

# HPM通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系教授）  
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）  
 助理編輯：李建勳、黃俊瑋（台灣師大數學所研究生）  
 編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）  
 黃清揚（福和國中）葉吉海（新竹高中）  
 陳彥宏（成功高中）陳啟文（中山女高）  
 王文珮（青溪國中）黃哲男（台南女中）  
 英家銘（台師大數學系）謝佳叡（台師大數學系）  
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊  
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

## 第一卷 第三期 目錄(1998年12月)

- ☞ HPM 98 馬賽行
- ☞ 從數學史面向探究--「女人學不好數學」--刻板印象
- ☞ 書評：費馬最後定理
- ☞ 向大師學習 part 1

## HPM98 馬賽行

洪萬生

臺灣師範大學數學系教授

一九九八年四月二十到二十五日，筆者應邀前往法國馬賽的 Luminy 大學參加由 HPM 研究群 (International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics) 所主辦的一個國際會議 -- "HPM Luminy Meeting"。會議場所設在法國數學會 (SMF, Societe Mathematique de France) 所屬的 CIRM (Centre International de Rencontres Mathematiques)，緊鄰的是 CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) 所屬的一所教師研習中心。這個會議有來自三十個國家共七十位學者參加，目的是研商如何共同寫作這一本書 -- ICMI Study: The roles of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics。本書預定公元 2000 年八月初第九屆國際數學教育會議 (ICME-9) 舉行前由 Kluwer Publishing Co. 出版，希望可以為 HPM 的研究主題整合出一個規格 (format) 來。

更明確地說，這本書的功能是：1) 綜覽並且評價整個 HPM 學門的現況；2) 為教師、研究者以及涉及課程發展的專家學者提供資源與借鑒；3) 指出未來研究的方向與進路；4) 為那些打算在教學法中引進歷史的教育決策者提供指引與資訊。為此，John Fauvel (HPM 上一任主席) 及 Jan van Maanen (HPM 現任主席) 特別在會前先草擬了本書的目次如下 (括弧內的 A's, B's 表示工作小組的代號)：

Part 1 Political framework (A1)

Part 2 Cultural framework (B3)

Part 3 Student framework (A3, A4, A5, A6)

3.1 Research on classroom delivery of historical dimension (A3)

3.2 Research on history of mathematics for trainee teachers (A4)

3.3 Research on development of students' understanding (A5)

3.4 Research on history for special educational needs (A6)

Part 4 Classroom framework (A2, B1, B2)

4.1 Analytical survey of ways of using history in the classroom (A2)

4.2 Detailed analysis and consideration of using original sources (B1)

4.3 Survey of historical support for particular topics (B2)

## Part 5 Resource framework (B5, B6)

### 5.1 Non-standard resources (multimedia, instruments, www) (B5)

### 5.2 Bibliographical resources (B6)

每一位與會的七十位學者至少參加兩個工作小組，然後在長達五天的會議中，每個小組都各有 10 小時的熱烈討論，最後則分配工作。筆者參加了 A2, B2 的討論，最後當然也被分配了一個寫作題目，亦即：如何在課堂上引進畢氏定理的幾個不同數學傳統的證明，並說明它們的認知意義。

本次會議的特色之一，是提交會議的論文，多數在與會者赴馬賽前即已由主辦單位寄到。所以，與會者在第一天開會時，情緒就十分高昂，因為大家已經對自己與其他學者可能作出的貢獻了然於胸。值得一提的是，在這種場合，學術素養（譬如數學、數學史等等）表現最好而且態度最積極的，除了英國、法國、荷蘭的學者之外，也有一些來自數學小國（如希臘、丹麥、拉托維雅）的學者。譬如說吧，丹麥已退休的數學教育專家 Tokil Heiede 就展示一套該國的中學數學教科書，讓我們赫然發現數學史並非外加，而根本是數學內容的一部份 -- 其實該書主編正是丹麥頗富盛名的女數學史家 Kirsti Andersen。當筆者請教 Tokil Heiede 萬一老師不能適應這種教材時怎麼辦？這樣的課程改革不是很基進（radical）嗎？Tokil Heiede 回答得十分乾脆："No, no, what do you mean by radical? It is a law!"

至於亞洲與會者中除了筆者外，有兩位來自日本（為 ICME-9 2000 Tokyo 作準備），有三位來自香港（蕭文強與他的兩位學生，馮振業與列治佳），以及一位來自中國的張奠宙（國際數學教育委員會 ICMI 的國家代表）。這幾位華人與筆者都是舊識，蕭文強是任教港大的專業數學家，在 HPM 的專題上頗有著述。張奠宙任教於上海華東師大數學系，除了關心數學教育外，對於中國現代數學史也頗有心得，他向筆者談及中國大陸的數學史家（包括一些在師範大學任教的教授）大都無暇顧及 HPM，言下不勝歎歎。

事實上，參加本次大會的專業數學史家除了 Fauvel, van Maanen 與筆者之外，就還包括了法國的 Christian Houzel，德國的 Hans Niels Jahnke 與 Gert Schubring 等等。我們都相信數學史家在研讀典籍或文本（text）時，往往因為多了教育的關懷，而得以提出其他有趣的歷史問題。譬如說吧，從 HPM 觀點來進行 Euclid 對比劉徽的比較史學研究時，我們的確可以更具體地把握中國傳統數學的風格與精神。在數學教育的脈絡下考察華蘅芳（1833-1902）的【學算筆談】，我們也可讀出他在學習西算時，認知結構所經歷的挫折與掙扎。即以中國明代算學家唐順之、顧應祥無法理解宋元『天元術』為例，我們也可以因為現代學童對符號代數（symbolic algebra）的類似學習困擾，而賦以『同情的了解』，同時也對明代中國數學沒落的內在原因，多了一個觀照的角度。總之，HPM 關懷對專業的數學史研究，絕對是積極且正面的（反之亦然），值得關心數學教育研究的學者專家好好地倡導與支持。這是 1996 年筆者前往葡萄牙參加 HPM 96 Braga 時，頗為成功分享的一個最重要的數學史研究心得。或許正是如此，Fauvel 與 van Maanen 才會邀請筆者負責承辦 HPM 2000 Taipei。

此次馬賽 HPM，筆者原來並不打算參加，Fauvel 與 van Maanen 也因為體諒筆者家庭變故，而不敢相擾。直到筆者聲明仍然願意承擔 HPM 2000 Taipei 研討會的任務時，才積極遊說筆者務必前往，以便進一步商量研討會細節。我們初步決定 HPM 2000 Taipei 將於公元 2000 年八月 9-14 日在台灣師範大學舉行，主題如下：

- 1) History of Asian and Pacific mathematics
- 2) Mathematics education before 1800
- 3) The effectiveness of history in teaching mathematics: empirical studies
- 4) East and West, contrast and transfer of mathematical ideas
- 5) The recommendations made in the ICMI–Study Book

屆時預計有一兩百位各國學者與會，我們很希望國內也有數目相當的學者、專家及中小學教師參加，好好地展現我們在這一方面的實力。

基於此，筆者期待國科會與教育部在未來幾年內大力支持 HPM 及其相關議題（譬如科學史與科學教育之關聯）的研究。到時候只要我們端得出『豐盛的菜單』來，不怕我們主導不了 HPM 相關議題的品味。其實只要有心，在國際學界的發言位置也不是那麼遙不可及，當然，將台灣的學術研究國際化，絕對是先決條件。有志之士，盍興乎來！

### 參考文獻

1. Fauvel, John et al., 1997. "The Role of the History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics: Discussion for an ICMI Study (1997-2000)," BSHM Newsletter 33: 46-53.
2. Horng, Wann-Sheng 1993. "Hua Hengfang (1833-1902) and His Notebook on Learning Mathematics -- Xue Suan Bi Tan," Philosophy and the History of Science: A Taiwanese Journal 2(2): 27-76.
3. 洪萬生 1996. 『數學史與代數學習』，【科學月刊】27 (7): 560-567。
4. Horng, Wann-Sheng, "Euclid versus Liu Hui: A pedagogical reflection," to appear in Victor Katz ed., Using History of Mathematics in Teaching Mathematics, Washington: MAA.

## 從數學史的面相探究「女人學不好數學」的刻板印象

洪秀敏老師

台北縣錦和中學

近代科學 (modern science) 發展以來,「女性」與「科學」、「數學」之間種種不安、矛盾的關係,一直是科學論述中的一個重點。十七世紀之前的亞理斯多德學派認為:婦女不完整,有缺陷,不具備充分的「生之火」,因此既沒有男性高度理性化的自制力,也缺乏男性的勇氣;正因為女人不夠熱、太陰冷、太柔弱,所以無法進行嚴密的思考與學習。十八世紀末解剖學者則指出:女人的腦容量不及於男人,女人只不過是稍大一點的孩子而已,先天上腦容量的不足是使得女人不能適應嚴謹科學研究工作的主因。到了十九世紀,新興的資產階級則開始宣稱:教育程度愈高的女人生育能力就愈低,智能上的教育將嚴重影響女人子宮的生育能力;傳宗接代、撫育優秀的下一代是女人一輩子最偉大、最神聖的事業,它的重要性絕不應遜於男人智識上的創作。(Schiebinger, 1991: 2)

時光流逝、社會環境跟著改變,唯一不變的是:相較之於男人,女人始終是社會上比較「劣等」的一群,不論是缺少「生之火」或是腦容量不足等等的說詞,它們都只有一個目的,那就是指出:女人不完整、有缺陷,不適合也不應該從事專業的自然科學研究,自然科學是屬於男性專屬的事業。然事實又是如何呢?本文擬從十八世紀最盛行的一本時尚雜誌《女士日誌》的創刊、發行與停刊的整個過程中,探究「女性」與「數學」之間之所以形同陌路的歷史事實。發行於 1704-1841 年的英國雜誌--《女士日誌》--是一本專為女士設計且頗具教化性意圖的雜誌。1704 年所出版的創刊號是一本類似附有氣象預測、天文資料等資訊的年鑑。它的內容包羅萬象,涉及的層面也相當廣,幾乎可說涵蓋了所有女人、年曆製作者、天文觀測者所關心的各種流行話題。

1707 年之後,《女士日誌》又一躍成為英國出版史上第一本以女性讀者為主要訴求對象的普及性數學刊物,雜誌中原本有關女人的健康問題、生活指南等論述的篇幅逐漸地被一道道徵求獎答的數學問題、數學猜謎 (mathematical puzzles) 所取代。有趣的是,它還是當代少數幾份歷史最悠久、獲利最高、流傳最廣的女性刊物!女士學習數學風氣的廣被可見一斑。然 1720 年後,女性讀者卻大量的流失了。為什麼呢?

受到外在環境的衝擊,十七世紀結束之前,英國境內湧現了大批新興的數學愛好者,他們是新興的資產階級男人。這些在商場上小有成就的男士們,這時不約而同地喜歡利用閒暇的時間從事一些數學的餘興活動,或許是因為數學的「有用」,也或許是為了追求一種時尚,總之,這時期的他們是數學研究中最有力的贊助者,是新一代大眾科學文化的主要訴求對象、消費團體。他們消費數學文化、推廣數學知識、贊助數學研究;他們不僅喜好利用數學知識從事貿易、海上活動與技術性的工藝創作,他們更欣賞數學為他們帶來的財富、成就與社會地位。(Wallis and Wallis, 1980) 數學之所以吸引(男)人,不再只是為了滿足個人追求、探索大自然運行規律的求知欲望,也不再只是單純的認為大自然是循數學原理而設計的;學習數學有其實在的附加價值,而這才是最重要的。利用它不僅可以附庸風雅一番,甚至還可以為個人帶來更多的財富。

但殘謔的是,女人開始有系統地被排拒於數學知識門外。女人開始被認為不具推理能力,不能集中思考,無法瞭解像數學或物理那樣深奧的科學知識。盧梭 (Jaques Rousseau, 1712-1778) 的話被當作金科玉律般地引用著:「任何與一般化的理念涉及的東西,都不在女人的能力範疇之列!」

但如何作才能將數學知識這新獲得的專業身份自絕於家庭和女性之外呢？十七、八世紀的（男）自然哲學家從「自然」（nature）領會到一種律則，這種律則乃是從事物之本質所產生的，是事物本來就賦有的，不是從外面硬加到它們身上的，「自然不是別的，它是根植於事物的一種勢力，是一切物體依之而運行的律則。」於是，兩性的本性從最初就有本質的不同，因此他們的教育必須有相應的差別，最佳的教育應該是建立在自然之上，而非違逆於它。性別是與生俱來的一件事情，女人總是女人，女人應該只限於和實用的、與家庭有關的事物上。

昔日以階級區分等級的時代已過去了，取而代之的是由性別作為區隔的標準。而這種區別正是基於男女性別的內在本質，由天生不同的特徵而來的，故具有普遍性而不得任意否認之。蓋基於天性，女性乃較為被動及富有情感，適於在以人為主體的家庭中活動；反之男性則較為主動且極具理性、思辨能力，適於在以事為主、具生產性的工作範圍中活躍，如經濟、政治、文化、學術皆是。蓋基其天賦之不同而有不同之職責，男、女互補形成一個和諧的整體。然實際上卻是男性明顯地佔了上風。因為，就大自然的意志觀之，男人乃是宇宙的主宰，女性則必須仰仗男人的鼻息而活，必須終身對男人忠實且溫馴。然問題是，婦女應該遠離所有的工作環境及政治，問題是，「數學」、「自然哲學」一旦在十八、十九世紀給正式的走出家庭閣樓式的研究時，數學就此成為女人的禁地、女人的禁嚮。

之後，一個女子若非有強烈的決心與不計得失的豁達，否則是很難有機會成就自己的數學興趣及研究，因為她們動輒沈浸在「互補論」、「自然律則」之中而被教導，強調：女人先天上就不如男人，女人不具有學習數學能力等社會化的過程之中而不自知。在這樣的空間中，女人被「表象」（represent）、被注視、被教導如何認識「自己」。「在她的心靈中，主觀與客觀沒有分開；她不可能作判斷，也不可能達到、或欲求真理。沒有女人真正對科學有興趣；……。」

在這樣的歷史意義底下，我們發現原來所謂的「性別刻板印象」，它只可能是果（effect）而不是因（cause）！女人之所以是數學知識的第三者（the other）純粹是性別政治--女人不屬於公領域的結果--使然。

## 參考文獻

1. 傅大為：1993，《知識、權力與女人》，台北：自立文庫。
2. Frevert, Ute: 1995,《德國婦女運動史—走過兩世紀的滄桑》(Frauen-Geschichte Zwischen burferlicher Verbesserung und Neuer Weiblichkeit), 馬維麟譯，台北：五南圖書出版公司。
3. Kline, Morris: 1983,《數學史-數學思想的發展 上冊/中冊》(Mathematical Thought from Ancient to Modern Time), 林炎全、洪萬生、楊康景松 譯，台北：九章出版社。
4. Schiebinger, Londa: 1991, The Mind Has NO Sex?: Women in the origins of Modern Science. Cambridge: Harvard University Press. Perl, Teri: 1979, "The Ladies' Diary or Woman's Almanack, 1704-1841," *Historia Mathematica* 6: 36-53. ; *Mathematica* 6: 36-53.

## 書評：費馬最後定理

邱靜如老師

五常國中

書名：費馬最後定理 (Fermat's Last Theorem)

作者：賽門·辛 (Simon Singh)

譯者：薛密

出版社：台灣商務印書館

出版資料：1998年初版，313頁，定價300元。

法國人皮埃爾·德·費馬(Pierre de Fermat)在丟番圖的《算術》第二卷中，看到了畢氏定理： $x^2 + y^2 = z^2$ ， $x$ 、 $y$ 、 $z$ 為直角三角形的三邊，他靈光一現，將平方改成立方，進而發現，若 $x^n + y^n = z^n$ ，當 $n > 2$ 時，則此方程式無整數解。費馬在《算術》這本書的頁邊註記中寫到：我對這一個命題有個非常美妙的證明，這空白太小，寫不下。這便是有名的費馬最後定理，之所以被稱為最後定理，是因為它是費馬發現的定理中最後被證明的。

在商務書局出版的費馬最後定理中，作者賽門·辛 (Simon Singh) 以數學家為主軸，從古希臘的畢達哥拉斯到二十世紀的安德魯·懷爾斯，將費馬最後定理的歷史淵源與發展做一詳細地介紹。旁徵博引是本書的一大特色，作者不僅介紹了對費馬最後定理發展有貢獻的數學家，也對數學家的生平逸事多所著墨，所以從這本書中可以獲得許多生動有趣的數學史故事，這也是本書份量特多的原因。不過，正因作者想要多呈現數學家有趣的一面給讀者，以致於在閱讀時，難免會有偏離主題之感。

由於作者賽門·辛也是 BBC 電視台費馬最後定理紀錄片的製作人，而懷爾斯也接受了他們的專訪，所以這本書中引述了許多懷爾斯的話，從這些話中，讀者可以真切的體驗到一個偉大數學家的熱情與感動，而作者也十分巧妙的利用這些話，串連起整本書，也牽引著讀者的心情，特別是當看到懷爾斯彌補證明中的缺陷後所說的話，心情必定會跟著激情澎湃起來。

最後給想要看這本書的讀者一個小小的建議，不妨可以先從第六章開始看，先感受懷爾斯的心路歷程與喜悅後，再從第一章看起，細細的品味歷史上數學家的點滴與對費馬最後定理付出的心血，這樣對懷爾斯與先前的數學家將有更深一層的感動與敬佩。

書名：費馬最後定理 (Fermat's Last Theorem)

作者：Amir D. Aczel

譯者：林瑞雲

出版社：時報出版社

出版資料：1998年初版，151頁，定價200元，特價88元。

誰真正從定理的證明獲利？數學家？全人類？還是真理？

謝佳叡助教

台灣師大數學系

1993 年，國際掀起了費馬熱，安德魯·懷爾斯(Andrew Wiles)解決了困擾數學家三百多年的問題，全世界的報紙列為頭條新聞。但隨著漏洞的出現，很快的降溫了。隔年，懷爾斯親自修補了漏洞時，但在新聞上的熱情已大不如前了，意義並未因而稍減。

1998 年，台灣捲起了費馬熱，商務出版了第一本生動且完整描繪這段真理之旅的譯文書，書名為「費瑪最後定理」(Simon Singh 著/薛密 譯)。數學工作者幾乎人手一本，非數學領域的讀者亦不在少數，甚至傳有中學教師將此書列為數學科課普指定用書，受歡迎程度可見一般。作者抓住大眾享受劇情的心境與貫穿幾千年數學史的生動寫法，加上懷爾斯及費馬最後定理的絕佳題材，都是使本書受歡迎的原因，更重要的是，他是第一本將費馬最後定理的解決過程，「平易」的展現出來，不但讓大家知其然，且大綱性的知其所以然。退伍前，幸有機會拜讀此書，其著迷程度，幾到了愛不釋手、廢寢忘食之地步。(相信不少讀者亦是)

相較之下，時報文化日前才出版的「費馬最後定理(此馬非彼瑪)」讀來卻有如隔靴搔癢。無可否認的，受到前書的影響必是主因之一，但就文字的數量而言，本書的輕薄短小在顧及科普，一方面又必須提及這麼一個「偉大」的定理及其相關歷史時，勢必無法滿足所有人的口味。

費馬最後定理的解決橫跨了幾前年的數學史，也幾乎橫跨了代數學、分析、幾何學及拓樸學等所有領域，所以詳細論證費馬最後定理的書籍勢必無法普及化，畢竟對大多數人而言，高等數學並不那麼容易接近，就像少有人會真正從懷爾斯的論文接觸此定理一般。相反的，要不用艱深的數學「可親近地」解說此定理，則必定在定理的遠處打轉，不著核心。所以在普及化與專業性之間取得一個平衡點是此類書籍寫作所必須面對及思考的。就此點而言，時報版的「費馬最後定理」已是成功的，作者阿米爾·艾克塞爾(Amir D.Aczel)對本書的安排，正如同洪萬生教授在導讀中提及「由於篇幅有限，所涉知識也過份專門，往往只能點到為止，…，對於有心接觸數學實質內容的讀者，當然有所不足，然而對本書所涉定的普及性格來說，則應該是合情合理的處理方式了」。

從多方面看來，本書是值得一讀的。本書作者出身數學社群，對於數學知識的描述，數學專業論文的參考，顯然較為得心應手，像是一位引導你瞭解費馬定理的教者，而不只是客觀闡述此一定理。或許是因為作者艾克塞爾無緣親自訪談懷爾斯，故對這位解出定理(且獲頒費爾茲獎章)的懷爾斯著墨不多，卻得以更專注於描述此定理的歷史背景，以相關數學發展為主軸，一氣呵成。反觀商務版的「費瑪最後定理」儘管講述了大量的數學史故事，也側引了不少通俗例子，但仍可看出全書以懷爾斯為一主軸，場景切換快速如同影片拍攝，以致於歷史架構有些鬆散，卻扣人心弦，這大概是兩書最大的差別了。

從另一角度來看，兩書在內容上有著相輔相成的關係。舉個例子，時報版的「神秘希臘將軍—布爾巴基」一文為數學家威爾及谷山—志村猜想之間的是非，下了一個伏筆。第十章更詳細的描述對費馬定理證出十分重要的谷山—志村猜想，其原創者爭議的始末，暗示著大數學家也拋不開某方面的誘惑。又此書在模型式的切入方向與介紹，也提供了另一種想法，更親自配上圖解。對於締造了模型式突破性成果的法國數學家龐加萊(Henri Poincare)也做了頗多的介紹，而在描述其年輕求學過程中，對於當代數學界的一些嘲諷也值得現今教育工作者做一個省思。這些都是另一書所沒有的。美中不足的是，對於懷爾斯在修補漏洞時的懊惱，外界壓力下內心的掙扎，及補齊那一刻的那種激動…，實在著墨不夠。(這也是為何使我有搔不到癢處的原因之一)在譯本上也多了中正大學余文卿教授關於懷

爾斯證明的補充，使得有心想更深入瞭解費馬定理證明的實質內容者得以參考。而洪萬生教授的導讀更是字字珠璣，提供在閱讀此書前的概括性瞭解，而在閱讀此書後更能體會所言。本書內頁也附有網路世界中的『費馬最後定理』，可讓有興趣的網路族更快速、方便的取得相關資訊。加上書籍本身輕薄短小、易於閱讀的優點，更是相關書籍的良好選擇。

更實際的是只要花一個漢堡錢就可擁有。

最後必須提出兩點，供此書讀者參考：(一) 本書「質數」一節(第 8 頁)第一句話：「數字中的 1、2 和 3 都是質數。」其中將 1 列入是有爭議的，目前公認最小質數應是 2，為此特去查閱原文書，原文書(p.8)並未將 1 列入，顯然是譯誤。(二) 本書之封面佈滿了數字，這是設計者刻意安排，或是無意義的亂數？

個人心得如野人獻曝，與大家共享！

(本篇為區分版本譯名，除商務版之書名保留「瑪」外，其餘地方皆用費「馬」。)

# 向大師學習 Part 1

林倉億老師

長安國中

## 兒提時的邂逅

英國數學家安德魯·懷爾斯從小便喜歡解題，特別是從圖書館大量智力測驗的書中找到的許多科學及數學難題，將這些題目帶回家徹底地研究，然後再將它們編成自己的題目。

在懷爾斯十歲時的某一天，他深深被一本沒有解答的書所吸引、困惑住了。那是埃里克·坦伯·貝爾（Eric Temple Bell）所寫的《最後的問題》（The Last Problem），裡面呈現的便是讓三百多年來，無數數學家束手無策的「費馬最後定理」（Fermat's Last Theorem）〔費瑪最後定理：若  $n$  為大於 2 之正整數，則方程式  $x^n + y^n = z^n$  無整數解〕及其歷史發展。懷爾斯真誠地說出了當初看到這個定理時內心的感受：「它看起來如此的簡單，但是歷史上所有的偉大數學家都未能解決它。它是我這個十歲的孩童就可以了解的定理！從那一刻起，我就明瞭我永遠不會放棄解決它，我必須解決它！」

在台灣，十歲的小孩大約是小學五、六年級的學生，許多這個年齡的小學生跟懷爾斯一樣，做了許多智力測驗的題目，但目的是為了升學，為了考上所謂資優班的期前訓練。更多學生做的題目比懷爾斯還要多上許多，但目的是為了學校的考試而做的機械式訓練。我們不禁要問，有多少學生曾在他們所做的眾多題目演算中獲得深刻的啟發，或些許的感動？

## 第一次的挫敗

十歲的懷爾斯是個純真富夢想的男孩，他一開始假定費馬懂的數學並沒有比他多很多，自信可以找出費馬所用的證明方法。然而一次又一次的計算推演，一次又一次的挫折失敗，懷爾斯遭遇了空前的巨大挑戰，從來沒有一個問題可以讓他絞盡腦汁卻又一籌莫展！

經過一年後，懷爾斯改變他一開始的天真想法，決定從歷史中那些對費馬最後定理有深入研究的數學家著手，仔細地去探究他們的方法，希冀從這些方法中找出所有數學家共同忽略的所羅門之鑰，或是從這些方法中整合出解決的辦法。從此刻起，費馬最後定理已不單單是一個數學難題，它是將懷爾斯引向數學殿堂的一隻青鳥。

數學史對數學學習有幫助嗎？答案絕對是肯定的，這裡就是一個絕佳的例子。懷爾斯決定從前人失敗的方法來尋求解決的辦法，失敗的方法並不代表就毫無價值，相反的，在這些方法中提供了許多好的數學理論與深刻的數學意涵，懷爾斯可以從了解為什麼這個方法無效，進而獲得對數學更深一層的認識，在后文中，我們將會看到，正是這種研究「為什麼行不通」的態度將懷爾斯從地獄中救了出來。

## 進入劍橋

懷爾斯：「當我來到劍橋大學時，我真的將費馬最後定理放在一旁，並不是我忘了它，它永遠在我心中！因為我了解到我們僅有的解決方法技術已經使用了一百三十年了，而這些技術似乎並沒有真正的觸及到問題的本質。隨著研究解決「費馬最後定理」而來的一個問題是，你可能將花費數年的光陰卻毫無進展，不過只要在研究問題的過程中你能獲得令人感興趣的數學——即使到了最後你也未能解決它——，那它就是值得研究的問題。一個好的數學問題在於它所能產生的數學，而不在於它本身！」

懷爾斯最後這一句話說得好極了：「一個好的數學問題在於它所能產生的數學，而不在於它本身！」這句話對從事數學教育工作者，特別是對從事基礎數學教育工作者，應該有著另一層的蘊涵：一個好的數學問題，是要讓學生能從中獲得啟發，發現數學，即使學生所得到的對教師而言不過是顯而易見的事實，但對學生而言，這可是他自己的心血結晶，教師應當引導他去從中享受發現數學的樂趣；一旦學生能享受這種樂趣，他便能真正地學習數學。很可惜的，沒有一個放諸四海皆準的好數學問題，所以應當對不同的學生提供不同的好數學問題，而這也正是因材施教的真義。

因此，我們必須特別強調：一個數學問題的好壞，絕對不是取決於挫敗了多少個學生！

## 契機

1986年，懷爾斯已從二十三年前的英國小男孩變成美國普林斯頓大學數學系的教授了，在這段過程之中，他雖一度將「費馬最後定理」放在一旁，但他始終對它無法忘懷。

就在這一年的夏天，他從一位友人的口中得知肯·里貝特（Ken Ribet）已經證明了：若谷山—志村猜想成立，那費馬最後定理也成立。「我大為震驚！我知道這是我生命轉變的時刻，因為它意味著要證明『費馬最後定理』，我所要做的就是去證明谷山—志村猜想成立，它更意味著我的童年夢想現在是一件值得去努力的事；我知道我不能讓它溜走，我要回家證明谷山—志村猜想成立！」懷爾斯回憶他那時內心澎湃的思緒。不過他也意識到這並不是一件容易的事，因為谷山—志村猜想已提出三十年了，而且已有許多重要定理建立在它上面，但至今仍然沒有人對如何證明它有任何的想法。無論如何，對懷爾斯而言，「現在吸引我一生的費馬傳奇，和一個專業上令人滿意的問題結合起來了。」

不過，在著手證明「費馬最後定理」之前，必須解決一個跟數學無關但又十分嚴重的問題。

## 瞞天過海

在大台北的空曠地，輕而易舉的便可以看到高聳的新光三越大樓，因而站在台北最高大樓的頂層環視四方，就具有一種令人難以抗拒的吸引力，所以它早就成為了一個人人趨之若鶩的台北市觀光景點。證明「費馬最後定理」就像是所有數學難題中最高的一棟大廈，享有最高的名聲，三百多年來，多少人魂牽夢縈地想登上這座大廈，但都無功而返。即使有極少數的人對它取得了極大的進展，但也都不得不半途而返。正因為如此，所以只要跟證明「費馬最後定理」有關的風吹草動，都會引起眾人極大的騷動！

當懷爾斯決定認真著手證明「費馬最後定理」，他第一個迫切要解決的問題，卻跟任何數學理論一點關係也沒有，那就是他必須想辦法隱瞞這個計畫不被同事發覺，不引起眾人的騷動，如此他才可以全心全意地面對這個難題，毋須分心應付外界無謂的干擾。於是，懷爾斯想出了一個「狡猾」的方法，他不再參加任何的學術研討會及聚會，但將原本預備要發表的一篇論文分成許多小部分，然後大約每半年發表一小部分，如此一來，他的同事及其他世界各地的數學家，就會認為他仍舊在和原來的研究奮戰不懈；這個方法果真奏效，在未來的七年裡，懷爾斯瞞過了所有的人，幾乎是一個人獨立地攀登數學中的摩天大廈。（未完待續）