下：

$$x = u - v = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^2}} - \sqrt[3]{-(\frac{q}{2}) + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^2}} 。$$

三、四次方程解法

再就四次方程解法來說，茲依循費拉里之進路，考慮下列四次方程式：

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

兩邊各加 $(ex + f)^2$，得

$$x^4+ax^3+bx^2+cx+d+(ex+f)^2=(ex+f)^2 \quad \textbf{(*)}$$

現在，我們要選擇適當的 ***e, f*** 使得左式＝$(x^2+px+q)^2$。將平方展開，再比較係數，則有

$$2p=a \text{ ， } p^2+2q=b+e^2 \text{ ， } 2pq=c+2ef \text{ ， } q^2=d+f^2 \text{ 。}$$

如此一來，$p=\frac{1}{2}a$ 可以決定。改寫其他方程如下：

$$e^2=p^2+2q-b \text{ ， } 4e^2f^2=(2pq-c)^2 \text{ ， } f^2=q^2-d \text{ ，}$$

將上述第一、第三方程代入第二方程，得

$$(2pq-c)^2=4(p^2+2q-b)(q^2-d)$$

或（代入 $p=\frac{1}{2}a$ ）

$$(aq-c)^2=(a^2+8q-4b)(q^2-d) \text{ 。}$$

這是一個 ***q*** 的三次方程式，而且吾人可將其根表徵為 a,b,c,d 的根式。換言之，***q*** 也可決定，而這是基於三次方程式已經可以根式求解的前提而得，一般人很容易忽略。現在，***e, f*** 可以從上述方程式獲得。於是，方程式 **(*)** 變成為

$$(x^2+px+q)^2=(ex+f)^2 \text{ ，}$$

或

$$[x^2+(p+e)x+(q+f)][x^2+(p-e)x+(q-f)]=0$$

亦即我們得到下列兩個二次方程式：

$$x^2+(p+e)x+(q+f)=0$$
$$x^2+(p-e)x+(q-f)=0$$

它們各自的兩根就是原方程式的四根。讀者不妨以方程式 $x^4-2x^2+8x-3=0$ 為例，核證它的四個根究竟為何。請注意：本例中的 ***p*=0**，而 ***q*** 則是三次方程式 $(8q+8)(q^2+3)=64$ 的實根：$q=1$，如此可選擇 $e=2, f=-2$。

四、餘論

最後，有關三次方程解法的歷史背景，也被認為那是解球面三角的需求所致，而後者乃源自十五世紀以降的地理大探險之航程確定工作。換言之，三次方程解法具有實用背景。另一方面，卡丹諾 **vs.** 塔達里亞有關三次方程解法的科技爭議，在數學史上非常經典，也值得我們注意。

至於由四次求解如何推到五次呢？顯然，這一過渡無法「依此類推」！它需要一種量子跳躍，一種全然不同於傳統解方程的思維，一種即使有了符號法則，也無法水到渠成的「現代性」（**modernity**）思維。不過，我們將這一討論留到下一篇文章再說。

參考書目

Sondheimer, Ernst and Alan Rogerson (1981). ***Numbers and Infinity: A historical account of mathematical concepts*****. New York: Cambridge University Press.**

比爾・柏林霍夫、佛南度・辜維亞 **(2008).**《溫柔數學史》**(*Math through Ages: A Gentle History for Teachers and Others*)**，台北：博雅書屋。

哈爾・赫爾曼 **(Hal Hellman)(2009).**《數學恩仇錄：數學史上的十大爭端》，台北：博雅書屋。

洪萬生 **(2003).**〈以**HPM**為鑑：數學史可以從**HPM**學到什麼？〉，《HPM通訊》第六卷第一期。

莫里斯・克萊因 **(Morris Kline)(2002).**《古今數學思想》（***Mathematical thoughts from Ancient to Modern Times***）第㈠冊（張理京等中譯），上海科學技術出版社。

英家銘、蘇意雯 **(2009).**〈數學與禮物交換〉，洪萬生等著，《當數學遇見文化》（台北：三民書局）頁 **110-122**。

沈康身 **(2010).**《歷史數學名題賞析》②，台北縣：稻田出版公司。

碩士論文摘要

《數理精蘊》中的《幾何原本》

張美玲
台北市立景興國中

《幾何原本》之中文譯本分為歐幾里得 **(Euclid)** 的《幾何原本》**(*Elements*)**與巴蒂 **(Pardies)** 的《幾何原本》**(*Elémens de géométrie*)**；前者由徐光啟、利瑪竇於 **1607** 年合譯前六卷，到了 **1857** 年才由李善蘭、偉烈亞力完成後九卷的翻譯。後者由張誠、白晉先譯為滿文，再譯為漢文，又有「七卷」和「十二卷」兩個不同版本，「十二卷」版修改後收入《數理精蘊》。

《數理精蘊》是清康熙年間編譯的數學百科全書，從整體上而言，可說是一部西方數學著作的編譯作品，《數理精蘊》中的《幾何原本》，是根據法國數學家巴蒂（**P. Pardies, 1636～1673**）所撰的幾何學教科書 ***Elémens de géométrie*** 翻譯增刪而成。書中各個命題的邏輯證明不求十分嚴格，定理的編排次序也不注重它的系統性，其著述體例與歐幾里德《原本》差異很大，沒有區分定理與命題。

民國 **29** 年至 **30** 年抗戰期間，在上海淪陷區內秘密搜購之江南收藏家累世珍籍，隨著國民政府來到台灣，其中的「**清聖祖批校幾何原本**」即是當時搜購的珍本之一。此珍本收藏於台灣國家圖書館善本室中，即為《數理精蘊》中的《幾何原本》最早之漢文底本，由於「幾何原本」一詞，儼然已成歐氏「幾何原本」的代名詞，故國家圖書館在編列書目資料時，並未真正考究其內容，似乎理所當然的就登錄為「**幾何原本七卷，泰西歐幾里得撰，利瑪竇譯，舊抄本**」，其實應更正為「**幾何原本七卷，法國巴蒂撰，張誠等改編，清聖祖校批，舊鈔本**」。此古籍經人劃圈、增補、黏貼處甚多，並且有康熙親筆校對字跡，更增添了此古籍的珍貴價值。而且從校批的內容可得知，此鈔本是在康熙一邊校對，宮中官員一邊抄寫中完成。更難能可貴之處，發現康熙不只校對一次，他會反覆修正，使吾人對康熙學術負責認真的態度有更深入的認識。

本論文地毯式的比對舊鈔本、數理精蘊本與巴蒂本三者之間的相關性，澄清了若干錯誤說。不論是康熙帝或是《數理精蘊》的編者，都是長期在中國文化薰陶下的知識份子，對於嚴格的邏輯體系並未有深刻的體會與接受。在研讀此文本時，即可感受出嚴謹的定理證明、邏輯推理，在《精蘊本》中是不被重視的部分。《數理精蘊》中的《幾何原本》內容雖然較貼近國中幾何教材，對於初學者而言，容易上手，但卻缺乏邏輯上嚴謹的證明，過於注重發展實用的方法。這是數學知識在歷史進展中的一個階段，對於數學教育工作者，了解不同時代背景下的數學知識，應用在教學中，將能提供學生更多的文化涵養與多元思考。

編按：本論文已於 **2008** 年 **6** 月通過台灣師範大學數學系碩士論文口試。

撰寫碩士論文之心得

張美玲
台北市立景興國中

從我進入教學碩士班唸書的第一年，同事們都認定我的論文一定是與數學史有關。為何他們會如此說呢？這要從我民國 **90** 年參加「英特爾 **e** 教師計畫」開始說起。

這個計畫是「**在幫助教師發現如何運用資訊科技的技術，以成為一種吸引學生、刺激學生，並且能增進學生學習效果的教學工具。**」在研習過程中，我不斷思考什麼樣的教學內容可以提高學生的興趣。回想起曾經問過我的學生，「你最喜歡上什麼課？」學生說：「歷史課。因為上歷史課，好像聽故事一樣，不知不覺一堂課就結束了。」學生的這段話，讓我「頭上亮了燈泡」，喜悅的心情猶如正泡在浴缸的阿基米德突然發現浮力原理。「如果數學課也能像歷史課一樣有趣，那該有多好？」，這個念頭，讓我一頭栽進了數學史的研究。

我大量的閱讀與數學歷史有關的通俗書籍，做了一個數學史網站，上課也常將課程相關的故事帶進課堂中。甚至聯課活動時，還開了一個「數學史」的社團，帶領有興趣的學生一起研究數學史。那段時間，頗以自己的成果自豪。直到洪老師帶我走進真正的數學史，我才明瞭，我所閱讀的書籍都是一些作者未經嚴謹考證所寫的傳說故事，甚至是以訛傳訛、道聽塗說的歷史軼聞。故事若要寫的生動、引人注目，難免要加油添醋一番。真正的數學史，還是要回歸到歷史層面，佐以史料的考證；真正的數學史，不能僅有「歷史」，仍須有「數學」。看見數學演進的風貌，讓我們更加認識數學的本質。

當初決定以「《數理精蘊》中的《幾何原本》」，作為我的論文主題，初衷僅是因為此文本與現行國中幾何教材較為貼近，我希望自己所研究的主題，能對我的教學工作有所啟示。但是，當我在國家圖書館善本室發現了一本體例與《數理精蘊》中的《幾何原本》十分接近的手抄本後，在追蹤、探究此手抄本的過程中，我深深體會到「發現」的樂趣。「發現」此手抄本的批校字體竟是康熙皇帝所寫的；「發現」許多研究論文有一些錯誤的論述內容；「發現」連國家圖書館的書目編輯資料也有誤；「發現」多數人對於「幾何原本」此一名詞根深蒂固的誤解。**…….**

完成此論文，花了約一年多的時間，剛開始，先把《數理精蘊》中的《幾何原本》作第一次的詳細閱讀，然後依序與歐幾里得的《原本》、巴蒂原著、英文版譯本作比對；之後，跑了很多趟國家圖書館，借出康熙批校之《幾何原本》七卷舊鈔本及精鈔本原件詳閱，當我帶著口罩、手套，小心翼翼的翻閱這些泛黃的古籍，想像三百多年前，康熙皇帝、法國傳教士及一些宮廷官員，也和我翻閱著同樣的這套書，此刻的心情，好比考古學家發現新遺址一樣的興奮。

在資料的搜尋過程，國家圖書館及台大圖書館，是我的主要資料庫來源，多請教畢

業的學長、學姊，也常有不少的收穫。剛開始，不知從何下筆，只是很「努力」、很「用心」的逐卷逐題作詳細比對整理，並且重新繪圖，把所有的比對資料全部打字成稿後，驚人的頁數，讓我知道必須做資料的「瘦身」「減肥」，雖然有很多內容都是辛苦打字與繪圖而成，但必須有所取捨，「捨不得」只會模糊了論文的焦點。章節的主題安排前後更正好幾次，每次和洪老師談完話後，都會有不同的想法，這些變動的想法，其實是完成論文的必經過程，因為老師每次的引導，都使自己的論文主題趨向明確，非常感謝洪老師的指導。

這部論文完成之後，收穫最多的是自己。以前閱讀的習慣，總是把作者的想法原封不動的移入自己的腦中，缺少考證的過程及自我的想法，現在閱讀一本書時，較容易批判作者的思想及內容的真偽。完成論文的過程其實是很辛苦，壓力也很大，但看到自己的成品展現出來時，也是很有有成就感的，尤其得到口試老師們的肯定，所有的辛苦都是值得的。

笛卡兒畫像：創作理念

吳宛柔
國立交通大學應用數學所碩士班

「我思故我在」是一句大家耳熟能詳的話，出自後人尊稱為近代哲學之父的笛卡兒 **(Rene Descartes)**。 除了哲學家的身分外，笛卡兒還是位數學家、物理學家及自然科學家。笛卡兒於 **1637** 年以法文出版《方法論》，且附有三篇論文，分別是《折光學》、《氣象學》以及《幾何學》。其中，《幾何學》共分三卷，分析了幾何學與代數學的優劣，奠定了笛卡兒在數學史上的地位。然而，與費馬（**Pierre Fermat**）不同的是，笛卡兒是把幾何圖形利用坐標化成代數，由圖形的軌跡找出圖形的方程式；費馬則是用方程式找回圖形的性質與意義，兩位對 「解析幾何」皆有著重要的貢獻。

要如何把全才的笛卡兒畫出來，困擾我很久……一方面，因為之前為了準備研究所考試，很久沒有提筆作畫，另一方面，是畫過的幾張構圖都不太滿意，最後決定照著我對笛卡兒的了解，嘗試將他畫出來。因此，我試著讓笛卡兒的眼神散發出穩重感，且將臉部線條柔和化，並使用紫色衣服象徵笛卡兒尊貴的身分，以及紅潤一點的膚色，畫出健康的笛卡兒。另外，在背景的地方，我選擇由笛卡兒提出的葉形線（極坐標為 $\gamma(\theta)=\frac{3a\sin\theta\cos\theta}{\sin^3\theta+\cos^3\theta}$ ）、直角坐標系（又稱為笛卡兒坐標系）、象徵性的 **“I think, therefor I am.”** 以及鮮為人知笛卡兒－歐拉公式（**F+V-E=2**，其中 **F**、**V** 與 **E** 分別為正多面體的面、頂點與邊的總數）。笛卡兒礙於其他因素，並沒有將此發現公開，取而代之的是鎖在保險櫃內……或許在另一個時空裡，笛卡兒會很樂於分享他的發現，所以，我希望能透過這些元素，畫出不一樣的笛卡兒！


V+F-E=2
I think
Descartes
WWR