

HPM 通訊

第十五卷 第二、三期合刊 目錄 (2012年3月)

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）
 助理編輯：黃俊璋（台灣師大數學所研究生）
 編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）
 黃清揚（福和國中）葉吉海（陽明高中）
 陳彥宏（成功高中）陳啟文（中山女高）
 王文珮（青溪國中）黃哲男（台南女中）
 英家銘 謝佳勸（台師大數學系）
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

- ▣ 道本周教授榮獲2012年Albert Leon Whiteman紀念獎
- ▣ Information: 國立臺灣師範大學「數學系60級甲班學長姊獎學金」設置辦法
- ▣ HPM 教室：單元七：列方程式—借根方與天元術
- ▣ 何不讀讀孩子的教科書？——陪孩子讀書的經驗談
- ▣ 新書櫥窗：教育街上名人的數學小書

道本周教授榮獲2012年Albert Leon Whiteman紀念獎

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

欣聞道本周（Joseph Warren Dauben）教授榮獲美國數學會（The American Mathematical Society）2012年頒發的 Albert Leon Whiteman 紀念獎（Albert Leon Whiteman Memorial Prize），我們為他感到驕傲。茲徵得他本人同意，我們將他的領獎答謝詞譯為中文，方便感興趣的讀者更多瞭解他的學術歷程，以及他對數學史研究作出的卓越貢獻。

Albert Leon Whiteman 紀念獎創立於1998年，獎金由 Albert Leon Whiteman 的夫人 Sally Whiteman 捐贈。2001年，美國數學會在與美國數學協會（The Mathematical Association of America）和其他數學學會共同召開的年會上，頒贈首屆 Albert Leon Whiteman 紀念獎，授予波士頓大學的 Thomas Hawkins 教授。2005年的第二屆，紐約大學的 Harold M. Edwards 教授獲獎。2009年的第三屆，則是英國開放大學（Open University）Jeremy John Gray 教授獲得。

道本教授的獲獎為 Whiteman 紀念獎的第四屆。美國數學會表彰他在西方數學史、中國數學史，以及二十世紀早期中國與西方（特別是美國）數學交流史等方面的研究貢獻。

道本教授領取 Whiteman 紀念獎時的答謝詞如下：

Albert Leon Whiteman 是一位對數論有濃厚興趣的數學家。他對數學史的愛好也始終不減。他是 Hans Rademacher 在賓州大學（University of Pennsylvania）的第一位博士研究生。畢業後，他在哈佛大學擔任過 Benjamin Peirce 講師（Benjamin Peirce instructor）。1948年，他任教於南加州大學，直至退休。我本來很有可能成為他的研究生。1966年，我在南加州 Claremont McKenna 學院畢業後，南加州大學錄取我成為主修數學的研究生。我在 Claremont McKenna 學院就教於 John Ferling、Granville Henry 和 Janet Myhre，並撰寫了畢業論文

(senior thesis)。這篇論文後來對於我研究非標準分析 (Nonstandard Analysis) 有很大的幫助。因為 Ferling 畢業于南加州大學，它自然就成了我申請學校中的一所。

不過，由於我在南加州長大，哈佛提供給我的攻讀科學史博士學位之機會，讓我無法拒絕。1966年秋天，我抵達東海岸，到了（麻州）劍橋。現在回顧起來，當時那裡有人數不多，但相對集中、友好的數學史工作者。哈佛大學科學史系當時剛剛成立，它是美國大學第一個設立的科學史系。我有幸與我的朋友、同事與同行 Wilbur Knorr，成為最早加入這個新科系的研究生。Wilbur 與我更有幸受業於 John Murdoch 和 Judith Grabiner。他們還輔導我們兩人準備博士資格考試的口試。我的博士論文是在 Erwin Hiebert 與 Dirk Struik 指導下完成的。在哈佛，我還就教於 Richard Brauer，他對我討論康托 (Georg Cantor) 的博士論文有興趣。他有關德國數學親身的回憶，總是有助於我建立康托所生活的時代 — 尤其是他的晚年時期 — 的歷史感。只要 Brauer 說我所寫的是正確的話，我就知道雖不中亦不遠矣。後來，當我的研究主題轉向羅濱遜 (Abraham Robinson) 的傳記時，另一位哈佛數學家 Garrett Birkhoff 也一樣大有助力。Birkhoff 認識羅濱遜本人，而且，他也對非標準分析的歷史蘊涵 (historical implications) 深感興趣。加州理工學院的 Wim Luxumburg 與耶魯大學的 George Seligman 是羅濱遜的同事與好友。他們審閱了我所寫的歷史，自然也是我心懷感激的數學家。這就意味著對數學史家來說，我們的最佳閱聽者與最有價值的合作者是我們的數學家同事。在我作為數學史家的學術生涯中，我從許多同事的啟發和支持中學到了專業技藝。我確實非常幸運擁有多位在德國學術界所謂的「導師」(Doktorvater)。首先是我在哈佛的導師 I. Bernard Cohen，他的數學史研究包括牛頓的著作和計算機的偉大革命。後一研究使他成為 IBM 公司的首席歷史顧問。有好幾個暑假，Knorr 與我以及其他研究生受雇于 IBM，在Cohen 的指導下整理有關計算資料庫的龐大史料。

我在柏林對康托和超窮集合論的起源之學位論文進行一年的檔案研究，當時擔任位於東柏林的東德科學院 (the Deutsche Akademie der Wissenschaften) 之洪堡研究中心主任 Kurt R. Biermann，就非常周到地關照我。同樣地，自由大學 (Freie Universität) 的 Herbert Meschkowski 以及西柏林的技術大學 (Technische Universität) 的 Christoph Scriba 也是如此。德國數學史家圈子親切地邀請我參加位於黑森林區的 Oberwolfach 數學研究所 (Mathematisches Forschungsinstitut at Oberwolfach) 的年度盛會。在那裡，特別以研究萊布尼茲聞名的 Joseph Ehrenfried Hofmann 建立了數學史問題討論班 (Problemgeschichte der Mathematik seminars)。多年以來，我也因此有機會與 Christoph Scriba、Menso Folkerts、Ivo Schneider、Eberhard Knobloch 以及 Herbert Mehrtens 等數學史家討論，並經由他們的引介，得以熟悉德國的數學史偉大傳統。後來，Scriba 與我主持，並在 Hans Wußing 與 Jeanne Peiffer 的協助下，為國際數學史委員會 (The International Commission on the History of Mathematics) 作了一個合作課題，全世界各國的同行一道進行史學史研究，一起書寫數學史這個學門的歷史。我非常感激的數學史家，還有 Ivor Grattan-Guinness，他從我還是研究生時始，就不斷地提供幫助與鼓勵。他早期有關康托的研究論文，對我特別有用，尤其是 Ivor 樂於對我這位稚嫩研究生提供策略性的建議。同時，這麼多年來，他的批判性和編輯的眼力更是十分受用，對我們共同合作的各種計畫也是如此。

事實上，在我整個學術生涯中，與世界各地數學家與史學家攜手工作，是合作研究中最富有成果和最具啟發性的一面。這對於我在將近二十五年前所開始進行的研究，肯定是如此，1988年，當我在中國科學院與美國科學院共同贊助下，應邀前往中國進行半年的訪問。那年春天，我在北京的中國科學院自然科學研究所停留了好幾個月，並在那裡參加了由杜石然主持的中國數學史討論班。也就是在那裡，我遇見了郭書春與劉鈍二位數學史家，以及新加坡的藍麗容（Lam Lay Yong）與台灣的洪萬生。從他們那裏，我學習中國數學史。

我從北京返回紐約沒多久，萬生成了我的第一位華人研究生。而教學的其他喜樂，就是它讓我有機會與特別有能力的學生一起教學相長。雖然我的研究生不是很多，但是，我樂於指導他們。在指導的過程中，我確信我從他們身上所學到的東西與我所希望他們從我這學到的一樣多。我的第一位博士研究生是 David Rowe，他在已獲得數學博士學位後，前來紐約主修科學史的第二個博士學位。第二位是洪萬生，最近的是徐義保。目前，我還有另一位來自台灣的研究生張秉瑩，她正在研究中國清代中期欽天監算學部門之歷史。這一課題提醒我們：在世界各地的所有文化中，數學家所起的重要作用不僅在於數學理論理解的進步，而且也在它各色各樣的廣泛應用上。

美國數學會與美國數學協會為促進了數學史的研究，在它們的共同年會中，通常每年都安排二整天邀請報告小組討論數學史。多年來我負責邀請學者在數學史小組報告，在不同的時間，分別與 David Zitarelli、Karen Parshall、Victor Katz、Patti Hunter 和 Deborah Kent 等人一起合作。除此之外，（美國）科學史學會（The History of Science Society）近年來對數學史的興趣逐年遞增。Karen Parshall 和 Albert Lewis 對於科學史學會年會中設立數學史論壇，發揮了很大作用，Harry Lucas 的支持也不可缺少。我們希望數學史論壇能夠進一步促進數學史在科學史學會年會的地位。

回顧我與全世界數學家和歷史學家有過接觸的學術生涯，我要誠摯地表達我的謝忱。他們中的許多人，不僅是我的同事，更是好朋友。我在紐約城市大學（City University of New York）研究生院有幸指導過的學生當然也包括在內。但是，對於我主要任教的 Herbert H. Lehman 學院（按：CUNY 24所學院之一），我必須說一聲特別的謝謝，由於你們對教師所提供的資源與鼓勵，尤其是對於他們的研究和參與更大學術社群的研討會與研究計畫。過去，也正是由於 Lehman 學院惠予資助與減輕教學任務，在 *Historia Mathematica* 的創始主編 Kenneth O. May 突然意外辭世，我才能與 Esther Phillips 負起編輯任務。最近，Lehman 學院更是欣然同意我前往位於台灣新竹的交通大學人文社會科學研究中心任客座教授一年。在那裡，除了我自己的研究外，沒有任何其他的任務，我花了2010年一整年的時間，完成了《九章算術》（*Nine Chapters on the Art of Mathematics*）（《算經十書》之一）的（英文）翻譯與注釋。《九章算術》及其注釋是中國古代數學的綱要。我有幸與北京的郭書春和紐約的徐義保兩位同事合作整理翻譯它。這項合作計畫，要不是紐約城市大學、台灣的交通大學以及北京的自然科學史研究所三者的共同支持，是不可能成功的。

數學史所以不同於科學史，是因為它不是有關被拋棄了的、遺忘的、不能正確解釋

自然界運轉的陳舊理論的神秘歷史，它是活生生的歷史。在十九世紀，魏爾施特拉斯（Karl Theodor Wilhelm Weierstraß）建議他的學生閱讀過去的數學經典。這些經典著作中的思想和方法，很可能對現在數學研究的前沿仍然有用，甚至具有啟發性。正因如此，數學家比起其他領域的科學家來說，對他們學科的歷史更有真正的興趣——不僅是為了記住過去，更是為了使用它。像 Whiteman 紀念獎對於數學史這樣的實質支持與高曝光度的獎勵，數學史家都非常感激，在此時，我的感激尤其無人能比。對美國數學會評議會與評獎委員會，我也要表達誠摯的謝意。對於 Sally Whiteman 夫人，我要代表各地的數學史家，致上衷心的謝忱，因為她為她的丈夫 Albert Leon Whiteman 設立了這種傑出的紀念方式。（本文承徐義保教授審定，謹此申謝）

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名、地址、e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。[投稿請e-mail至 suhui_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlatter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校運送員

日本：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）、李佳嬅（東京大學）

德國：張復凱（Mainz 大學）

基隆市：許文璋（南榮國中）

台北市：楊淑芬（松山高中）杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）蘇俊鴻（北一女中）
陳啟文（中山女高）蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）郭慶章（建國中學）李秀卿（景美女中）王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）彭良禎（麗山高中）郭守德（大安高工）張瑄芳（永春高中）張美玲（景興國中）文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）
林壽福、吳如皓（興雅國中）傅聖國（健康國小）李素幸（雙園國中）程麗娟（民生國中）
林美杏（中正國中）朱廣忠（建成國中）英家銘（中國醫藥大學）

新北市：顏志成（新莊高中）陳鳳珠（中正國中）黃清揚（福和國中）董芳成（海山高中）孫梅茵（海山高工）周宗奎（清水中學）莊嘉玲（林口高中）王鼎勳、吳建任（樹林中學）陳玉芬（明德高中）羅春暉（二重國小）賴素貞（瑞芳高工）楊淑玲（義學國中）林建宏（丹鳳國中）莊耀仁（溪崑國中）、李建勳（海山國中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中）吳秉鴻（國華國中）林肯輝（羅東國中）林宜靜（羅東高中）

桃園縣：許雪珍、葉吉海（陽明高中）王文珮（青溪國中）陳威南（平鎮中學）
洪宜亭、郭志輝（內壢高中）鐘啟哲（武漢國中）徐梅芳（新坡國中）程和欽（大園國際高中）、鍾秀瓏（東安國中）陳春廷（楊光國民中小學）王瑜君（桃園國中）

新竹市：李俊坤（新竹高中）、洪正川、林典蔚（新竹高商）

新竹縣：陳夢綺、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）、劉雅茵（台中二中）、林芳羽（大里高中）、洪秀敏（豐原高中）、李傑霖、賴信志、陳姿研（台中女中）、莊佳維（成功國中）

南投縣：洪誌陽（普台高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）郭夢瑤（嘉義高中）

台南市：林倉億（台南一中）黃哲男、洪士薰、廖婉雅（台南女中）劉天祥、邱靜如（台南二中）張靖宜（後甲國中）李奕瑩（建興國中）、李建宗（北門高工）林旻志（歸仁國中）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）歐士福（前金國中）林義強（高雄女中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）楊瓊茹（屏東高中）陳建蒼（潮州高中）黃俊才（中正國中）

澎湖縣：何嘉祥 林玉芬（馬公高中）

金門：楊玉星（金城中學）馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！

國立臺灣師範大學「數學系 60 級甲班學長姊獎學金」

設置辦法

- 一、緣起：為鼓勵數學系學士班優秀學生特訂定本辦法。
- 二、名額：每年一至二名。
- 三、金額：每名 15,000 元。
- 四、申請資格與條件：
本校數學系學士班在校學生前一學年度各科表現特殊優異者，而且對於閱讀推動數學普及讀物有興趣者。已請領其他校內獎學金者，不得再請領本項獎學金。
- 五、申請時間及程序：
 - (一) 凡符合本獎學金申請資格的學生，請備妥申請書、成績單以及至少兩篇數學普及讀物閱讀心得報告，向本系提出申請。
 - (二) 本獎學金申請每學年辦理一次，申請期間為每年 10 月，由本系獎助學金審查委員會公開審查核定，並由本系擇期公開表揚。
- 六、審查委員暨程序：由本系獎助學金管理委員會負責。
- 七、基金保管及運用方式：
 - (一) 本獎學金由本校獎學金管理委員會負責保管，以每年由數學系 60 級甲班系友募集作為獎學金之用。
 - (二) 本獎學金之金額，必要時得由本獎學金審查委員會調整之。
- 八、本辦法經系務會議通過後，提請獎學金管理委員會核備後實施，修訂時亦同。

附錄：推薦閱讀書單

- Aczel, Amir (阿米爾·艾克塞爾) (譯者林祁堂) (1998). 《費馬最後定理》，時報出版公司。
- Aczel, A. D. (阿米爾·艾克塞爾) (譯者邱文寶) (2006). 《大於 1/2--投資、愛情、生活的獲勝機率》，究竟出版社。
- Aczel, Amir D. (阿米爾·艾克塞爾) (譯者蕭秀姍、黎敏中) (2007). 《笛卡兒的秘密手記》，商周出版社。
- Atalay, Bülent (布倫阿特列) (2007). 《數學與蒙娜麗莎》，時報文化出版公司。
- Alder, Alder (亞爾德) (譯者張琰、林志懋) (2005). 《萬物的尺度》，貓頭鷹出版社。
- Berlinhoff, William P., Fernando Q. Gouvea (譯者洪萬生、英家銘、蘇惠玉、蘇俊鴻、林倉億、陳彥宏、郭慶章、陳啟文、葉吉海、洪誌陽、楊瓊茹) (2008). 《溫柔數學史：從古埃及到超級電腦》，博雅書屋。
- Beutelspacher, Albrecht (波伊特許伯赫), Marcus Wagner (馬庫斯·華格納) (譯者姬健梅) (2009). 《如何穿過一張明信片》，究竟出版社。
- Blatner, David (大衛·布拉特納) (譯者潘恩典) (1997/2007). 《神奇的 π 》，商周出版。
- Davis, Philip J., Hersh Reuben (譯者常庚哲、周炳蘭) (1996). 《笛卡爾之夢 - 從數學看世界》，九章出版社。
- Derbyshire, John (德比夏爾) (譯者陳可崗) (2005). 《質數魔力》，天下遠見。
- Devlin, Keith (德福林) (譯者李國偉、饒偉立) (2000). 《笛卡兒，拜拜！》，天下遠見出版公司，台北市。

- Doxiadis, Apostolos (阿波斯多羅斯·多夏狄斯)(譯者王維旒)(2002)。《遇見哥德巴赫猜想》，小知堂文化事業公司。
- Dunham, William (威廉·鄧漢)(譯者蔡承志)(2009)。《數學教室 A to Z》，商周出版社。
- Eastaway, Rob (羅勃·伊斯威), Jeremy Wyndham (傑瑞米·溫德漢)(譯者蔡承志)(2005)。《一條線有多長？》，三言社。
- Eastaway, Rob (羅勃·伊斯威)、Jeremy Wyndham (傑瑞米·溫德漢)(譯者蔡承志)(2004)。《為什麼公車一次來 3 班？》，三言社。
- Gardner, Martin (葛登能)(譯者胡守仁)(2004)。《打開魔數箱》，遠流出版事業公司。
- Gardner, Martin (葛登能)(譯者蔡承志)(2005)。《數學馬戲團》，遠流出版事業公司。
- Gaurav, Suri (高瑞夫), Singh Bal Hartosh (哈托許)(譯者洪贊天、林倉億、洪萬生)(2009)。《爺爺的證明題》，博雅書屋。
- Giordan, Paolo (保羅·裘唐諾)(譯者林玉緒)(2009)。《質數的孤獨》，寂寞出版社。
- Gowers, Timothy (2002)。 *Mathematics: A Very Short Introduction*. New York: Oxford University Press.
- Gray, Jeremy J. (葛雷)(譯者胡守仁)(2002)。《希爾伯特的 23 個數學問題》，天下遠見出版公司。
- Hathout, Leith (譯者黃俊瑋、邱珮瑜)(2009)。《數學偵探物語》，書泉出版社。
- Hellman, Hal (哈爾赫爾曼)(譯者范偉)(2009)。《數學恩仇錄》，博雅書屋。
- Higgins, Peter M. (彼得·希金斯)(譯者尤斯德)(2005)。《數學讓腦袋變靈光》，商周出版社。
- Hoffman, Paul (保羅·霍夫曼)(譯者米緒軍、章曉燕、謬衛東)(2001)。《數字愛人：數學奇才艾狄胥的故事》，臺灣商務印書館。
- Jaqua, Albert (亞伯特·賈夸)(譯者陳太乙)(2002)。《睡蓮方程式—學習科學的樂趣》，究竟出版社。
- Kaplan, Robert (羅伯·卡普蘭)(譯者陳雅雲)(2002)。《從零開始 — 追蹤零的符號與意義》，究竟出版社。
- Kline, Morris (莫里斯·克萊恩)(譯者趙學信)(2004)。《數學：確定性的失落》，臺灣商務印書館。
- King, Jerry (杰瑞·金)(譯者蔡承志)(2010)。《社會組也學得好的數學十堂課》，商周出版社。
- Lee, Cora (柯拉·李), Gillian O'Reilly (吉利安·格瑞)(譯者俞璿)(2008)。《數學大騷動 — 在意想不到的地方發現數學》，究竟出版社。
- Livio, Mario (李維歐)(譯者丘宏義)(2004)。《黃金比例》，遠流出版事業公司。
- Livio, Mario (2005)。 *The Equation That Couldn't Be Solved*. New York: Simon & Schuster.
- Maor, Eli (譯者胡守仁)(2000)。《毛起來說三角》，天下遠見出版公司。
- Maor, Eli (毛爾)(譯者鄭惟厚)(2000)。《毛起來說 e》，天下遠見出版公司。
- Maor, Eli (2007)。 *The Pythagorean Theorem: A 4000-Year History*. Princeton University Press.
- MacLachlan, James (詹姆士·馬克拉卻倫)(2004)。《伽利略》，世潮出版公司。

- Mlodinow, Leonard (李奧納·曼羅迪諾)(譯者陸劍豪) (2002). 《歐幾里得之窗 — 從平行線到超空間的幾何學故事》，究竟出版社。
- Mlodinow, Leonard (曼羅迪諾) (譯者胡守仁) (2009). 《醉漢走路 — 機率如何左右你的命運和機會》，天下文化出版公司。
- Moore, David S. (墨爾) (譯者鄭惟厚) (1998/2007). 《統計，讓數字說話》，天下遠見出版公司。
- Musielak, Dora (2005). *Sophie's Diary: A Historical Fiction*. AuthorHouse, Bloomington, Indiana.
- Netz, Reviel and William Noel (內茲、諾爾) (譯者曹亮吉) (2007)。《阿基米德寶典：失落的洋皮書》，天下文化出版公司。
- Nahin, Paul J. (1998/2007). *An Imaginary Tale: The Story of $\sqrt{-1}$* , Princeton University Press。
- Osen, Lynn M. (琳·歐森) (譯者彭婉如、洪萬生) (1998). 《女數學家列傳》，九章出版社。
- Osserman, Robert (奧瑟曼) (譯者葉李華、李國偉) (1997). 《宇宙的詩篇》，天下文化出版公司。
- Posamentier, Alfred S. & Ingmar Lehmann (2004). *π : A Biography of the World's Most Mysterious Number*. Prometheus Books.
- Poundstone, William (譯者葉家興) (2007)。《囚犯的二難 — 賽局理論與數學天才馮紐曼的故事》，左岸文化出版社。
- Sawyer, Walter Warwick (梭爾) (譯者胡守仁) (2006). 《數學家是怎樣思考的》，天下遠見出版公司。
- Salem, Lionel, Frederic Testard and Coralie Salem (譯者胡守仁) (2006). 《最刁一丸、的數學公式》，天下文化出版公司。
- Singh, Simon (賽門·辛) (譯者劉燕芬) (2000). 《碼書：編碼與解碼的戰爭》，臺灣商務印書館。
- Singh, Simon (賽門·辛) (譯者薛密) (1998). 《費瑪最後定理》，台灣商務印書館。
- Stein, Sherman K. (斯坦) (譯者葉偉文) (1999/2005). 《幹嘛學數學？》，天下遠見。
- Stein, Sherman K. (斯坦) (譯者葉偉文) (2002). 《數學是啥玩意？》，天下遠見。
- Stein, Sherman K. (斯坦) (譯者陳可崗) (2004). 《阿基米德幹了什麼好事！》，天下遠見。
- Stewart, Ian (史都華) (譯者葉李華) (1996). 《大自然的數學遊戲》，天下遠見出版公司。
- Stewart, Ian (2007). *Why beauty is truth: a history of symmetry*. Basic Books.
- Stewart, Ian (史都華) (譯者李隆生) (2008). 《給青年數學家的信》，聯經出版公司。
- Tahan, Malba (馬爾巴塔汗) (譯者鄭明萱) (2009). 《數學天方夜譚：撒米爾的奇幻之旅》，貓頭鷹出版社。
- Wilson, Robin J. (2001). *Stamping through Mathematics: An illustrated history of mathematics through*. Springer-Verlag New York, Inc..
- Zaslavsky, Claudia (克勞迪亞·札斯拉夫斯基) (譯者陳昭蓉) (2002). 《民俗數學遊戲》，遠哲科學教育基金會。
- 小川洋子 (譯者王蘊潔) (2004). 《博士熱愛的算式》，麥田出版社。

- 小林吹代 (譯者陳昭蓉) (2008). 《用看的學數學》，世茂出版社。
- 小室直樹 (譯者李毓昭) (2002). 《給討厭數學的人 — 數學的奧妙 & 生活》，晨星出版社。
- 小島寬之 (譯者陳昭蓉) (2010). 《用小學數學看世界》，世茂出版社。
- 小島寬之 (譯者鄭宇淳 / 審定李恭晴) (2007). 《從數學看人類進步的軌跡》，世茂出版社。
- 川九保勝夫 (譯者高淑珍) (2003 / 2008). 《圖解數學基礎入門》，世茂出版社。
- 丹尼斯·居耶德 (譯者漢斯) (2003). 《鸚鵡定理：跨越兩千年的數學之旅》，究竟出版社。
- 西成活裕 (譯者陳昭蓉) (2008). 《壅塞學 — 人、車、螞蟻、網路、細胞一路暢通的祕密》，究竟出版社。
- 李信明 (1998). 《李學數說數學故事》，九章出版社。
- 寺阪英孝 (2004). 《非歐幾里德幾何的世界：探索幾何學的原點》，新潮社。
- 笹部貞市郎 (譯者文子) (2007). 《茶水間的數學》，大是文化有限公司。
- 岡部恆治 (譯者蔡青雯) (2008). 《漫畫微積分入門》，臉譜出版社。
- 岡部恆治、桃崎剛壽著 (劉秀群譯) (2007). 《數學腦》，世茂出版社。
- 岡部恆治 (譯者王秋陽、中川翔詠) (2003). 《訓練思考能力的數學書》，究竟出版社。
- 林芳玫 (2007). 《達文西亂碼》，聯合文學出版社。
- 洪萬生 (1999). 《孔子與數學》，明文書局。
- 洪萬生 (2006). 《此零非彼零：數學、文化、歷史與教育》，臺灣商務印書館。
- 洪萬生、林倉億、蘇惠玉、蘇俊鴻 (2006). 《數之起源》，台灣商務印書館。
- 林壽福 (2006). 《數學樂園 — 從胚騰學好數學》，如何出版社。
- 洪萬生、英家銘、蘇意雯、蘇惠玉、楊瓊茹、劉柏宏、劉淑如 (2009). 《當數學遇見文化》，三民書局。
- 徐品方，徐偉 (2008). 《古算詩題探源》，科學出版社。
- 根上生也 (譯者謝仲其) (2010). 《數學，一看就懂》，世茂出版社。
- 張海潮 (2006). 《說數》，三民書局。
- 曹亮吉 (2003). 《阿草的數學聖杯 — 尋找無所不在的胚騰》，天下遠見出版公司。
- 曹亮吉 (阿草) (2002). 《從月曆學數學》 (原書名：阿草的歷史故事)，天下文化出版公司。
- 曹亮吉 (阿草) (2008). 《從旅遊學數學》，天下文化出版公司。
- 許介彥 (2008). 《數學悠哉遊》，三民書局。
- 新井紀子 (譯者許慧貞) (2010). 《愛上數學的 14 堂課》，世茂出版社。
- 新井紀子 (譯者陳爛若) (2009). 《吐嘈學數學》，如果出版社。
- 遠藤寬子 (譯者周若珍) (2009). 《算法少女》，小知堂文化公司。
- 藤原和博、岡部恆治 (譯者陳昭蓉、李佳嬅) (2009). 《刮風時，木桶商就能賺大錢？看穿事物本質的數學腦》，世茂出版社。
- 賀景濱 (2006). 《速度的故事》，木馬文化出版社。
- 蔡聰明 (2000). 《數學的發現趣談》，三民書局。
- 蔡聰明 (2003). 《數學拾貝》，三民書局。
- 蔡聰明 (2009). 《微積分的歷史步道》，三民書局。
- 蕭文強 (2007). 《數學證明》，凡異出版社。
- 羅浩源 (1997). 《生活的數學》，九章出版社。

單元七：列方程式—借根方與天元術

蘇惠玉

台北市立西松高中

配合課程單元：99 課綱數學 I，多項式方程式

一、前言

在高中教材中，有關於解方程式的課程，安排在數學 I 多項式的章節裡。利用代數基本定理與虛根成對的性質，探討實根的個數；而實地上去解方程式的，只有論及二次方程式，其他高次的多項式方程式，則是藉由有理根檢驗與勘根定理，大略找一下有理根或是實根的近似值。然而不管解不解方程式，首要之務就是要列出代數方程式。要列出一個代數方程式，對高中生而言，並不是太困難的事，然而數學要發展至此，卻也不是短短幾年可成；在發展的過程中，由於文化的不同，也曾產生不同的形式。這些數學史的片段，都值得我們在學習現今代數方程式之餘，細細的品味與欣賞。

二、代數的符號表徵

我們從國中開始接觸「代數」，然而代數到底是什麼？只是與數目有關的符號操作而已嗎？在我們的學習過程中，並不強調不同的代數符號表徵對我們處理代數問題時所帶來的影響與效能，然而一種「好」的表徵形式，能夠澄清想法，顯示模式，絕對會影響學習與操作數學的效能。

代數問題述說與解答，一開始是以文字敘述來呈現的，例如巴比倫數學中出現的一個問題：

我曾將長和寬相乘得面積 10，我曾將長自乘得一面積，我將長較寬多的部分自乘再以 9 乘之，這個面積與長自乘的面積相等，問長和寬各幾何？

而在埃及留下來的數學文件阿孟斯(Ahmes)紙草文件的第 63 題也有這樣的問題：¹

分 700 片麵包給 4 個人，第一個所得比例為 $\frac{2}{3}$ ，第二人為 $\frac{1}{2}$ ，第三人為 $\frac{1}{3}$ ，第四人為 $\frac{1}{4}$ 。

而用來代表未知數的「某物 thing」則佔據使用排行榜相當長得一段時間，例如：

¹ 阿孟斯紙草文件又稱為蘭德(Rhind)紙草文件，於 1858 年由英國人蘭德所發現，後考證其作者為當時的書記官阿孟斯，現存於大英博物館。

某物平方的 2 倍等於 5 再加上此物的 3 倍。此物是多少？

直到第 9 世紀，伊斯蘭數學家阿爾-花刺子模(*Al-Khwārizmī*)在他的書《復原與相消的規則 *aljabr w'al muqābala*》用 *shai* 這個字來代表未知數，而他和他的前輩都將 x^2 當成是主要未知數，以 *māl* 表示，意思是「財產」或是「金錢的總和」，而以 *jidr* 表示 *māl* 的平方根，意思為「植物的根 *plant-root*」或是「根基」、「最低的部分」。

當阿爾-花刺子模的書被翻譯成拉丁文時，*shai* 這個字變成了 *res*，即是「某物」的意思，*jidr* 則翻譯成了 *radix*。例如 12 世紀 *John of Seville* 將阿爾-花刺子模的一個問題翻譯成拉丁文，如下：

Quaeritur ergo, quae res cum. X. radicibus suis idem decies accepta radice sua efficiat
 39. (It is asked, therefore, what thing together with 10 of its roots or what is the same, ten times the root obtained from it, yields 39.)

而有些拉丁文本使用 *causa* 來表示 *shai*，當這些書被翻譯成義大利文時，*causa* 成了 *cosa*，而當德國數學家研究這些拉丁文與義大利文書籍時，代表未知數的字眼就變成了 *cozza*。而英國人沿用這個詞，將那些社即到未知數的問題稱為「解未知數之術 *the cossic art*」。

現代化的代數符號與表徵，例如 $x^3 - 5x^2 + 7x = \sqrt{x+6}$ ，牽涉到未知數、次方、根號與運算符號的表徵，代數符號化要走到這樣的程度，中間經過了相當漫長的、混亂的、有時甚至冥頑不靈的一段改革與突破，途中許多數學家或多或少有過貢獻，例如 1484 年在法國醫生許凱(*N. Chuquet*)的手抄本裡，他將未知數的次方以加在係數上的數字上標來表示，例如 $5x^4$ 表示成 5^4 ；他也以相似的方式來表示方根，例如 $\sqrt[3]{5}$ 表示成 $R^3.5$ ，然後使用底線將某些項當成一組。所以上述的例子在他的書裡，會像是這樣的形式：

$$1^3.\bar{m}.5^2.\bar{p}.7^1. \text{montent } \underline{R^2.1^1.\bar{p}.6^0}$$

其中 \bar{m} 表式「-」， \bar{p} 表示「+」，*montent* 表示「=」。

代數記號表徵的一般性之所以像現今的形式，來自於韋達與笛卡兒突破性的發展。在韋達的《分析引論》(1591)中提到：

為了讓這個工作能被某種技術所協助，吾人需要藉由一種固定的，恆久不變且非常清楚的符號，將給定的已知量從還沒決定的未知量中區分出來，例如以字母 A 或其他母音來表示未知量，而已知量則用字母 B、G、D 或其他子音來表示。

雖然在韋達之前，某些早期的作者也曾嘗試使用字母來表示，但是韋達是第一個將它們當成代數的整體來思考使用的數學家，著眼在它的一般形式，而非個別特定的方程式。只是關於次方的表示法，仍然受限於齊次律而不能有所突破。²關於次方的表示法，當時仍有許多不同形式同時出現在競爭著，最後由於笛卡兒勝出，他把牽涉到兩個未知量的次方寫成像這樣的形式： $5a^3+7e^2$ ；甚至更突破性的是，他將次方視為與幾何維度無關的量，而給了未知數 4 次方以上如 x^4, x^5 ...等等的一個新的合法地位。在笛卡兒的《幾何學》(1637)中，還是現今某些標準化的符號記號來源，例如他利用字母表中最後開始的小寫字母來表示未知數，如z, y, x；將字母表開頭的小寫字母，如a, b, c等，來表示已知數；他同時也在代表根號的「√」符號上頭加一橫線用以標示成一組的幾個項。例如

$x^3 - 5x^2 + 7x = \sqrt{x+6}$ 這個式子，以笛卡兒的符號表示將會像是：

$$x^3 - 5xx + 7x \propto \sqrt{x+6}$$

然而最後決定我們現今符號表徵形式的，卻是牛頓與萊布尼茲。藉由他們在微積分論文中的大量使用，以及這些論文的流傳，代數符號的表徵流傳下來的終究成了我們現今使用的表徵形式。

三、天元術

關於如何表徵一個方程式，中國的算學有一套完全不同的系統，稱為天元術。天元術表徵一個代數方程式的方式，則與中算的運算工具息息相關。中國算學最早以算籌佈算，所謂算籌即是如筷子般的小竹棍，高級一點也有象牙或是玉做的算籌。中算以算籌的擺放來計數，擺放時有縱、橫兩種形式，縱橫擺放所代表的數如下：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
縱式						⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
橫式	—	==	≡	≡≡	≡≡≡	⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥

利用縱橫來區分所處的位數，從個位數開始縱橫間排，遇零時則留空位。譬如 378 擺放成 $||| \perp |||$ ，6708 擺成 $\perp \perp \perp |||$ 。在書寫時，則完全是籌式的描繪。

天元術是 13 世紀（相當於金、元時期）以前，中國北方發展出來的數學方法，用以處理一元多次方程式的問題。現今所能見到最早的天元術著作，為李冶所著的《測圓海鏡》(1248)與《益古演段》(1259)二書。李冶在完成《測圓海鏡》之後，出於為數學普及的目的，再寫成《益古演段》，在此書中的每個問題他都詳載了天元術推導方程式的

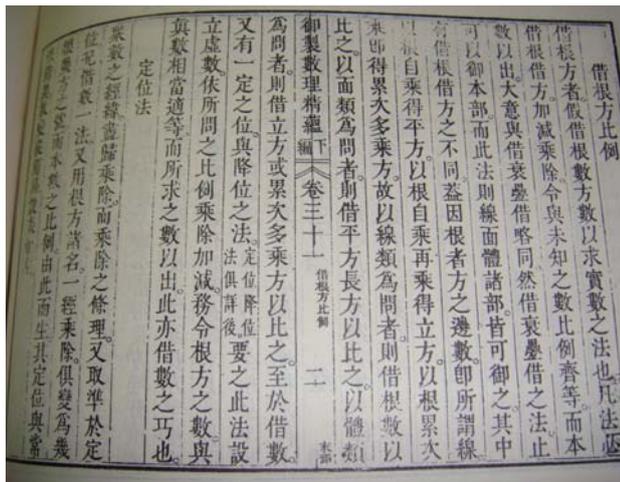
² 所謂齊次律，即要求方程次每一項要有相同的次方。因為當時次方帶有幾何意義，一次方代表線，二次方代表面積，三次方為體積，因此要相同的次方才能作加減的運算。

達》，³譯言東來法也。」

而西方的「借根方」能對清朝算學家造成影響，由此歸功於御製的《數理精蘊》中下編卷三十一至三十六的詳細介紹。

《數理精蘊》下編第三十一卷卷名為〈借根方比例〉，在卷首即說明了何謂借根方：

借根方者，假借根數、方數以求實數之法。凡法必借根、借方，加減乘除，令與未知之數比例齊等，而本數以出。



在此之後，有解釋了為何有借根、借方的差別：

其中借根、借方之不同，蓋因根者方之邊數，即所謂線；以根自乘得平方，以根自乘再乘得立方；以根累自乘即得累次多乘方。故以線類為問者，則借根數以比之；以面類為問者，則借平方、長方以比之；以體類為問者，則借立方或累次多乘方以比之。

其中「根」、「平方」與「立方」可分別視為現今方程式中的一次項、二次項與三次項，至於常數項則以「真數」表示。

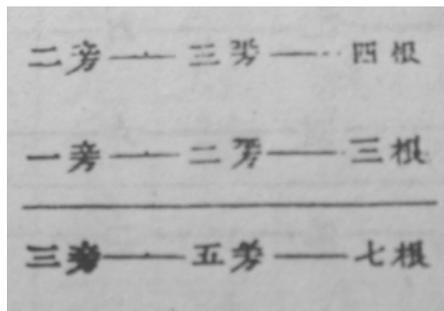
借根方的加減乘除運算，如同現今多項式的運算一般，需先「定位」，即按次方大小降冪或升冪排列，在《數理精蘊》中使用「定位表」以簡化問題：

定位表	前	真數	根	平方	立方	三乘方	四乘方	五乘方	六乘方	七乘方	八乘方	九乘方
	後	0	一	二	三	四	五	六	七	八	九	一0

前列即為借數之名，除了真數與根之外，其餘皆為中國固有之名；後列即為位數，相當於今日的次方。在借根方法的列式中，還用到三個符號：多號「┘」、少號「┘」、與

³當李善蘭與傳教士偉烈亞力於 1859 年合譯《代數學》時，才首次將西方的 algebra 翻譯成「代數學」。

相同號「=」，其中少號與相同號為避免與一、二混淆會寫得比較長，如下圖：



其中多號與少號分別代表「多」、「少」的意思，反而沒有現今代數中「+」與「-」有時帶有的運算意義。

五、康熙皇帝與新代數

「借根方」所使用的符號表徵形式，其實就是歐洲在韋達與笛卡兒符號代數之前的形式，只是改成了中文而已。然而當康熙皇帝（於 1661~1722 年在位）在學習西法時，當時西方流傳的代數式表徵符號系統卻是韋達的「新代數」，那麼康熙在命人編纂《數理精蘊》時，為何還是編入了舊有符號表徵的「借根方」法呢？

事實上，康熙有過機會學習韋達的新代數。在 1711 年後，法國耶穌會傳教士傅聖澤 (Jean-François Foucquet) 應召入宮陪侍康熙皇帝研讀天文書籍時，提到一種「新代數」比「舊」代數更簡單、更一般。於是康熙要傅聖澤以此為題寫一份報告呈給他，傅聖澤即寫了《阿爾熱巴拉新法》呈送給康熙皇帝，他所寫的「阿爾熱巴拉新法」指的就是當時盛行歐洲的韋達新代數。

在傅聖澤的《阿爾熱巴拉新法》中，舉了一個例子說明用符號表徵數目的好處：

…假如有一題，凡兩個數目字之平方，必包涵四件，乃每字之平方，與兩字相乘之兩長方，今將十二之兩數目字以發明其理。

…明知其總方，函甲之平方，[乙之平方]並甲與乙相乘之兩長方。今甲與乙，即可代凡兩字之數，則知不但十二之平方，凡兩數目之平方，皆包涵此四件。觀此，則知開平方之法，從此而出，及開立方乘方等方之法，亦無不可從此而推矣。

$$\begin{array}{r}
 \text{一} \quad \text{二} \\
 \text{一} \quad \text{二} \\
 \hline
 \text{二} \quad \text{四} \\
 \text{一} \quad \text{二} \\
 \hline
 \text{一} \quad \text{四} \quad \text{四}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{甲} \quad \square \quad \text{乙} \\
 \text{甲} \quad \square \quad \text{乙} \\
 \hline
 \text{甲乙} \quad \square \quad \text{乙乙} \\
 \text{甲甲} \quad \square \quad \text{甲乙} \\
 \hline
 \text{總} \quad \text{甲甲} \quad \square \quad 2 \text{甲乙} \quad \square \quad \text{乙乙} \\
 \text{方}
 \end{array}$$

然而康熙和他的幾個兒子在讀到這裡時就無以為繼了，康熙認為：

甲乘甲、乙乘乙，總無數目，即乘出來亦不知多少，看起來想是此人算法平平爾。

因為這樣，康熙不再學習「新代數」，也不把這種「阿爾熱巴拉新法」納入《數理精蘊》的內容中。

康熙皇帝看不懂新的符號代數，當然不能全怪康熙，傅聖澤的數學造詣也是個問題。然而，回憶過往，當我們在國中開始學習代數式符號表徵時，內心是否閃過和康熙皇帝一樣的疑問？原來我們和康熙皇帝都是一樣的。

Exercise

1. 請解出下列兩個代數問題：

(1) 我曾將長和寬相乘得面積 10，我曾將長自乘得一面積，我將長較寬多的部分自乘再以 9 乘之，這個面積與長自乘的面積相等，問長和寬各幾何？

(2) 分 700 片麵包給 4 個人，第一個所得比例為 $\frac{2}{3}$ ，第二人為 $\frac{1}{2}$ ，第三人為 $\frac{1}{3}$ ，第

四人為 $\frac{1}{4}$ 。每人各得幾片？

2. 下列的符號表徵是何人的表徵形式？並將其改寫成現代的符號表徵形式。

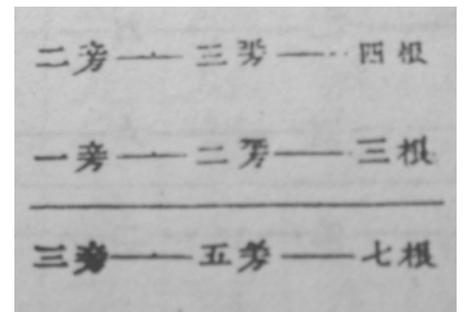
(1) $R^2. 1^2. \bar{p}. 1^0. \bar{m}. 3^3. \bar{p}. 5^2. \text{montent} 6^1. \bar{m}. 8^0.$

(2) $z \infty \frac{1}{2} a - \sqrt{\frac{1}{4} aa - bb}$

3. 將算籌擺放出 6703 的圖形畫出。

4. 利用天元術表示 $x^3 + 2x^2 - 3x + 7$ 。

5. 將右圖中借根方所表示的三個式子，分別用現代代數式表示，並寫出此直式算式。



6. 請解釋下面這一段話的數學意義：

…明知其總方，函甲之平方，[乙之平方]並甲與乙相乘之兩長方。今甲與乙，即可代凡兩字之數，則知不但十二之平方，凡兩數目之平方，皆包函此四件。觀此，則知開平方之法，從此而出，及開立方乘方等方之法，亦無不可從此而推矣。

7. 你認同康熙皇帝對新代數的批評嗎：

「甲乘甲、乙乘乙，總無數目，即乘出來亦不知多少，看起來想是此人算法平平爾。」
你學習代數的過程中，有沒有遇過類似的困難？或是你有不同的困難？請詳述之。

參考文獻

Berlinghoff, W. and Gouvêa. F.(2004), *Math through the Ages*. A Joint Publication of Oxtan House Publishers and The Mathematical Association of America.

Cajori, F.(1995), *A History of Mathematical Notation*. New York: Dover Publication.

比爾·柏林霍夫/佛南度·辜維亞著，洪萬生、英家銘暨 HPM 團對譯（2008），《溫柔數學史》，台北：博雅書屋。

李儼（1983），《中國古代數學簡史》，台北：九章出版社。

洪萬生（1991），《孔子與數學》，台北：明文書局。

林倉億（2002），〈中國清代 1723~1820 年間的借根方與天元術〉，國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。

Information

一年一度的〈張昭鼎紀念會〉即將在 2012 年 5/5 舉行，本次活動以〈中學科學教育〉為題，邀請多位知名學者，與您探討中學科學課程與大學入學考試等相關內容。參加者免報名費，備有午餐，歡迎各界人士共襄盛舉！

時間：2012 年 5 月 5 日（星期六）

地點：台大校園內 中研院原分所 一樓 浦大邦講堂
（臺北市羅斯福路四段一號）

主辦：張昭鼎紀念基金會、台大科教中心、科學月刊社

參考網址：<http://www.scimonth.com.tw/>

何不讀讀孩子的教科書？——陪孩子讀書的經驗談

劉天祥

台南二中

編案：作者為台南二中教師，72, 73 學年度就讀台灣師大數學系，後轉至國文系。其清華大學歷史所碩士論文由洪萬生教授指導。本文原刊於台南二中《親職教育第九期》，經作者修改補充。

承本刊編輯李老師之邀，要我以國、高中生家長的身份，談談「陪孩子讀書的經驗」。我努力想出一些自己可能對孩子讀書產生正面影響的做法，寫在這裡。這些做法並非都是自創，有的是參考別人的文章，有的是受父母的影響。不過我自己並不相信有什麼放諸四海而皆準的方法，別人的意見還是要根據自己的環境、條件做一番調整，難以做到也不用勉強。

書房、臥室分開

布置讀書環境是讀書的第一步，我家的做法是全家有一個共用的書房，讀書和睡覺的房間分開，家裡的書儘量集中放在書房裡（順便一提：電腦放在客廳，無線網路接收器由太座掌管）。這樣做的好處是能營造出類似圖書館的氣氛，也不會因為臥室、書房合在一起，一不小心讀累了，往床上一躺，醒來卻已經天亮！

書房擺了三張書桌，兩個孩子各一，另一張我和太座共用，這樣可以不著痕跡地了解孩子讀書的情況。但我不會刻意去監視他們，偶爾會看一下孩子讀些什麼（孩子偶爾也會看我讀些什麼；有時我們彼此也會主動拿讀的書給對方看），不過也只是極短的一下，絕大多數時間，我只管讀自己的書、做自己的事。誰什麼時候想進出書房都由自己決定。

一起讀書的壞處是兩個孩子常會聊天，家庭圖書館畢竟不是真的圖書館，高興起來聊上 15 分鐘也是常有的事。不過壞處跟好處相比，我認為還是好處多於壞處。

陪孩子讀教科書

我讀的都是些什麼呢？最近大多是高中世界史課本和改寫的英文小說簡本（我教的是國文），有時英文看不懂，會請教讀高三的兒子。大多數成年人因早年受升學壓迫的不愉快經驗影響，離開學校後對教科書一律敬而遠之，在我看來實在可惜！國、高中教科書都是許多專家根據反覆討論所得的課程大綱所編訂出來的，編訂的過程通常也是字斟句酌。它的內容是一般學生（不是天才）有可能大致了解的基本知識，要獲得某個科目較完備的知識，讀這些教科書實在是條捷徑。選一、兩科有興趣的來讀，讀不懂問問孩子，或者一起討論，我認為可以給孩子同甘共苦的感受；孩子要是被問倒了，請他去學校問問同學、老師，回來轉告你，又是另一種學習；生活中或看電視、電影（例如歷史劇）遇到與教科書內容有關的事物，可以成為共同的話題，這也是親子溝通的一種媒

介。其實身為父母，我們已經沒有升學壓力，如果能用一種愉快的態度去讀，對孩子是很好的示範（如果讀得很辛苦呢？那也能對孩子的辛苦感同身受）。現在高中的台灣史、中國史、世界史，公民中的政治、經濟、法律、社會，地理中的台灣地理、中國地理，和我們這一輩在戒嚴令中成長的一代，有完全不同的面貌；經過二、三十年，各種教科書的圖表資料、編排技術、寫作方式以及印刷精美程度，都有長足的進步，實在值得一讀。

至少讀些「傷腦筋」的書

我知道讀教科書有些陳義過高，教科書一個顯著的缺點就是「知識的密度太高」——想把完整的知識在有限的篇幅中呈現就容易有這個問題，也比較缺乏生活化的例子和故事，但有空閒陪孩子的父母，我強烈建議至少抽一點時間讀要花點精神讀的書或雜誌。課本讀不下，至少可以讀些像《溫柔數學史：從古埃及到超級電腦》、《空想科學讀本》、《掉在地上的餅乾還能吃嗎？：有關細菌、病毒和黴菌的必要知識與常識》、《蘇菲的世界》（哲學小說）、《正義：一場思辨之旅》、《蘋果橘子經濟學》之類的書。如果我們都只想看八卦雜誌、看電視、上網，卻期待在學校已待上 10 小時的孩子回家再專注讀教科書、參考書幾個小時，可能也是奢望。

每天空出一段不使用影音設備的時間

要做到前一段所說的事，我建議全家每天至少訂出半小時，完全不用電視、電腦、電話、收音機等影音設備，自然就會拿起書來讀。我讀《小婦人》時（背景是美國的南北戰爭 1861-65），沒有現代設備的家庭晚上的活動讓我留下深刻的印象：她們會一起彈琴、唱歌、朗讀書本。現代家庭已被這些設備綁架了，而這也是寶貴的時間在無形中流失的主要原因！

課外書

我們家每隔幾個月會去一次書店，差不多什麼種類的書——包括工具書（字典、辭典等）、小說、漫畫、科普書、文史哲書籍、青少年性教育、教人如何讀書的書——都買。太座偶爾會買「她希望孩子讀的書」要孩子讀，依我觀察，雖非完全無效，但效果不算好，最後常變成我讀了孩子卻沒有讀；我有時會「推薦」，倒不曾「要求」，事實上「推薦」成功的機率也不高。我自己的想法只是學習我父母的做法——布置一種可以接觸各類書籍的環境，時間到了，孩子自己就可能拿來讀。

跟孩子一起「試試」看

最後我自己還有一種較特別的經驗，也許對「陪孩子讀書」有特別的效果，這裡提出來和大家分享。幾年前我憑著以前在學校學日文的基礎，自修參加日文檢定考試；太座去年也曾參加客語能力認證考試。為了參加考試，自然就得多讀一些與考試相關的書，孩子看父母為了考試認真打拚，應該也會產生一絲的感動。如果參加英語檢定對我們的工作或升遷有幫助，甚至只是為了興趣，何不就跟著孩子一起去參加？為了加強動機，最好再跟孩子賭個輸贏，萬一成績公布時慘敗，相信你會輸得很快樂！

教育街上名人的數學小書

洪萬生

台灣師範大學數學系退休教授

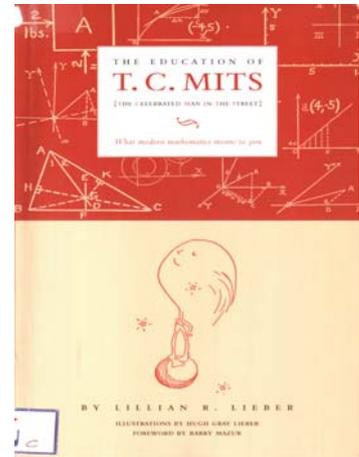
書名：The Education of T. C. MITS

作者：Lillian R. Lieber

插畫：Hugh Gray Lieber

出版社：Paul Dry Books, INC., Philadelphia

出版年代：2007



誠如貝利·馬祖爾（Barry Mazur）為本書的推薦前言所指出：「進入這本書的世界，就有如發現一個充滿希望的地方，裡面的想法 — 純粹的想法 — 正在被雨水閃耀地冲刷。而且，它們就像向日葵一樣，很快就會將自己的嶄新花瓣展現給你，充滿了各種可能、令人喜悅以及有用之處。作者們有那個天分，可以真正寫出一本給所有人看的數學書。他們就是能夠選出對的想法來說明，以致於他們的書包含了讓數學真正成為數學的本質內涵。他們將它以如此令人信服的方法寫出來，以致於我們不管在電車上或隱蔽處都可以閱讀它。」

事實上，本書是莉莉安·李伯教授為二戰出征的美國大兵所寫的一本數學休閒小書。全書才大約三萬字，為了方便閱讀，還採用一行一詞句的方式書寫，再加上作者先生 Hugh Gray 的俏皮貼切插畫，使得本書成為極大啟發的內容小書。無怪乎馬祖爾教授特別強調：「這本小書所帶來的興奮感，剛好和它的大小成反比。這本書的重量，比如說，相較於當代微積分教科書（有時候，我很好奇搬著它們到處跑的學生，為什麼沒有額外的體育課學分），真是有相當大的對比。不知道是出自懶惰還是有一般的躁動靈魂，當我還是青少年的時候，我很喜歡那些去除噱頭，旨在寫出主題本質的並帶點叛逆性的輕薄小書。」

本書除了〈前言〉（馬祖爾）、〈序言〉、〈介紹男主角〉以及書末的〈寓意〉之外，共有二十章，其目錄如下：

- 第 I 章 五千萬人也有可能是錯的
- 第 II 章 別撞到天花板了
- 第 III 章 面紙式思考
- 第 IV 章 一般化
- 第 V 章 我們的圖騰柱
- 第 VI 章 我們的圖騰柱（續）
- 第 VII 章 抽象
- 第 VIII 章 「定義你的名詞」

- 第 IX 章 締結良緣
 - 第 X 章 貴子早生
 - 第 XI 章 本書上半總結
 - 第 XII 章 新式教育
 - 第 XIII 章 常識
 - 第 XIV 章 自由與特許
 - 第 XV 章 傲慢與偏見
 - 第 XVI 章 二乘二不等於四
 - 第 XVII 章 抽象性 — 現代風格
 - 第 XVIII 章 第四維空間
 - 第 XIX 章 心理準備好了
 - 第 XX 章 這些現代玩意兒
- 寓意

其中所介紹數學主題，涵蓋了歐氏幾何、非歐幾何、有限幾何、有限代數、解析幾何、微積分、四維空間以及相對論等等，並及於方法論之省思，以及現代數學 vs. 現代藝術的抽象性之對比。篇幅精簡、內容強悍，但是，呈現手法卻十分輕鬆俏皮，尤其是各章標題，更是時有佳作，例如介紹解析幾何的第 IX 章〈締結良緣〉(a wedding)，以及介紹微積分的第 X 章〈貴子早生〉(the offspring) 等等。總之，這是一本難得一見的科普書寫，尤其是出現在 1940 年代美國，更是讓我們覺得大感意外。

附記：本書中譯本（由洪贊天、英家銘與洪萬生合作）已經完成，即將由究竟出版社出版。