

# HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）  
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億  
 助理編輯：李建勳、陳春廷（台灣師大數學所）  
 編輯小組：蘇意雯（成功高中）蘇俊鴻、趙國亨（北一女中）  
 黃清揚（北縣福和國中）葉吉海（新竹高中）  
 陳彥宏（成功高中）陳啓文（中山女高）  
 王文珮（桃縣青溪國中）黃哲男（台南女中）  
 英家銘（台師大數學系）謝佳叡（台師大數學系）  
 蔡寶桂（新竹縣網路資源中心）傅聖國（北市萬福國小）  
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊  
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

第八卷第十二期目錄 2005年12月

- 「科普數學推介」專輯說明
- 書評：《為什麼公車一次來三班：81個生活中隱藏的數學謎題》
- 新書介紹：《數之意義》  
 《愛上數學的第一本書》  
 《挑戰與猜想—數學公式的由來》  
 《數學馬戲團》
- 第八卷索引

## 「科普數學推介」專輯說明

台師大數學系碩士班研究生 陳春廷

本刊在過去陸續推出過數學科普書籍的推介或評論，期許能夠促進數學知識的普及。本期就以「科普數學推介」專輯來呈現，其中包含了兩位現職的教師與三位師大數學研究所碩士班學生的評論文章。

以下為筆者整理今年度數學科普書籍（按照出版日期順序），若有遺漏或不妥之處請多見諒！其中包含了美國、日本、韓國……等等多國的譯作，本土的著作相形之下少了許多。而大多書籍是以趣味數學為主，只有少數幾本較為不同，例如：《數之意義》、《數學英雄歐拉》等等。由此可見，目前科普出版的趨勢，或許與現在的學生普遍討厭數學、認為數學枯燥有關吧！顯然，如果我們希望數學知識普及，當然必須先顛覆大眾這種「固有偏見」吧！

書名	作者	出版社	出版日期
數學公式的由來 Formula: 挑戰與猜想	高鎖剛/著 紀素雲/譯	倚天文化	20050422
一條線有多長？生活中意想不到的 116 個數學謎題	Rob Eastaway、Jeremy Wyndham/著 蔡承志/譯	三言社	20050425
數學讓腦袋變靈光	彼得·希金斯	商周	20050613
拼圖拼字拼數學	葛登能/著 胡守仁/譯	遠流	20050701
對人有助益的數學	伸田紀夫/著 林庭語/譯	大展	20050701
打擊數學怪獸	芳澤光雄/著 簡瑞宏/譯	時報文化	20050718

數學的智慧之光	吳讓泉等著	新潮社	20050721
刻卜勒的猜想	史皮婁/著 華偉文/譯	天下遠見	20050801
神奇數學 117	波沙曼提爾/著 葉偉文/譯	天下文化	20050825
數學英雄歐拉	傅鍾鵬	凡異	20050825
數之意義	余介石、倪可權	台灣商務	20050901
愛上數學的第一本書	丑田俊二	商周	20050926
數學高手—81 則數學絕招	瑪莉琳·伯恩斯	小天下	20050927
漫畫入門經濟數學	西村和雄/著 小山田祥子/繪畫 臧世俊/譯	大地	2005 年 10 月
無所不在的數學現象——破解生活中的數字把戲	朴景美/著 王海娟/譯	晨星	20051012
用直覺了解數學	畑村洋太郎/著 林立國/譯	如何	20051031
質數魔力（上） 跨越兩世紀的狂熱	德比夏爾/著 陳可崗/譯	天下文化	20051129
質數魔力（下） 百萬美元大挑戰	德比夏爾/著 陳可崗/譯	天下文化	20051129
100 則趣味數理大動腦	中村義作/著 程真/譯	華立文化	2005 年 12 月
數學馬戲團	葛登能/著 蔡承志/譯	遠流	20051201

**廣中平佑 (Heisuke Hironaka, 1970 年費爾茲獎得主) 談『無限』:**

**I think many human cultural and intellectual activities that no other animals can do have something to do with the feature of infinity. That's one thing. But at the same time, when you come to understand something and actually can compute and put it to work to make an actual product, everything is finite. If it were infinite, you could not do anything. People cannot do or make or plan infinity. A human has two hands: one hand is in infinity, the other hand is in the finite real world. I think that the real task of the mathematicians is to somehow connect these two. ("Interview with Heisuke Hironaka", Notices of the AMS 52 (9): 1010-1019).**

# 書評：《為什麼公車一次來三班：81 個生活中隱藏的數學謎題》

台師大數學系碩士班研究生 李建勳

書名：為什麼公車一次來 3 班？：81 個生活中隱藏的數學謎題

作者：羅勃·伊斯威 Rob Eastaway

傑瑞米·溫德漢 Jeremy Wyndham

譯者：蔡承志

出版社：三言社

出版資料：2004 初版，324 頁，定價 280 元

ISBN：986-7581-12-1



## 前言

相信許多莘莘學子都問過一個問題：為什麼要學數學？筆者有一個就讀於數學系的好友，就覺得自己在大學所學的數學，既抽象又不知有何用處，所以，他也曾提出過這樣的疑問。面對這個問題，讓吾人不禁去想：如果我們可以好好將數學包裝一下，讓學生看到其趣味性及實用性，這一切是否會變得不一樣？

本書所採用的策略，就是從生活中的週遭事物出發，例如打球、排隊，到公車一次來三班等這些每個人都習以為常的事情，告訴讀者生活中許多地方都有數學。全書中共分 18 個章節，每個章節各有一個主題，作者在該主題下蒐羅生活中的各種相關的材料。筆者在此對各章之主題，作個簡要的介紹。

### 第 1 章 為什麼永遠找不到四葉幸運草

藉由童年時期搜尋四葉幸運草的奇妙探險，以揭開本章序幕，進一步導出與植物有關的數值，其中部分甚至與斐波那契（Fibonacci）數列有關。作者亦藉機教導了讀者黃金比率的觀念，最後打鐵趁熱，順勢介紹和大自然關係更為密切的比率—圓周率  $\pi$ 。讀來引人入勝，一開始就成功吸引了讀者的目光。

### 第 2 章 走路也有大學問

這一章首先披露哥尼斯堡道路之謎，<sup>1</sup>帶出圖論中的『尤拉環道』（Euler circuits）和『漢米頓環道』（Hamiltonian circuit）這兩個主題，進而以其實際應用層面帶領我們走過一遭。

### 第 3 章 問卷調查的真相

本章探討抽樣調查這一主題，敘述如何抽樣才能得到較大的可信度，並舉例說明設計抽樣問卷的技巧，最後，還指出音樂 CD 銷售排行榜的運作方式，內容趣味盎然。

### 第 4 章 聰明也會做錯事

一個人的直覺會隨著經驗與智慧增長後不斷作出修正，變得越來越靈光，不過，也有例外的時候。本章利用幾個題目，來闡明人的直覺也有失誤不靈的時刻，最終的結論—有時候人的腦袋太聰明了，反而對自己不利。

### 第 5 章 怎麼下賭注，勝算最高

如果你已經習慣了『數學的高尚及正當性』，那麼，本章一定讓你覺得很不自在，因

爲他所探討的是下注問題，教你如何在賭博中下賭注，才能提高勝率。有趣的是，在本章最後，作者還介紹了一些賭馬業者看似公平、但卻並非如此的賺錢手法。

## 第 6 章 巧合真的很巧嗎？

本章圍繞著中心主旨『特定巧合事件的發生機率和發生任意常見巧合的機率，兩者之差別極大』來進行陳述。作者利用一些有趣的例子，來讓我們了解要碰上驚人巧合事件，其實機率還蠻大的，最後的結論，就是：或許生命畢竟並不是那麼無聊。

## 第 7 章 從哪個角度撞球才容易入袋？

如果有學生在課堂上問老師『爲什麼要學幾何學，這對我有什麼幫助？』顯然，絕大多數的老師不是會被問倒，就是無法提供太精采的答案。本章利用打撞球及踢英式橄欖球自由球最佳得分位置等問題，描述『幾何學是生活的數學』的中心概念。或許你從來不知道原來打球的時候所遇到的問題，都可以利用數學解決，所以，要把球打好不是只要四肢發達就好，腦袋瓜中也是要有點東西的。

## 第 8 章 密碼攻防戰

我想很少有數學普及著作能將密碼學介紹得這麼有趣。作者以淺白的文字，鋪陳著密碼學的發展過程，從早期不嚴密容易破解的密碼系統到近期真正無解的密碼，在短短 20 頁的文字當中，就可以讓你體會到密碼的威力，以及腦筋動起來的暢快感覺。

## 第 9 章 爲什麼公車一次來三班

在本章中的『知識補給站』中，作者清楚地解釋著爲何公車的車班總是集結成群。在讓我們了解這樣的現象之後，作者接著提出一個大多數人都會感到奇怪的想法，那就是：錯過公車有可能是好事！顯然，作者又再次讓我們『受到驚嚇』。另一方面，不知道讀者是否曾思考過一個問題（筆者不只想過一次），那就是：到天下雨的時候，我們是要跑步還是走路，以致於可以少淋到雨水（假定沒有帶傘的情形下）？作者在這章的最後，提供了我們這個問題的答案。

## 第 10 章 怎樣切蛋糕最好

筆者曾看過一部日劇，男主角飾演一位業餘數學家，在某個機緣下表演將一個蛋糕 17 等份的絕技。當時，我覺得這男主角好帥（其實長得一點都不帥）！現在，你也有機會可以這麼令人傾慕。本章教你幾個如何等分蛋糕可以分得公平的方法，裡面有一個讓筆者看完之後，在地上不停翻騰打滾、哈哈大笑的問題，那就是：我們要如何分蛋糕給小孩，讓他們覺得是完全公平？<sup>2</sup>

## 第 11 章 不作弊要怎樣贏？

本章主要是聊聊不真正作弊的對局獲勝技巧，藉由邀約美女的例子，讓我們了解到決定最佳策略的重要性。再者，若是從『對局論』的觀點，看待公平競爭與協商合作這些商業行爲時，便會產生更深入的見解，可是，箇中原理或許我們本來想一下也能明白，但從來沒有像本書說得這麼清晰過！

## 第 12 章 誰是世界冠軍選手

如果你最少對一種運動狂熱參與，那麼，你一定對這章所描述的內容有興趣。本章藉由製作運動排行榜所利用的數學知識，點出各種運動排名方式的問題所在，並指出：目前還沒有運動項目可以找到理想的計點方式，來解決選手排名的問題。本章廣泛地舉例各種

運動，如同對棒球異常狂熱的筆者，看到美國大聯盟球員迪馬喬 (Joe de Maggio) 連續 56 場比賽安打紀錄就熱血沸騰不已<sup>3</sup>，相信對熱衷運動的人而言，本章一樣可以得到他們的共鳴。

### 第 14 章 第 13 章哪裡去了

又是令人捧腹大笑的一個標題！作者透過令人眼睛為之一亮的主题，讓我們第一時間了解到本章所要闡明的主旨。正如同我們所想像的，這一章的內容圍繞著厄運、倒楣事等主题。不知道讀者是否曾思考過一個問題，為什麼不吉利的 13 號星期五其實還蠻常見？在本章中，作者都有給予充分的解答。

### 第 15 章 誰是殺人兇手

一開始借助福爾摩斯解開謀殺之謎的故事，來點出數學中演繹推論的重要性，其後如同其他章節般，以一些例子穿插點綴整個章節。跟其他章節比起來。本章是比較平淡的部分，不過，對於想要了解簡單邏輯推論的人而言，仍然值得一讀。

### 第 16 章 真衰，又碰上塞車了！

如果你也像筆者一樣喜歡搭乘坐國道巴士往返各縣市，就會對本章所提出的塞車問題覺得有趣。或許你跟我一樣，從來沒有想過原來開慢一點，反而可以提高車速！這是作者的慣用手法，不斷穿插在各章節中，善用上下文之間的對比或『衝突』，來聚焦他想表達的概念，也達到吸引讀者目光的目的，從而彰顯了各主题的趣味，讓人讀來欲罷不能。

### 第 17 章 為什麼淋浴時水溫不是過熱就是過冷

本章有趣的謎題包括：為什麼飯店的水溫始終都不對、麥克風為什麼爆出震耳尖嘯、澳洲為什麼兔子暴增、為什麼駕駛們都可以順利轉彎不出事？從以上這些謎題，就可以猜到本章作者想表達的重點，包括動物或是人類人口成長、經濟衰退等問題，都在這章範圍內作了些陳述。

### 第 18 章 如何準時上菜

本章在表達「排程」、「關鍵路徑分析」等技術應用的概念，藉由一些例子讓大家動動腦，思考如何安排流程才能在特定時間內完成目標，進而點出其在今日生活中的重要性。

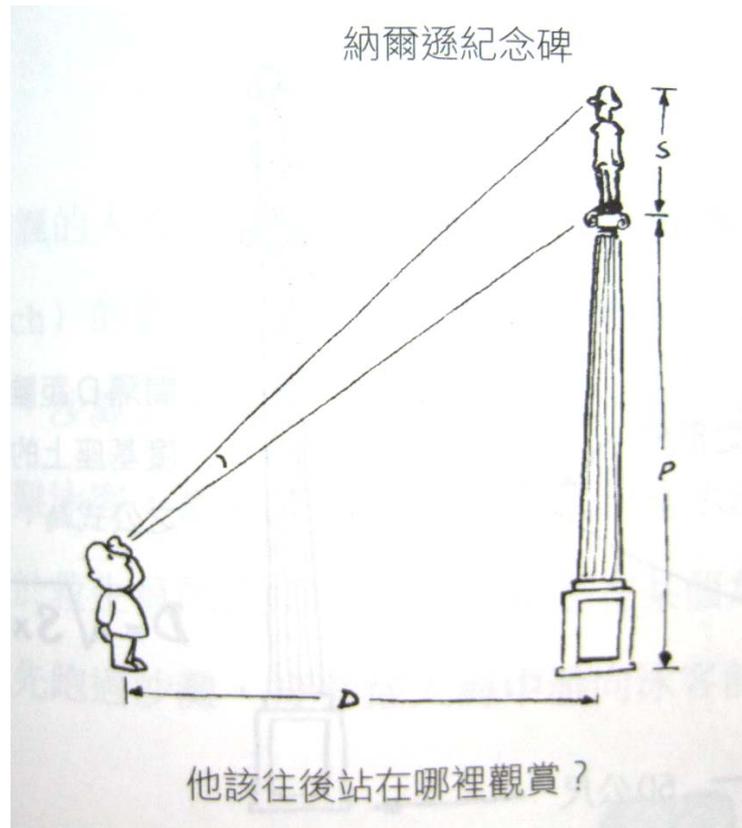
### 第 19 章 六種逗小孩高興的神奇把戲

有沒有想過要怎樣讓小孩子喜歡數學？本章作者教我們利用數字來變點遊戲，各把戲結合了撲克牌、紙卡、計算機、方陣等道具。試想如果在一般學童認為無趣的數學課中，能適時結合這些教具，使上課氣氛活潑化，相信可以讓更多的孩童喜歡上數學。筆者覺得有些遊戲對國中生依然管用，因為他們的數學知識仍在基礎養成階段，還不足以識破這些把戲，只不過如果要讓這些把戲發揮其效用，我們也得要有一顆未泯的童心才行。

## 結論

平心而論，這是一本平易近人的科普著作，只要讀者具備高中數學的基礎知識，即可享受這本書的閱讀樂趣。對於身處在大學殿堂的學子而言，這本書所應用的數學知識就包含了數論、拓樸學、圖論、機率論、統計等等分支，甚至密碼學、對局論等也包含在內。因此，如果我們想要了解大學數學的應用，從這本書下手也是個很好的方式。至於對於想從事數學教育工作（或已在從事數學教育工作）的人來說，如果下次想在課堂上反駁學生的『數學無用論』，這本書提供了許多有力的例子。

這本書也有幾點美中不足之處。首先，由於本書是譯自國外的著作，所以，會有些文化上或地域性的差異需要適應，例如書中 12 章大量舉例板球運動，我想絕大部分的國內讀者對這項運動完全不了解，必然多少會帶來解讀的困擾；又例如書中 130 頁提及「遊客們該如何輕鬆地瞻仰雕像英姿？」的謎題，大意如下：「納爾遜紀念碑」(Nelson's Column) 座落於特拉法加廣場 (Trafalgar Square) 中央，其中納爾遜雕像從頭到腳高達 5 公尺，基座則為 49 公尺高，我們應站在何處可以有最大可能角度來觀賞此雕像 (意思即為何處為最佳觀賞點)？下圖摘錄自書中 131 頁。

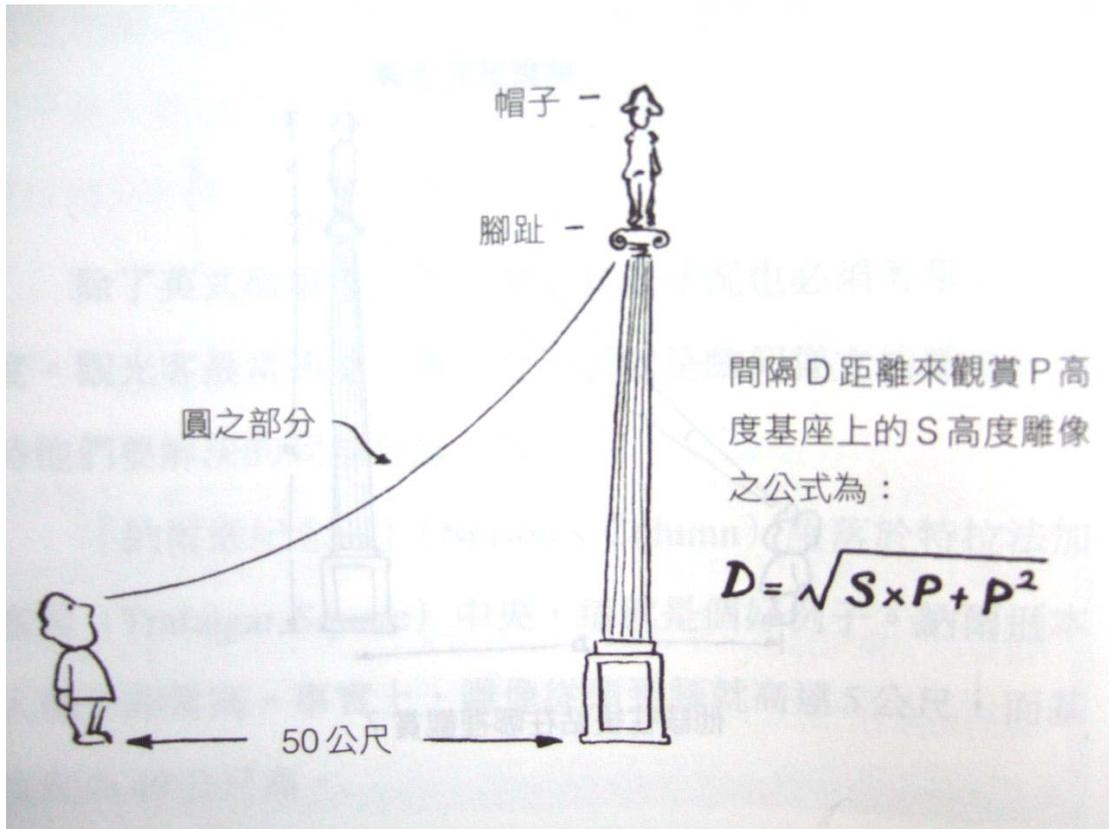


這時也要畫個圓通過納爾遜的帽子和腳趾 (參見第 132 頁圖)，你的雙眼和圓的切點就是最佳觀賞位置。(引自《為什麼公車一次來三班》，頁 131)

這句話有點小瑕疵，我們知道平面上凡不共線的三點便決定一圓，如此一來，根據上面的文字敘述，即可得知任何地方都是最佳觀賞位置？其實，只要細想一下，我們就能了解其文意，就是要我們畫個圓通過納爾遜的帽子和腳趾並與過眼睛的水平線相切，因此，切點就是最佳觀賞位置。相信絕大部分讀者都能確實明白其涵義，不過，其實可以寫得更清楚些。

有個公式可以算出「你站立的位置和雕像底部應該距離多遠」。這項公式假設地面是平坦的，假定這是事實，那麼算出距離約等於 50 公尺。不過特拉法加廣場是位於和緩斜坡，因此 50 公尺並不完全精確，卻也很接近了。根據我們的估計，這就表示正面觀賞納爾遜的最佳地點，是位於查理一世騎馬雕像附近，不過要小心不要被公車壓扁。不然就爬上白廳屋頂站在護緣旁邊，從這個角度看，脖子也不會酸痛。(站上那

裡有沒有什麼獎勵，能不能在人行道上鑲面金匾？)



(引自《為什麼公車一次來三班》，頁 131~132)

如果您也跟筆者一樣被上述有趣的文字吸引，在一邊閱讀之餘也不停在激盪著自己的想像力，必定能理解筆者當時閱讀至此為何馬上上網找尋廣場地圖的積極作為。正因為受限於地域性的不同，作者若能在此處附個廣場簡圖，除了會有不少讀者對其貼心感動不已，亦可使衝擊降至最低。

而在上面所提供的公式中，作者並無交代其來龍去脈或多做任何解釋，只以『假定為事實』匆匆帶過，事實上，《為什麼公車一次來三班》一書中所出現的公式，幾乎均無詳細論證，而較常針對其效用作些簡單的描述。

接下來所引的文字，出自於作者對密碼系統所做的部分介紹：

編碼人員使用陷門密碼來編碼時，首先要私下選定兩個龐大的質數，(好比)各有 100 個位數。把這兩個數字相乘，所產生的數字還要更為龐大，長度達 200 位，我們就稱之為 M。最後，譯碼人員再選出第三個質數。這不需要很大，好比 101 就可以了。這裡就稱之為 P。

把原始信息字母分別翻譯成數字。例如：設 A=01，B=02 等等，於是「SEND MORE MONEY」信息就換變成「19051404131518051315140525」。接著就要譯為密碼，這時就會變得很複雜。

把訊息數字改成 P 乘冪，不過這時是使用模運算。前面的例子是使用 mod26 來轉譯，那只能算小兒科，陷門函數是使用模 M，而 M 是用兩個大質數求出的 200 位數字。因此

就會產生一個約 200 位數的數子。求出的 200 位數代表原始信息，其形式卻是完全無法閱讀（請記住，原始信息是「SEND MORE MONEY」，只有 26 位數，因此看來和加密信息完全迥異）。

這時，送信人就告訴解譯人員說「好，來破解這個東西！」解譯人員要先找出M的兩個質數，才能逆向算出結果。就算他是用全世界威力最強大的電腦，也要花 100 萬年才能辦到。（引自《為什麼公車一次來三班》，頁 155~156）

作者告訴我們將「19051404131518051315140525」這數改爲

「19051404131518051315140525<sup>101</sup>」然後模M，接著下一段，就告訴你來破解這個東西需要找出他所分解出的兩個質數。從這段文字，我們也可以看到文中略去許多數學上的細節，或許這是因爲作者在寫這本書的時候，目標是對於數學的應用做一個廣泛的介紹，且定位爲一般大眾皆可閱讀，所以，才會降低知識門檻，較少對書中出現的數學式或複雜的數學概念深入著墨。這種寫作手法，雖然容易呈現出趣味性及緊湊的情節，但對於想更進一步深究的讀者來說，就會有意猶未盡之感。

### 註解：

1. 出自《為什麼公車一次來三班》頁 35，大意是說哥尼斯堡坐落於有七座橋樑連接兩座島嶼和河川兩岸，當地的人流行一種消遣，嘗試通過所有橋樑並走完一圈，並不得跨越任何橋樑超過一次。
2. 『分蛋糕給小孩時，他們會斤斤計較是否公平。一旦孩子認爲蛋糕不是切得完全公平，他們都會等不及開始抱怨。成人很少大聲抱怨，不過他們私底下也會感到不滿。因此，你要怎樣才能保證蛋糕分得公平？我們就假定那是鮮奶油蛋糕，因此，第一次就絕對要把蛋糕切得圓滿，不會有第二次的機會。

首先提出一個簡單問題。媽媽給湯姆和凱蒂吃鮮奶油蛋糕，想要平均分給他們。兩個孩子都不相信媽媽有辦法完全公平分配，也都自認爲會吃虧。媽媽要怎樣做，才能保證讓兩個孩子都覺得完全公平？

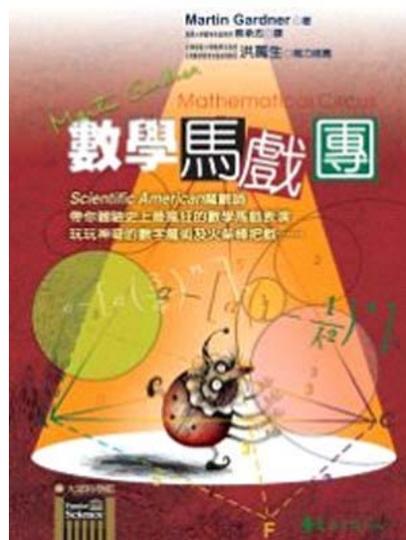
答案是把刀子拿給湯姆，要他分糕，接著要凱蒂選擇一塊。湯姆要切糕，因此他會認爲那兩半是一模一樣，而凱蒂則會選擇她覺得比較大的那塊。順便一提，這還會產生一種有趣的現象。湯姆會認爲留給他的那塊是正好均分，而凱蒂則會覺得，她拿走的那塊比均分還要大一點。湯姆的「均分」加上凱蒂的「比均分大一點」加起來大於 1。」〔引自《為什麼公車一次來三班》頁 178~181〕

3. 『科學家古爾德(Stephen J. Gould)分析了棒球比賽結果，他的結論是，在所有輝煌表現當中，只有一項不能單憑運氣來解釋，那就是馬喬(Joe de maggio)連續 56 局安全上壘。』〔引自《為什麼公車一次來三班》頁 219〕文中的敘述有誤，應爲連續 56 場比賽安打紀錄，而非連續 56 局安全上壘。

## 新書介紹：《數學馬戲團》

台師大數學系碩士班研究生 陳春廷

原書英文題名：Mathematical Circus  
書名：數學馬戲團  
作者：葛登能  
譯者：蔡承志  
出版商：遠流出版事業股份有限公司  
出版日期：2005 年 12 月 1 日  
規格：平裝 / 304 頁 / 25K  
普級 / 單色印刷 / 初版  
ISBN 957-32-55689-4  
定價：新台幣 260 元



### 數與量馬戲秀

- 第 1 章：循環數
- 第 2 章：費波納奇數與盧卡斯數
- 第 3 章：漫談算盤
- 第 4 章：數字與文字的回文

### 幾何馬戲秀

- 第 8 章：視錯覺
- 第 9 章：簡單就是好？
- 第 10 章：球面與超球面
- 第 11 章：簡潔漂亮的三角形
- 第 12 章：圓規的獨舞

### 機率馬戲秀

- 第 13 章：歸納的模式
- 第 14 章：漫步與賭博
- 第 15 章：在平面與空間中隨機漫步

### 代數馬戲秀

- 第 5 章：布爾代數
- 第 6 章：機器會思考嗎？
- 第 7 章：骨牌對對碰

### 遊戲馬戲秀

- 第 16 章：太陽系裡的新鮮事
- 第 17 章：一元紙鈔變變變
- 第 18 章：火柴棒遊戲
- 第 19 章：古怪的西洋棋局及其他問題
- 第 20 章：旋轉圓桌與其他問題

### 附錄

此書的作者葛登能 Martin Gardner 出生於 1914 年，1936 年畢業於芝加哥大學，是聞名海外的《科學美國人》(Scientific American) 雜誌「數學遊戲」專欄的著名作家，目前出版的書籍中譯本皆廣受好評，例如：《跳出思路的陷阱》、《啊哈！有趣的推理》、《葛老爹的推理遊戲 1、2》、《打開魔數箱》(可參考第八卷第七、八期合刊洪萬生教授所寫的書評)、《拼圖拼字拼數學》……等等。

筆者就讀台灣師大數學系大學部的時候，有一門課的老師相當推薦葛老爹（如此的稱呼真是親切又好記！）的書籍，當時第一次接觸到葛老爹的著作，覺得非常新鮮有趣！想不到如今有機會替葛老爹的新書寫一篇介紹的文章咧！

本書的整體架構是很完整的，兼顧到數與量、代數、幾何……等等各個數學領域，雖然它已經不像葛老爹早期一系列的書以小冊子的形式呈現，但是，讀者可以自行決定先看哪一場「馬戲秀」，而沒有順序的問題，因此，頗適合當成休閒小書。又，本每一章都有一個主題，主題之下有數個子題，如果有不足之處或是尚可以連結到其他地方，就歸在「補遺」的部分，還有，如在內容裡提出問題，則在章節結尾處，作者還會附上解答以供讀者參考。全書最後的附錄，則提供了中英文名詞對照。

首先，進入第一章「循環數」。雖然這是一個頗老套的主題，但是，卻讓筆者眼睛為之一亮！因為作者並非只是介紹什麼是「循環數」或者有哪些例子，他還提供了運用撲克牌、紙條、信封就可以表演的把戲，可見不只是藉由馬戲團來包裝本書，而是真的要讓讀者看一場精采的數學馬戲秀！這不禁使筆者想起去年實習的課堂情況，學生們超級喜愛這樣子的趣味數學，如果教師用心安排課程內容，將適當的活動穿插在教學之中，更能夠讓學生發現數學在教科書與考試之外也有活潑的一面！

「球面與超球面」這一章包括透視球面、索迪公式、球的堆疊問題……等等部份，請容筆者引用書中一段索迪的詩作〈精確之吻〉（第一段）與各位分享：

兩唇輕吻，誰還在乎三角函數。  
四圓相觸可不同，每圓皆能吻三圓。  
如此親密的接觸，四圓必須  
三含於一或者一含於三。  
若為一含於三，那麼就不用懷疑，  
每個圓的外表都有三個唇印。  
若為三含於一，則大圓少不得  
被人從裡面偷親三下。

這一首俏皮的詩，就說明了四個圓接觸的情況，其餘請詳見此書的第十章。

「圓規的獨舞」主角當然是圓規囉！現在的『尺規作圖』限制是無刻度的直尺和普通的圓規，但是，還有沒有想到其他的方式呢？本書有直尺和普通的固定圓規（圓規張開的角度固定不變，又叫做「鏽蝕圓規」）的作圖法、馬歇羅尼作圖法（只用圓規而不使用直尺）。

「古怪的西洋棋局及其他問題」這一章將古怪的西洋棋局、來自日本的保齡球硬幣問題、艾思考特的滑動拼圖等等收錄進來，屬於很好玩的遊戲，不過，題目大多來自於生活背景和我們不盡相同的地區，可能會覺得有點「古怪」！其餘章節或許也有這樣的困擾，但是，正因為我們沒有接觸過，不是更新鮮有趣嗎？

除了推理思考之外，本書也包含了一些單純用「看故事」的心態即可閱讀的章節，例如：第3章「漫談算盤」，談談算盤的演變，並介紹中式算盤、日本和俄國的算盤。第4章「數字與文字的回文」，欣賞數字與文字之美，其中有非常漂亮的回文（中英對照）。以及第6章「機器會思考嗎？」，第一部分認識『塗林機』(Turing machine)，第二部分則是『塗林測試』(Turing test)，類似一種猜謎遊戲，有一個審判者要猜躲在兩個房間裡的人之性別為何？（通常是一男一女要讓審判者誤以為兩個都是女性）如今換成一個人和一台電腦，有可能欺騙成功讓審判者以為兩個房間都是人嗎？作者再提供一個電腦與人對話的例子，並且更進一步談到「機器會思考嗎？」的爭議。第16章「太陽系裡的新鮮事」是關於宇宙中心之爭、月球自轉、太陽系演化之謎等等話題。

另外，「視錯覺」、「一元紙鈔變變變」、「火柴棒遊戲」…等等幾章都是偏向於益智遊戲性質，相信中學生（尤其是國中階段的孩子）會相當喜愛！雖然本不應該限定讀者群的範圍，這的確是一本老少咸宜的數學趣味之書，但是筆者總會最先想到可愛的學子們，請多多包涵！

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂PDF電子檔。要訂閱請將您的大名，地址，e-mail至 [suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請e-mail至 [suhui\\_yu@yahoo.com.tw](mailto:suhui_yu@yahoo.com.tw)
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本東京市：陳昭蓉（東京工業大學）

英國劍橋：李佳嬋（李約瑟研究所）

台北市：楊淑芬（松山高中） 杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇意雯、蘇慧珍（成功高中）  
蘇俊鴻（北一女中） 陳啓文（中山女高） 蘇惠玉（西松高中） 蕭文俊（中崙高中）  
郭慶章（建國中學） 李秀卿（景美女中） 王錫熙（三民國中） 謝佩珍、葉和文  
（百齡高中） 彭良禎（麗山高中） 邱靜如（實踐國中） 郭守德（大安高工）  
林裕意（開平中學）

台北縣：顏志成（新莊高中） 陳鳳珠（中正國中） 黃清揚（福和國中） 董芳成（海山高中）  
林旻志（錦和中學） 孫梅茵（海山高工） 周宗奎（清水中學） 莊嘉玲（林口高中）  
吳建任（樹林中學） 陳玉芬（明德高中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中） 吳秉鴻（國華國中） 林肯輝（羅東國中）

桃園縣：許雪珍（陽明高中） 王文珮（青溪國中） 陳威南（平鎮中學） 洪宜亭（內壢高中）  
鐘啓哲（武漢國中） 徐梅芳（新坡國中） 郭志輝（內壢高中）

新竹縣：洪誌陽、李俊坤、葉吉海（新竹高中） 陳夢琦、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）  
洪正川（新竹高商）

台中縣：洪秀敏（豐原高中） 楊淑玲（神岡國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中） 歐士福（五權國中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）

台南縣：李建宗（北門高工）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）

金門：楊玉星（金城中學） 張復凱（金門高中）

馬祖：王連發（馬祖高中）

## 新書介紹：《愛上數學的第一本書》

桃園縣青溪國中 王文珮老師

書名：愛上數學的第一本書

作者：丑田俊二

譯者：朱麗真

出版地：台灣

出版商：商周出版社

出版日期：2005 年 09 月 26 日

普級 / 單色印刷 / 初

ISBN：9861244824

規格：平裝 / 240 頁 / 14.8\*21c



第一章：明星數學家的故事

第二章：高中的數學故事

第三章：大學入學考試與數學

第四章：日本和算怎麼消失了？

第五章：新數學

第六章：電腦改變數學

第七章：思考日本人的數學能力

結語：數學還是很有用

參考文獻

如本書的前言所說：「這是一本數學書，但是內容幾乎沒有數學公式。」第一章便以數學家的故事為首，透過幾位明星級的數學家如費馬、伽羅瓦、高斯、歐拉、笛卡兒等引人入勝的故事情節，以提高讀者對於數學學習的樂趣。除此之外，作者也特別介紹自己特別喜愛的日本數學家秋山仁，並且不吝嗇地說出內心的想法及期望。

第二章談到幾個與中學數學關於的數學概念、數學史及其用途。文中作者以身為學生的口吻，對於當時學習微積分的心路歷程有以下描述：「在沒有任何預告的情況下，微分記號就突然出現在數學II的教科書中，並且還有一大串練習題。積分也是，書上只說它是微分的反運算，然後就是定積分的計算題。」對於虛數*i*也有這樣的感想：「書中有段突兀記載：『導入平方之後等於-1 新數，因為與既有數的概念不同，所以給它一個特殊的記號*i*，即*i*<sup>2</sup>=-1。』說它突兀，是因為在這段話之前，完全沒有任何的提示內容，之後，也沒有進一步的解釋說明，有的只是一連串*i*的練習題。怪不得讓人生氣，這樣的數學讓學生怎麼理解，一點都不有趣、不具體，只是紙上談兵罷了。」這些來自於學習者真實的心情告白，實在是提醒了數學教師們，在教授數學時應更具有同理心，提供更全面性的學習考量才

是。數學知識體系的完備性固然要擺在重要地位，但對於學習者情感上的照顧亦是不可忽視呀！

第三章讓我們對於日本的升學制度有所理解，亦有那麼一點熟悉的味道呀！在本章的最後，作者提供了一篇《京都新聞》在 2001 年 7 月 18 日發表的問卷調查，對象為三所私之大學經濟系的畢業學生。目的在比較他們的年平均收入，發現當年有選考數學的人較沒有選考數學的人高出 107 萬日圓。雖然可以從各種不同面向說明數學的「有用」，在此作者顯然想藉此一「具體」的有力證據，來說明數學的有用，以鼓勵各方人士來選讀數學吧！

第四章以「日本和算怎麼消失了？」為名，來看看日本數學史的發展過程。第五章新數學從非歐幾何談到拓樸學、圖形理論、碎形學等，並提及各理論在實際生活上的用途。第六章電腦改變數學提到電腦的歷史，及其出現之後對於某些問題的影響和解決。第七章思考日本人的數學能力，這似乎也是近幾年來我們很熱衷討論的教育話題之一。

作者丑田俊二，1950 年出生於福島縣會津若松市，畢業於福島大學經濟學部經營學科，現在任職於資訊機器製造公司的工程師。不論在書中或是在作者簡介中都可以看見，他是在大學時期重拾當時無法理解的中學數學，才對數學產生了興趣，並從基礎開始重新研究數學。在他教導兩個兒子大二及高三的數學功課過程中，深感傳遞數學樂趣的重要性，本書才因此而誕生。作者希望藉由文中淺顯易懂、趣味十足的內容，對於未來的高中生、大學生，甚至在現實中求生存的大人們而言，數學都是必要的科目，將來總有一天，大家都會認為「好在有學過數學」。這樣的寫作風格應該是已經吸引了各個層面的許多讀者了。

對於多數人而言，愛上數學的形式之美是令人羨慕的；若以數學的確有用為愛上數學的理由，相信也不失為學習數學的動機之一。數學的「有用」可以是在數學內部的用途，也可以是對其外部的用途。本書在數學與外部生活聯結花了很多的心思，也提供了教學上許多素材及想法。書中對於一些基礎數學問題（如：無限集合的個數）認為只要稍微思考一下便有了結果；甚至認為『費馬最後定理』在多位數學家經過三百多年的努力，已在懷爾斯手中留下完美句點。對此似乎仍有討論的空間，數學家對於基礎的數學問題，是以較嚴謹的結構來看待，自有其深層的部分可供研究；而有關費馬最後定理，說不定在未來的日子裡，數學家們將會以另一種不同的呈現方式，來證明其定理的內涵。數學或是數學史能夠從各種不同的面向來看待與討論，是我們所樂於見到的現象，作者的參與的確值得為他讚賞一番。

## 新書介紹：《數之意義》

北縣福和國中 黃清揚老師

作者：余介石、倪可權  
出版社：台灣商務  
出版日期：2005 年 9 月 1 日  
頁數：88 頁  
ISBN：9570519916



### 前言

本書創作於民國三十年代，作者當時任教於大學，暑假期間常為中等學教師講習會講學，《數之意義》乃是其中的教材選輯而成。在內容上來看，本書是為中等學校教師之需求所寫，且出版本書的目的有二，一為促進中等學校教育之革新，另一為奠定學生進研高深數理之基礎，但可惜的是本書幾乎對往後中國的數學教育發展沒有什麼影響。雖距今已五十多年了，在內容上本書仍然有其可讀性，此次能夠再版，更有其歷史意義。

### 作者簡介

余介石，字竹平，號慰慈，1901 年 2 月 7 日出生在安徽省蕪湖市，卒於 1968 年 12 月 26 日，享年 67 歲。余介石於 1919 年考入南京的東南大學數學系，1923 年畢業後留校任教，1933 年升任講師，其間曾兼任南京國立編譯館館員、江蘇省立統計學校教授、中央軍官學校數學教官；1934 年赴重慶任重慶大學教授，1936 年又去成都，歷任四川大學教授、成都金陵女子大學數學系系主任及教育部部聘教授，其間還在多所中學兼職，任過通訊軍官學校數學教官、四川省會計專科學校教授等；1949 年底任四川大學教授，1954 年春調北京農業機械化學院歷任教授、數學教研室主任，直至“文化大革命”1968 年去世。他曾編寫過 30 多種中學數學教材和各類教學參考書，先後出版了《復興高中幾何學》、《高中代數》、《高中立體幾何學》、《高中三角學》等 10 餘種參考書，在幾家大出版社頗有影響。20 世紀 30 年代，他和趙淞、傅種孫三教授被譽為“三大中等數學權威”。另外，他對珠算相當有見地，並著文批駁日本山崎與右衛門提出的中國算盤來自古羅馬的臆斷，闡述算盤是中國的獨創的觀點。

本書的共同作者倪可權則生平不詳。

余介石與倪可權皆曾受教於何魯。何魯留學法國，治學嚴謹。從本書的內容來看，兩位作者頗受其影響。

### 內容大要

本書分為四章，分別是第一章：數之概念發展史、第二章：基數與序數，第三章：實數、第四章、複素數(複數)。作者在第一章中將內容分為 9 個單元，介紹數碼、分數、無

理數、負數、複素數、代數數及超然數（超越數）等概念，最後還提到歷史對數學上之啓示。值得注意的是作者對數學教育觀點的看法，包括以下幾點：

一、負數、虛數：「不可求一蹴而幾，必須以實例說明其意義，藉應用以表露其功能，徐徐反覆申述之，能使學生明瞭其效用與需要，而獲得牢固之印象，與透徹之認識。」由於負數、虛數是較為抽象的概念，所以要學生能完全通曉，則必須具備高等抽象之能力。

二、數之運算之規定：「支配各種數之運算之規定，率皆先由經驗事實之暗示，更經邏輯法則之整理。換言之，即直覺發其端後，再由推理之力組織之；前者為心理程式，後者為邏輯程式。教者宜察學童程度，而善運用之。」所以有關數的運算，應以直觀為先，後再進入抽象。低年級教予學生歸納方法，高年級則酌用演繹方法。並且要注意教材在歷史上產生之經過，使學生能「源源本本，於”所當然”外，更知其”所以然”，庶有溫故新之樂，無扞格不入之苦」。此點頗值得編書者的參考。

三、教師的本質學能：「教師對於學理，必須考其在歷史上發展之象跡，以覘人心認識之程式與限度，應可因時制宜，善為說理，即不至使初學難以猝通，亦不至養成其謬見或誤解。」也就是說教師必須對數學中的歷史發展深入了解，如此才能針對學生的困難之處下手。更進一步的看法則是作者有關數學史對於教學的意見

歷史之於教學，不僅在名師大家之遺言軼事，足生後學高山仰止之思，收聞風興起之效。更可指示基本概念之有機發展情形，與夫心理及邏輯程式，如何得以融和調劑，不至相背，反可相成，誠為教師最宜留意體會之一事也。

接下來所引的文字則為數學家克萊因的一段文字

按生物進化 biogenetic 之基本原則，即人發展之程式，與種族發展情形，大體相同。……餘思算學教育至少在一般情形下，必遵守此原則，一如其他事理然。教育之力，應使青年粗具之才能，漸導入高深事理，而終於抽象之形式；人類自簡陋原始狀態努力進達高深知識所取之途徑，即今日所當循守者也。此項原則所以時時提出者，乃因常有近於煩瑣哲學派之人士，每自最普遍之觀念，為教學起點，迴護其法為「唯一之科學方法」。此理由實全無根據。科學之教育雲者，乃能導人作科學方式之思考，而決非於開始時，即置冷酷之科學形式系統於其前也。此種極自然之真正科學教育，推行上有一主要障礙，即為歷史知識之缺乏，……餘信已使君等必能瞭然一切算學觀念之如何逐漸完成；此等觀念之初現，大抵皆類乎預言，必經長期之推展，始結晶成堅固之形態，如有系統之敘述中所習見者。

作者以克萊因生物發生學的觀點來強調歷史對數學教學的重要性，這種看法與現今的潮流來作比較，絲毫不減流行。也由此可看出作者受克萊因之影響。

第二章作者先講解「數之概念之基礎」及「數之綜合論與解析論」（即綜合法及解析法），從而進入「數之定義」、「組合之運算」，「數之演算」、「組合及數之比較」、「有限與無限」...等等共 15 個部分。大抵上皆以介紹初步知識為主，並不求深入的了解，所以內

容點到為止，讀者若要更進一步的了解，則要參考其他的書籍了。

第三章舖陳的方法與第二章類似，先說明「分數之需要與存在」，因而有「分數之特性」，再者「負數之需要與存在」、「負數之特性」...等共 14 單元。作者將實數中的數系一一討論，其中代數數及超越數也在討論之列。由此可見，作者要傳達給中學教師的訊息就是教師除了教課本的知識，更要深入了解自己所傳授的學問在高觀點下所代表的意義，不能只為教書而教書。

第四章則是針對複素數（複數）來做介紹，內容有「 $\sqrt{-1}$ 」共分為 15 個單元，其中包含了 Weierstrass 及 Frobenius 所提的相關定理。

## 結論

讀者在閱讀本書時，第二至第四章時應會較為吃力，因為五十年前左右所用的數學名詞畢竟與現行所使用的有許多差別。雖如此，本書作者所提出許多有關教育方面的看法放在現今的數學教育爭議中依然有其討論空間，並且部分內容相當可行。總之，閱讀本書，自有一番風味。

Barry Mazur（哈佛大學數學系講座教授）評論方程式之歷史演化：

**Suggestiveness and surprise are never in short supply in mathematics. Success in establishing, and then comprehending, Dal Ferro's formula for the solution of the general cubic equation, and success in discovering a similar equation – the solution being given by the extraction of fourth roots and cube roots – suggest that one could seek an overarching formula to find the solutions of the general polynomial equation of any degree, the solutions being given by the extraction of approximate roots. Here is the surprise: there is no such overarching formula, and, moreover, one can prove its nonexistence (even for the next case: polynomial equations of the fifth degree). Now, to establish a formula, but to establish the *nonexistence* of a formula is a chore of quite a different magnitude. This task, started at the beginning of the nineteenth century by the Italian mathematician Paolo Ruffini and continued by the Norwegian mathematician N. H. Abel, invites the mathematical imagination to an utterly new type of play and offers a cornucopia of new suggestiveness. (Barry Mazur, *Imagining Numbers*, 2003.)**

## 新書介紹：《挑戰與猜想—數學公式的由來》

台灣師大數學系碩士班研究生 黃俊瑋



書名：挑戰與猜想—數學公式的由來  
作者：紀素雲等編著  
地版地：倚天文化事業有限公司  
出版時間：2005年5月10日第1版1刷  
ISBN：986-7300-18-1

### 前言

小時候曾在在一本書上瀏覽了一篇有關「費馬最後定理」的文章，從此我瘋狂地沉迷於此，並曾天真地試圖解決它……。

輾轉多年，它的確影響了我，促使我選擇進入數學系的原因，我也一直在找尋另一本數學讀物或者另一篇文章，幫助我或者將來幫助更多的學生，享受那種單純的感動與沉迷。

### 內容簡述

「數學公式的由來」，共分成 52 個單元主題，其內容包含諸多重要數學概念的發展史、著名定理與猜想的由來或相關故事、數學史上的重要事件與軼聞，例如：費馬最後定理、四色定理、哥德巴赫猜想、哥尼斯堡的七橋問題與一筆劃、三大尺規無法作圖問題(倍立方、化圓為方、三等分角)、凸多邊形的尤拉定理、麥比烏斯帶、蜂房猜想、生日相同的機率、數學悖論問題、楊輝及其洛書幻方、數學史上三次危機、數學公理化的道路、非歐幾何的建立與發展等等，都是在數學上常為人所津津樂道、且引為討論的重要題材。

此外，本書亦不乏與高中數學課程息息相關的概念：邏輯—充份與必要條件、康托爾與集合論、高斯與數列求和、國王的麥粒—等比級數求和、數系的擴充、費氏數列、數學歸納法、引入虛數  $i$  以建立複數集、指數、對數的起源與發展、三角函數的歷史、海倫公式、巴斯卡與二項式定理、 $e$  的性質與應用、解析幾何的架起代數與幾何的橋樑、微積分等，但其中部份故事內容與高中教科書中所引之故事相似或雷同。

## 綜合評論

傳統一般人的觀念裡，總是對數學感到莫名恐懼，學數學更是許多學生焦慮的來源，一再地望「數」生嘆，然而，數學的世界真是這樣地無趣難懂嗎？一本好的數學讀物，不僅在題材上必須豐富多元，內容應當生活化、富有趣味性、啟發性甚至挑戰性，能夠吸引學生或一般讀者，為之著迷，一頭栽入不忍釋手。

本書共包含 52 個主題，談到許多有代表性的數學概念起源，並簡述其發展史上相關的人物、時代背景、軼事與數學家的思想。雖然多數的內容在一般坊間數學史相關書籍當中可見，但本書用字淺白、生動活潑，少見複雜推演的數學式子，亦極少出現較高深、艱難的數學符號，大多數的篇幅皆以文字敘述說明，再輔以文獻或數學家所言或傳聞軼事的方式呈現，頗能吸引讀者的目光。對於有意將數學史與數學故事融入教學，或者指導數學相關社團的高中教師而言，書中的題材與故事內容頗適合作為引用的參考資料，其中不乏生活化、有趣的傳聞故事，可收寓教於樂之效。

對於一般的高中學生或數學背景較不足的讀者，本書難度適中、淺顯易懂，能引起其對於數學與數學史的興趣，適合作為數學史入門的課外讀物。透過了解過去人類知識與數學概念的由來、演進和發展歷程，學習數學家用以突破困難、解決問題的思維方式，引發讀者思考與探索的空間，頗具教育性與啟發性。且從「後設認知」的觀點看來，我們不但希望在學數學的過程中能「知其然」，更要進一步地「知其所以然」。本書幫助讀者了解數學知識完整的概念與來龍去脈，而非僅片段而零碎的記憶，這才能增進學習效率與興趣，建構有意義、有價值的學習。

唯本書對數學能力較佳的學生而言，廣度與深度顯得不足，各單元的資料內容或許礙於篇幅所限，又或許是作者本身所鎖定的對象與讀者群傾向為一般大眾，所以，各主題著重於「由來」，其餘對深入的學術內容著墨不多，僅僅點到為止。還有，著名數學家的介紹以及近代數學史上的重要大事與發展方面，作者所搜集的資料顯得頗為不足，大多只是略述，實為可惜之處。不過，本書仍可作為一般讀者對於數學史的入門書籍，至於更深一層的細節與內涵，則不在本書的所討論介紹的範圍，有賴感興趣的讀者自行參考閱覽其它相關書籍與資訊，以補此書之不足。

## 第八卷索引

### ✍ HPM 相關

- 通訊團隊 五年有成 8(9)  
把數學史引進數學教學真的那麼困難嗎？8(10)  
如何「萃取」才有意義呢？8(11)

### ✍ 數學史

- 《中國曆法與數學》自序 8(5)  
漫談《筭數書》(一)：從「醫」開始 8(6)

### ✍ 數學教育

- 三看《米諾篇》8(6)  
94 年大學入學指定考科數學甲多選題第 9 題參考解法 8(7/8)  
94 年大學入學指定考科數學甲多選題第 9 題參考解法之迴響 8(10)  
《翰林數學》數學乙模擬試卷：一至四冊 8(11)

### ✍ 「95 學年度高中數學暫行綱要」專輯

- 如何看待 95 年學年度高中數學暫行綱要？8(1)  
95 學年度高中數學暫行綱要 8(1)  
95 學年度高中數學暫行綱要「必修」的一些問題 8(1)  
95 學年度普通高級中學數學暫行綱要「選修 I」的一些看法與建議 8(1)  
95 學年度高中數學暫行綱要「選修 II」的一些問題 8(1)

### ✍ 數學歸納法專輯

- 數學歸納法專輯說明 8(2/3)  
數學歸納法是什麼玩意兒 8(2/3)  
數學歸納法的分析 8(2/3)  
「數學歸納法」常見的謬誤 8(2/3)  
數學歸納法的教學心得 8(2/3)  
數學歸納法的證明形式之完成 8(4)  
歷史上的「數學歸納法」：以阿爾-凱拉吉、阿爾-薩毛艾勒、本熱爾松、摩洛哥利克為例 8(4)  
叫誰第一名？8(4)  
如何製作 HPM 學習工作單－以數學歸納法單元為例 8(4)

### ✍ 代數

- 從數學史看初等的函數概念啓蒙與教學 8(9)

### ✍ 幾何

- 從正焦弦看圓錐曲線 8(5)  
HPM 學習單模組設計〈圓與圓周率〉單元簡介 8(7/8)

### ✍ 論文摘要

《數學教師專業發展的一個面向：數學史融入數學教學之實作與研究》8(5)

《六位學生數學教師教學價值認同的個案研究》論文摘要 8(6)

《從南秉吉 (1820-1869)《緝古演段》看東算史上天元術與借根方之『對話』》8(7/8)

《從算學試題看晚清自強運動期間數學教育與數學傳播》8(7/8)

研究報告摘要：《中小學數學科課程綱要評估與發展研究》8(7/8)

《李尙懌《算術管見》初探》論文摘要 8(9)

### 📖 書籍評論與介紹

科普書評：《數學的故事》8(5)

讀書心得分享：《黃金比例》8(6)

數學科普書寫的新嘗試 8(7/8)

《打開魔數箱》書評 8(7/8)

日本出版市場科普書籍介紹 8(7/8)

《翠維索算術》簡介 8(11)

新書介紹：Sherlock Holmes in Babylon and Other Tales of Mathematical History 8(11)

書評：《為什麼公車一次來三班：81 個生活中隱藏的數學謎題》 8(12)

新書介紹：《數之意義》8(12)

新書介紹：《愛上數學的第一本書》8(12)

新書介紹：《挑戰與猜想－數學公式的由來》8(12)

新書介紹：《數學馬戲團》8(12)

### 📖 Information

《台灣數學教師（電子）期刊》8(6)

「2005 數學考卷編製暨評析研討會」8(12)