

HPM 通訊

第十五卷 第十一期 目錄 (2012年11月)

《數》簡特刊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系退休教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）
 助理編輯：黃俊璋（台灣師大數學所研究生）
 編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）
 黃清揚（福和國中）葉吉海（陽明高中）
 陳彥宏（成功高中）陳啟文（中山女高）
 王文珮（青溪國中）黃哲男（台南女中）
 英家銘（台北醫學大學）謝佳叡（台灣師大數學系）
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horn>

《數》簡校勘

蘇意雯、¹蘇俊鴻、²蘇惠玉、³英家銘、⁴陳彥宏、⁵
 黃俊璋、⁶王裕仁、⁷廖傑成、⁸莊耀仁、⁹蔡佳維、¹⁰
 林建宏、¹¹呂坤明、¹²鄭宜瑾、¹³黃美倫、¹⁴林玉芬¹⁵

洪萬生案語

《數》是湖南大學嶽麓書院於2007年從香港古董市場收購的一本中國古代竹簡算書。它的定名依據第0956號簡的背面寫有一個「數」字而得。本書包含了許多與社會、經濟、政治、法律和軍事有關的計算，對於研究其它歷史問題亦具有重要價值。根據目前研究，《數》的編定下限為公元前212年（秦始皇三十五年）。也就是說，這本竹簡保留了至少2200年前的數學真實活動內容。

本校勘是台灣HPM團隊研究竹簡算書文本的再一次的校勘學習紀錄。上一次，是在2000年9月，承蒙郭書春惠寄《算數書》釋文，因得以接觸真正第一手且時間超過2000年的中算文本，我們團隊成員初試啼聲，獲得了極難得的學習經驗，對於我們深入理解古代中算，真是意義非凡。該項成果隨即在兩個月之後，發表在《HPM 通訊》第3

¹ 任教於台北市立教育大學數學系。
² 台師大數學系博士候選人，任教於北一女中。
³ 《HPM 通訊》主編，任教於北市西松高中。
⁴ 任教於台北醫學大學通識教育中心。
⁵ 任教於北市成功高中。
⁶ 台師大數學系博士候選人。
⁷ 台師大數學系碩士生，任教於羅東高商。
⁸ 台師大數學系碩士生，任教於新北市錦和高中。
⁹ 台師大數學系碩士生，任教於新北市溪崑國中。
¹⁰ 台師大數學系碩士生，任教於台中市成功國中。
¹¹ 台師大數學系碩士生，任教於新北市丹鳳高中。
¹² 台師大數學系碩士生。
¹³ 台師大數學系碩士生，任教於台灣師大附中。
¹⁴ 台師大數學系碩士生。
¹⁵ 台師大數學系碩士生，任教於澎湖馬公高中。

卷第 11 期(2000 年),以「算數書專輯」名義印行。當時的校勘成員有蘇意雯、蘇俊鴻、蘇惠玉、陳鳳珠、林倉億、黃清揚和葉吉海等七人。

在十二年之後的今天,我們又有機會再度親炙竹簡算書,通過最樸拙的文字理解功夫,與兩千多年前的「說算者」對話,並藉以分享他們的「數學實作」(mathematical practice),因緣際會,令人高興。事實上,基於十二年前的那一次經驗,「三蘇」(蘇意雯、蘇俊鴻和蘇惠玉)歸隊,延續了校勘《算數書》的基調,再加上英家銘、黃俊瑋以及其他研究生的挹注,這一本秦簡《數》書的校勘,終於呈現在諸位讀者的眼前。在這一段時間,蘇意雯負責協調,我們必須特別感謝她的不辭辛勞。

根據蕭燦(2012)的說明,《數》書編號簡 236 枚,無編號簡 18 枚,簡文字數約有 6300 字。至於竹簡的形制,則大多數簡長約 27.5 釐米,少數完整簡長約 27.0 釐米。完整的簡約寬 0.5-0.6 釐米。又,此一簡書有三道編繩。

由於蕭燦及其他中算史家已經對此一竹簡之研究貢獻了實質的成果,尤其,蕭燦更是以此簡作為她的博士論文主題,因此,我們團隊的研究看來不無「狗尾續貂」之嫌。好在我們的主要目的在於學習與分享,同時,我們的校勘也多少意在呼應或反映某些「數學實作」之特性。我們相信,在這種脈絡中看竹簡算書的數學知識活動,或許也可以貢獻一得之愚。無論如何,我們後續的相關研究,總是可以從這個校勘開始。而《HPM 通訊》得再刊竹簡算書的校勘,也是難得的機緣,值得我們特別珍惜!

總之,我們非常歡迎各界方家與同好的不吝批評指教!

體例說明

1. 釋文依簡分條書寫,每枚簡之後的數字代表簡的編號。其中,仿蕭燦(2010),2007 年收藏的簡編號記為四位印度-阿拉伯數字;2008 年接受捐贈的簡編號記為兩位印度-阿拉伯數字,前置大寫英文字母 J。至於整理時無編號的殘片,則賦予六位印度-阿拉伯數字,並前置英文字母 C。
2. 簡文原有符號保留:「=」表重文或合文號;「└」表勾識;「·」表墨點。
3. () 內之字表相通之字。
4. < > 內字表更正之字,簡文原有錯字不予更動,。
5. [] 內字表原簡殘缺,可據殘筆補足。
6. 簡文字跡不能辨識者,以「□」表示,一格代表一字。
7. 「……」表示無法確認有多少個不能辨識之字。
8. 「☐」表示竹簡殘斷,無法復原及判讀。

※本校勘版本對於竹簡文字的判讀,主要參考蕭燦博士論文《嶽麓書院秦簡《數》研究》(2010)的成果,在儘量保持原竹簡文字的原則下,進行符合算理和當時字詞用法的校改。又,分節標題是仿蕭燦論文所加。

※租稅類算題

- 數¹⁶ 0956 背
為君（實），以所得禾斤數為法，如法一步¹⁷。0956
- 取禾¹⁸程¹⁹述（術）²⁰。以所已乾為法，以生者乘田步²¹為君（實）²²，（實）如法一步。0887
- 取程，八步一斗，今乾之九升。述（術）曰：十田八步者，以為君（實），以九升為法，如法一步，不盈步，以法命之。²³0537
- 取程，禾田五步一斗，今乾之為九升，問幾可（何）步一斗？曰：五步九分步五而一斗。²⁴ 0955
取禾程，三步一斗，今得粟四升半升，問幾可（何）步一斗？得曰：十一步九分步一而一斗。²⁵為之述（術）曰：直（置）所得四升 0388
〔半〕升〔者〕，〔曰半〕者倍為〔九〕，有（又）三□之為〔廿七〕，〔以〕為法。亦直（置）所取三步者，十而五之為三百，即除廿七步而得一步。0460
- □而一斗²⁶。述（術）曰：以受米為法，以一斗升數乘取程步數²⁷ 2116
為君（實）²⁸，（實）如法得一步，不盈步者，以□²⁸ 2185

¹⁶ 據蕭燦(2010)之註解，《數》簡的文字書於竹黃一面，除本簡 0956 背面寫有「數」字外，其餘竹簡背面未見書寫的字跡。這種書寫方式與《筭數書》相同，《筭數書》的書名寫在全書第一題的末簡，也就是第六支竹簡的背面，參考洪萬生等(2006)。至於《數》中此簡的上接簡佚失，算題並不完整，但本校勘版本依照蕭燦(2010)之釋文，仍將此放於篇首。

¹⁷ 本簡之上接簡佚失，但依據釋文，應屬禾程題型。蕭燦(2010)認為此號簡的原始編連位置有兩種可能：(1)靠近篇首，可能是第二、三枚的位置；或(2)靠近篇末，可能是最末一枚簡的位置。若依照《筭數書》的形式推估，此簡可能是《數》簡全書中第一題的末簡。

¹⁸ 「禾」是帶稈的穀物，《詩經·豳風七月》有「十月納禾稼，黍稷重穰，禾麻菽麥。」此處泛指糧食穀物。

¹⁹ 「程」有計量考核之意。後來，與計量或是各種器械制品的規格有關的法令，也稱為「程」。參考洪萬生等(2006)。

²⁰ 本簡主要是解釋計量穀物的方法。那就是以曬乾的穀物容量為分母，以未曬乾的穀物容量乘以田地的面積為分子，分子與分母相同時，則得到一步。

²¹ 「步」原指長度單位。一步之長歷代不一，周代八尺為步，秦代六尺為步。此處的「步」為面積單位，古代不用平方步，皆簡稱之為步。

²² 此為重文號，表示下一字亦相同。

²³ 本題為禾程術之運用，用現代數學符號表示，其解法即為 $(8 \times 10) / 9 = 8 + (8/9)$ (步)。

²⁴ 本題亦為禾程術之運用，用現代數學符號表示，其解法即為 $(10 \times 5) / 9 = 5 + (5/9)$ (步)。

²⁵ 此題意並不明確，若此處的禾程三步一斗是指粟，那麼，今得粟四升半升，則只要列式

$$\frac{10 \times 3}{4 \frac{1}{2}} = \frac{10 \times 3 \times 2}{4 \frac{1}{2} \times 2} = \frac{10 \times 3 \times 2}{9} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$

即可。也就是答案為六步三分步二。但是，本題原答案卻為十一步九分步一而一斗。如果此答案無誤，由第 0460 號簡的解答，我們或可以做如下的推測：因為禾一石為粟十六斗大半斗，因此，先依照比例把禾換為粟，如此可以列式為

$$\frac{3 \times 10 \times 5}{4 \frac{1}{2} \times 3} = \frac{3 \times 10 \times 5 \times 2}{4 \frac{1}{2} \times 3 \times 2} = \frac{300}{9 \times 3} = \frac{300}{27} = 11 \frac{1}{9}$$

就得到第 0388 號簡的答案。

²⁶ 「 \square 」表示勾識記號，是抄錄者或誦習者所做的標識或記識，與今之頓號「、」相通，參考洪萬生等(2006)。

《數》簡中共有 52 個勾識記號，《筭數書》中勾識記號則多達 157 個。

²⁷ 此簡上段殘壞，無法辨識題意。

²⁸ 此簡下段殘壞，蕭燦(2010)將兩簡相接，可看出為取程類型之算題。

- 秬程。²⁹以生菑（實）為法，如法而成一。今有禾，此一石舂之為米七斗，當益³⁰禾幾可（何）？³¹其得曰：益禾四斗有（又）七分 0809
斗之二 L，為之述（術）曰：取一石者十之而以七為法 L。³²它秬程如此。 0802
- 租誤券。³³田多若少，藉³⁴令田十畝，稅田二百冊步，三步一斗，租八石。·³⁵今誤券多五斗，欲益田。³⁶其述（術）曰：以八石五斗為八百³⁷ 0939
- 禾兌（稅）田冊步，五步一斗，租八斗，今誤券九斗，問幾可（何）步一斗？得曰：四步九分步四而一斗。述（術）曰：兌（稅）田為菑（實），九斗 0982
為法，除，菑（實）如法一步。³⁸0945
- 租禾。稅田廿四步，六步一斗，租四斗，今誤券五斗一升，欲粟³⁹ □ 0817
□〔步數〕，幾可（何）步一斗？⁴⁰曰：四步五十一分步卅六 L一斗其⁴¹ 1939
以所券租數為法，即直（置）輿田⁴²步數，如法而一步，不盈步者，以法命之。0816
- 輿田租泉述（術）曰：⁴³大泉五之，中泉六之，細七之。⁴⁴以高乘之為菑（實），直（置）十五，以一束步數乘之為法，菑（實）如法得。⁴⁵ 0900
- 租泉述（術）曰：置輿田數，大泉也，五之；中泉也，六之；細泉也，七之。以高乘之為（實），左置十五，⁴⁶以一束步數乘十 1743

²⁹ 此題表示穀物有耗損時的計算。

³⁰ 此為增加之意。

³¹ 本題題意為「一石禾舂出米七斗，如果要舂出一石的米，要增加多少的禾？」假設需增加 x 斗的禾，依照題意可列式為 $10/7=(10+x)/10$ ，即 $100=70+7x$ ，得出 $x=30/7=4+(2/7)$ ，所以，本題之答案為增加 $4+(2/7)$ 斗。

³² 釋文中的「術」只表示了 $(10 \times 10)/7=100/7=14+(2/7)$ ，並未將此題全部解完，應該再進行 $14+(2/7)-10=4+(2/7)$ ，才是最後需要增加的禾數。

³³ 「誤券」，表示實收田租與券書(田契)記載有誤。參考洪萬生等(2006)。

³⁴ 今多用「藉」字，此處為假設之意。

³⁵ 「·」表示墨點記號。多用於另一段文字開始的標誌，兼有與上文相隔斷。《數》簡中共有 8 個墨點，《算數書》中的墨點有 15 個。

³⁶ 本題意即：有一田地面積 240 步，每 3 步租稅一斗，需收租稅 8 石。現在要多收租稅 5 斗，那麼就要增加田地的面積。

³⁷ 假設需增加 x 畝的田地，依照題意可列式為 $10/80=(10+x)/85$ ，即 $850=800+80x$ ，得出 $x=50/85=5/8$ ，本題之答案為增加 $5/8$ 畝。因為本簡之後續簡缺失，所以無法推知其解法。

³⁸ 本題是說有一田地面積 40 步，每 5 步租稅一斗，需收租稅 8 斗。現在應收 9 斗，那麼幾步要收一斗？解法為 $40/9=4+(4/9)$ 。

³⁹ 此為「減少」之意。

⁴⁰ 本題是說有一田地面積 24 步，每 6 步租稅一斗，需收租稅 4 斗。現在應收 5 斗 1 升，想要減少〔步數〕，那麼，應該幾步要收一斗？解法為 $24/(5+(1/10))=4+(36/51)$ ，也就是四步五十一分步卅六一斗。

⁴¹ 本題之解法為 $24/(5+(1/10))=4+(36/51)$ ，也就是第 1939 號簡之答案，下接簡 0816，剛好可以補足原題。

⁴² 輿田係指登記在圖、冊上的土地。

⁴³ 這是有關種泉（音 $ㄊㄨㄛˋ$ ，大麻的雄株，可作為織物原料）的泉輿田稅租的術文。同上注，輿田係指登記在圖、冊上的土地，也就是符合授輿田地條件者得到的土地。由 1654 號簡的簡文可知，輿田可分成泉輿田及種禾的禾輿田。兩者所徵收的稅率不同，泉輿田是 $1/15$ ，禾輿田是 $1/10$ 。此外，泉輿田是以重量徵收，禾輿田是以體積徵收，稍後術文的注解會再提到。由《數》簡可清楚得知當時至少有下列三種不同的租稅情形：輿田、稅田（如 1651 號簡）及假田（如 0842 號簡）。

⁴⁴ 此處應脫了「泉」字，同時也知不同品種的泉，徵收的比例也不同。

⁴⁵ 此條術文為泉輿田稅租 = $\frac{\text{輿田數} \times \text{泉比例常數} \times \text{泉高}}{15 \times \text{一束步數}}$ 。

⁴⁶ 「左置十五」，意指將代表十五的算籌置放於左邊。這說明了籌算工具的使用，影響了術文的內容，兩者的關係值得進一步討論。

五為法，如法一兩。不盈兩者，以一為廿四乘之，如法〔一朱（銖）〕，〔不〕 \square
1835

\square 〔盈〕朱（銖）者，以法命分。⁴⁷ 1744

- 泉〔輿〕田六步，⁴⁸大泉高六尺，七步一束，租一兩十七朱（銖）七分朱（銖）一。
⁴⁹ 0835
- 泉輿田五十步，大泉高八尺，六步一束，租一斤六兩五朱（銖）三分朱（銖）一。⁵⁰
0890
- 大泉田三步少半步，高六尺，六步一束，租一兩二朱（銖）大半朱（銖）。⁵¹
0849
- 大泉田三步大半步，高五尺=，（尺）五兩，三步半步一束，租一兩十七朱（銖）
廿一分朱（銖）十九。⁵² 0888
- 泉輿田，周廿七步，⁵³大泉高五尺，四步一束，成田六十步四分步三，租一斤九兩
七朱（銖）半朱（銖）。⁵⁴ 0411
- 泉輿田七步半步，中泉高七尺，八步一束，租二兩十五朱（銖）。⁵⁵ 0826
- 細泉輿田十二步大半步，高七尺，四步一束，租十兩八朱（銖）有（又）十五分朱
（銖）四。⁵⁶ 0837
- 細泉田一步少半步，高七尺=，（尺）七兩，五步半步一束，租十九束〈朱〉（銖）

⁴⁷ 此條術文與 0900 號簡的術文公式相同，但細節更為詳盡，透露更多的訊息。例如，由「兩」這個單位的使用，可知泉的租稅是依重量徵收。在 0646 號簡、0458 號簡的簡文中有記錄當時的重量換算關係：1 石=4 鈞；1 鈞=30 斤；1 斤=16 兩；1 兩=24 銖。因此，術文才會「不盈兩者，以一為廿四乘之」換算成下一個單位「銖」。

⁴⁸ 此處字跡殘損，依筆劃殘痕及簡文內容補入「輿」字。

⁴⁹ 依前述術文計算， $(6 \times 5 \times 6) / (15 \times 7) = 1 + (5/7)$ （兩）； $5/7$ （兩） $= (5 \times 24) / 7 = 17 + (1/7)$ （銖），故為一兩十七銖七分銖一。

⁵⁰ 依前述術文計算， $(50 \times 5 \times 9) / (15 \times 6) = 200/9 = 22 + (2/9)$ （兩）； $2/9$ （兩） $= (2 \times 24) / 9 = 5 + (1/3)$ （銖），故為一斤六兩五銖三分銖一。

⁵¹ 少半表 $1/3$ ，依前述術文計算， $\frac{3\frac{1}{3} \times 5 \times 6}{15 \times 6} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$ （兩）； $\frac{1}{9}$ （兩） $= \frac{1 \times 24}{9} = 2\frac{2}{3}$ （銖），故為一兩二銖大半銖。

⁵² 大半表 $2/3$ ；半表 $1/2$ ，依前述術文計算， $\frac{3\frac{2}{3} \times 5 \times 5}{15 \times 3\frac{1}{2}} = \frac{110}{63} = 1\frac{47}{63}$ （兩）； $47/63$ （兩） $= (47 \times 24) / 63 = 17 + (19/21)$ （銖），

故為一兩十七銖廿一分銖十九。此題的數字計算並不簡單，但算題情境看來合理，表示分數運算的熟練是基本要求。但《數》簡中只提及合分（分數相加）與乘分（分數相乘），不知何故。

⁵³ 周表示周長，此處特指圓形輿田的周長，據 J07 號簡所述的圓面積公式看來，此處應當利用「周乘周，十二成一」求出輿田面積 $(27 \times 27) / 12 = 60 + (3/4)$ 。

⁵⁴ 依前術文計算， $\frac{60\frac{3}{4} \times 5 \times 5}{15 \times 4} = 25\frac{5}{16}$ （兩）； $\frac{5}{16}$ （兩） $= \frac{5 \times 24}{16} = 7\frac{1}{2}$ （銖），故為一斤九兩七銖半銖。

⁵⁵ 依前術文計算， $\frac{7\frac{1}{2} \times 6 \times 7}{15 \times 8} = 2\frac{5}{8}$ （兩）； $\frac{5}{8}$ （兩） $= \frac{5 \times 24}{8} = 15$ （銖），故為二兩十五銖。

⁵⁶ 依前術文計算， $\frac{12\frac{2}{3} \times 7 \times 7}{15 \times 4} = 10\frac{31}{90}$ （兩）； $\frac{31}{90}$ （兩） $= \frac{31 \times 24}{90} = 8\frac{4}{15}$ （銖），故為十兩八銖有十五分銖四。

百六十五分朱（銖）一。⁵⁷ 0844

- 泉輿田九步少半步，〔細〕泉高丈一〔尺〕，⁵⁸三步〔少〕半步一束，⁵⁹租十四兩八朱（銖）廿五分朱（銖）廿四。⁶⁰ 0475

- 泉稅田卅五步，細泉也，高八尺，七步一束，租廿二斤八兩。⁶¹ 1651

- 今泉兌（稅）田十六步，大泉高五尺，五步一束，租五斤。⁶²今誤券一兩，欲粟步數，問幾可（何）一束？得曰：四步八十一分七十 0788

六 一束。⁶³欲復之，⁶⁴復置一束兩數以乘兌（稅）田，而令以一為八十一為君（實），亦〔令所粟步一為八十一，不分者，從之以為〕⁶⁵ 0775

法，君（實）如法一兩。⁶⁶ 0984

- 泉兌（稅）田十六步，大泉高五尺，三步一束，租八斤五兩八朱（銖）。⁶⁷今復租之，三步廿八寸當三步有（又）百九十六分步 0841

之八十七而一束，租七斤四兩三束（朱）（銖）九分朱（銖）五，⁶⁸救（求）此之述（術）曰：直（置）一束寸數，藉令相乘也，以一束步數乘之以為（實）

0805

⁵⁷ 依前述術文計算， $\frac{1\frac{1}{3} \times 7 \times 7}{15 \times 5 \frac{1}{2}} = \frac{392}{495}$ (兩)； $\frac{392}{495}$ (兩) = $\frac{392 \times 24}{495} = 19\frac{1}{165}$ (銖)，故為十九銖百六十五分銖一。

算題中的「束」字誤寫，應改為「朱」字。此題的數字計算也不簡單，但算題情境看來合理。

⁵⁸ 此處字跡右半部模糊，依筆劃殘痕及簡文內容補入「細」及「尺」字。

⁵⁹ 此處字跡右半部模糊，依筆劃殘痕及簡文內容補入「少」字。

⁶⁰ 依前述術文計算， $\frac{9\frac{1}{3} \times 7 \times 11}{15 \times 3 \frac{1}{3}} = \frac{1078}{75}$ (兩) = $14\frac{28}{75}$ (兩)， $\frac{28}{75} \times 24 = 8\frac{24}{25}$ ，故為十四兩八銖廿五分銖廿四。

連同此算題前的 9 個算題，包含了大泉、中泉與細泉等各種泉的情形。以體例來說，本題不同於其他算題「今…，問…」的提問形式，比較像是針對泉輿田術的練習題。

⁶¹ 稅田係指用來繳稅的田地，所有的作物需全部上繳，即稅租 = $\frac{\text{輿田數} \times \text{泉的比例常數} \times \text{泉高}}{\text{一束的步數}}$ 。由此算題

可以得到驗證： $\frac{45 \times 7 \times 8}{7} = 360$ (兩)，故為廿二斤八兩。

⁶² 由於 $\frac{16 \times 5 \times 5}{5} = 80$ (兩)，故為五斤。

⁶³ 粟，減少之意，由 0817 號、1939 號及 0816 號簡可知，「誤券一兩」表示租稅變成 81 兩，所以需要以更少的面積取到一束的泉。故 $(16 \times 5 \times 5) / 81 = 4 + (76/81)$ (步/束)。

⁶⁴ 復，反過來，表驗算之意，在《數》簡中僅有此例。另外，在《算數書》的少廣題(第 66 題)也是有驗算的程序。參見洪萬生等著(2006)，頁 76-80。

⁶⁵ 此處字跡右半部模糊，依筆劃殘痕及簡文內容補入「令所粟步一為八十一，不分者，從之以為」等字。

⁶⁶ 稅田稅租 = $\frac{\text{稅田數} \times \text{泉的比例常數} \times \text{泉高}}{\text{一束的步數}}$ ，因此，一束兩數 = $\frac{\text{稅租}}{\text{稅田數} / \text{一束的步數}}$

= 泉的比例常數 × 泉高。故計算如下 $\frac{5 \times 5 \times 16 \times 81}{4 \times 81 + 76} = 81$ 。

⁶⁷ 計算如下： $\frac{16 \times 5 \times 5}{3} = 133\frac{1}{3}$ (兩)，故為八斤五兩八銖。

⁶⁸ 「束」字誤寫，應改為「朱」字。此外，「廿八寸當三步」疑為衍文，或此處有脫文，依「租七斤四兩三銖九分銖五」為 $116\frac{4}{27}$ (兩)，算題答案逆推： $(16 \times 5 \times 5) / [116 + (4/27)] = 3 + (87/196)$ ，應為三步有（又）百九十六分步之八十七一束。

亦直（置）所新得寸數，藉令相乘也，以為法，菑（實）如法得一□□。⁶⁹

0824

- □□□自乘，□□一束步數乘之為菑（實），以所得寸數自乘也，為法，菑（實）如法得一步。大泉五⁷⁰ 0387
 - 泉五之，中泉六之，細泉七之。⁷¹ 1652
 - 大泉高五尺，泉程八步一束，今□⁷² 2172
 - 為泉生田，⁷³以一束兩數為法，以一束步數乘十五，以兩數乘之為菑（實）=，（實）如法一步。⁷⁴粟泉步數之述（術），以稅田乘 0952
一束兩數為菑（實），租兩數為法，如法一步。⁷⁵ 0758
 - 禾輿田十一畝，〔兌〕（稅）二百六十四步，⁷⁶五步半步一斗，租四石八斗，⁷⁷其述（術）曰：倍二〔百六十四步為〕⁷⁸..... 1654
 - 稅田三步半步^L，七步少半一斗，租四升廿四〔二〕分升十七。⁷⁹ 0847
 - 為積二千五百五十步，除田十畝，田多百五十步，⁸⁰其欲減田，藉令十三斗，⁸¹今禾美，租輕田步，欲減田， 0813
令十一步一斗，即以十步乘十畝，租二石者，積二千二百步，田少二百步。⁸²
- 0785
- 田五步，租一斗一升七分升一，今欲求一斗步數，得田幾可（何）？⁸³曰：四步卅

⁶⁹ 依術文計算應為 $\frac{133\frac{1}{3} \times 3}{3 \frac{196}{87}} = 116\frac{4}{27}$ (兩)，故為七斤四兩三銖九分銖五。

⁷⁰ 算題不完整，無法得知題意。

⁷¹ 此簡完好，似可與 0387 號簡編連。

⁷² 簡下端殘缺。

⁷³ 泉生田係指所收割的泉尚未經過乾燥，可參考 0887 號簡「取禾程術」。

⁷⁴ 由內容可知此泉生田為輿田，輿田稅租 = $\frac{\text{輿田數} \times \text{泉比例常數} \times \text{泉高}}{15 \times \text{一束步數}}$

所以 $\frac{\text{一束步數} \times 15 \times \text{租稅}}{\text{一束兩數}} = \frac{\text{一束步數} \times 15 \times \text{租稅}}{\text{比例常數} \times \text{泉高}} = \text{輿田數}$ ，此術文是求輿田面積。

⁷⁵ 接下來的術文討論稅田的情形，求的是稅田租稅：

$\frac{\text{稅田數} \times \text{一束兩數}}{\text{一束步數}} = \frac{\text{稅田數} \times \text{泉的比例常數} \times \text{泉高}}{\text{一束步數}} = \text{稅租}$ 。

前後兩段的術文內容不同，加上「粟泉步數之術」，說明 0952 號簡與 0758 號簡的編連或有問題，值得進一步討論。

⁷⁶ 此處字跡模糊，依筆劃殘痕及簡文內容補入「兌」字。同時，一畝 = 240(平方步)，禾輿田十一畝為 240 × 11 = 2640(平方步)，稅為 264(平方步)，這表明禾輿田的稅率為 1/10。

⁷⁷ 由於五步半步一斗，故租稅為 264/5 + (1/2) = (264 × 2)/11 = 48 (斗)。注意的是，禾的租稅徵收是採體積單位，一石 = 10 斗；一斗 = 10 升，故為四石八斗。

⁷⁸ 1654 號簡末端殘壞，依筆劃殘痕及簡文內容補入「百六十四步為」字，其餘無法辨識，但不影響此題的解讀。

⁷⁹ 「四」字誤寫，應改為「二」字。依題意為 [3 + (1/2)] / [7 + (1/3)] = 21/44 (斗)，21/44 (斗) = (21 × 10) / 44 = 4 + (17/22) (升)，故為四升廿二分升十七。

⁸⁰ 除，減去之意。依題意為 2550(平方步) - 10 × 240(平方步) = 150(平方步)。

⁸¹ 據後面簡文「令十一步一斗」，此處「藉令十三斗」應為「藉令十三步一斗」。

⁸² 依題意，租二石 = 20 斗，故禾輿田總產量為 20 × 10 = 200 斗。令十一步一斗，所以田地面積為 200 × 11 = 2200(平方步)，與田十畝相比，2400 - 2200 = 200(平方步)，故田少二百步。

⁸³ 題意為：面積五步的田，租金一斗一升七分升一，那麼，如果租金一斗的話，田地面積為何？

- 九分步之十九⁸⁴。述(術)曰：藉直(置)一斗升數，以五步⁸⁴ 0899
- 田廿步，租十六升，今有租五升七分升之二，得田幾可(何)？曰：六步有(又)廿八分步之十七。述(術)曰：以十六為法，直(置)五升有 0953
七分升之二而七之，亦七其法，以廿步乘五升有(又)七分二，如法而成一步。⁸⁵ 0932
 - 田五十五畝，租四石三斗而三室共段(假)之，⁸⁶一室十七畝，一室十五畝，一室廿三畝，今欲分其租。述(術)曰：以田提封數 \square ⁸⁷ 0842
法，以租乘分田，如法一斗，不盈斗者，十之，如法得一升。⁸⁸ 0757
 - 為法，亦直(置)三步而三之，凡九即十之，令廿二而成一步，(步)居二斗有(又)九分之四，今四步廿二分步二而成一斗。 0474
 - $\square\square$ 七分步五而一束。 0986
 - 五步乘之為賁(實)，直(置)二圍七寸，⁸⁹藉令相乘也，以為法，如法一步。 0912

※面積類算題

- 田方十五步半步，為田一畝四分步一。⁹⁰ 1100
- 甲(田)廣三步四分步三，⁹¹從(縱)五步三分步二，⁹²成田廿一步有(又)四分步之一。⁹³ 0764

⁸⁴ 從此術文猜測，其算法應為： $10 \times 5 \div (11 + (1/7)) = 175/39 = 4 + (19/39)$ 。

⁸⁵ 依照術文，此題算法為： $([5 + (2/7)] \times 7 \times 20) \div (16 \times 7) = 6 + 17/28$ 。在此題中，因為分子有 2/7，因此「七之」，分子乘以 7，分母亦乘以 7。此算題與 0899 之算題同類型，同樣都有牽涉到分數的計算。但是從已有的簡文判斷，其術文所記載的計算步驟並不相同，可能抄自不同母本，或是因為 0899 較簡單，因此術文從簡。

⁸⁶ 段，「假」之古字，此處意為借用，租用。

⁸⁷ 提封，有大凡，諸凡之意，此處意為總計，即所租田之總數。

⁸⁸ 此題為按照租田畝數之比例分配田租。依簡文內容判斷，若 0757 接於 0842 之後，0842 簡文最後可能殘缺一個「為」字。

⁸⁹ 圍，圓周長的測量單位。在《算數書》的「取泉程」一題中，直徑 1 尺的圓周長稱為一圍，三圍為一束。

⁹⁰ 田方，正方形田地之邊長，本題為正方形田地面積，依前述術文計算， $15 \frac{1}{2} \times 15 \frac{1}{2} = 240 \frac{1}{4}$ 。秦制二百四十

十步為一畝，《九章算術》之畝法亦為二百四十步，所以本題的答案換算得「一畝四分步一」。本題題幹「田方十五步半步」之「步」，明顯為長度單位，但是在答案的部分亦使用「步」為面積單位，後文有關面積與體積的問題，亦均使用「步」為單位，這一點與《九章算術》等中國古代算經的用法均相同。包含蕭燦在內，多數學者均將面積問題中答案之「步」解釋為「平方步」，而將體積問題中答案之「步」解釋為「立方步」。但是，有另一派學者有不同的看法。當「 x 步」代表面積時，是將圖形視為寬度為一步，長度為 x 步的長方形，而當「 x 步」代表體積時，則是將物體視為底面一步見方，高為 x 步的長方體。這種說法可徵之於劉徽在《商功章》第二十五問的注解。此問原文首句為「程粟一斛積二尺七寸」，而劉徽注云「二尺七寸者，謂方一尺，深二尺七寸，凡積二千七百寸」。第二類解讀的好處，不只在於「步」可以持續視為長度單位。另一個好處是，當面積或體積的答案需要同時用到如「丈」、「尺」、「寸」等原本為十進制長度單位時，這些單位可以維持十進制而不用換成百進或千進制。研究者傾向以這種方式看待古算中的面積與體積單位。參閱王榮彬、李繼閔(1995)。在體積類算題中，簡 0801 亦有「粟一石居二尺七寸」的描述，意即一石的粟堆積成以一尺見方為底的長方體時，高度為二尺七寸。這也可以作為以上對「步」解釋之印證。

⁹¹ 蕭燦認為「甲」為「田」之誤寫。廣為寬度。

⁹² 從(通「縱」)為長度。

⁹³ 關於分數的乘法計算，在《數》的簡文中，僅 0410、0778、0774 號竹簡中簡略提到幾個特殊的單位分數相乘時，分母相乘的結果，沒有其他術文說明如何作帶分數的乘法。依前述術文計算， $3 \frac{3}{4} \times 5 \frac{2}{3} = 21 \frac{1}{4}$ (步)。

蕭燦在所有以「步」為單位的面積均解讀為「步²」，我們依照前面註釋的理由，將單位寫成術文原有的

- \square 廣十五步大半=(半)步，⁹⁴從(縱)十六步少半=(半)，⁹⁵成田卅二步卅六分步五。⁹⁶述(術)曰：同母，子相從，⁹⁷以分子相乘。⁹⁸ 0829
- 田廣六步半步四分步三，從(縱)七步大半步五分步三，⁹⁹成田五十九步有(又)十五分步之十四¹⁰⁰。 1742
- 田廣十六步大半=(半)步，從(縱)十五步少半=(半)步，成田一畝卅一步有(又)卅六分步之廿九。¹⁰¹ 0954
- 田廣十六步大半=(半)步，從(縱)十五步半步少半步，成田一畝卅一步有(又)卅六分步之廿九。¹⁰² 0976
- 步，令〔與〕廣相乘也，而成田一畝。¹⁰³ 0761
- \square 五步半步三分步一 \perp ，四分步一 \perp ，五分步一 \perp ，六分步一 \perp ，七分步一，成田卅三步萬九千六百¹⁰⁴ 0935
- 有田五分步四，六分步五，七分步六，成田二步有(又)二百一 \square 1827

「步」。

⁹⁴ 簡首殘，蕭燦依題意與竹簡長度補上「田」字。

⁹⁵ 此題的問題與術雖然雷同於《九章算術》「方田」章的大廣術，但是數字更為複雜。在《九章算術》的大廣術中，問題只牽涉到兩個帶分數的相乘；但是此題卻是 $(15+(2/3)+(1/2)) \times (16+(1/3)+(1/2))$ ，需要先處理幾個分數相加，再相乘。蕭燦依文例在「少半=」後加上「步」字。

⁹⁶ 依題意計算， $\left(15 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \times \left(16 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = 272 \frac{5}{36}$ (步)，即 1 畝又 $32 \frac{5}{36}$ 步。因此，「成田」之後須加上「一畝」。

⁹⁷ 這裡是指本題的廣與從分別將分母通分後將分子相加的過程。

⁹⁸ 此題的術文也遠比大廣術簡潔，「同母」，先處理分數加法，化成相同分母；「子相從」，分子相加，「以分子相乘」之後應該有脫字，此法未說明完全。蕭燦認為本句應修改為「令分母子各相乘」才符合分數乘法的運算。此外，蕭燦也認為本題或可對應於《九章算術》與《算數書》的「大廣田術」與「大廣術」。從方法論來看，本題與大廣田術都是將廣從化為假分術之後相乘。不過，《九章算術》與《算數書》中對應於「大廣」的題目，數字都是假分數，也就是整數帶著一個真分數。然而，本題的數字是整數帶了兩個真分數，而其中一組真分數和還大於 1。這一點就跟「大廣」略為不同，反而跟《九章算術》與《算數書》的「少廣」所對應的題目類似。因為本題的術文簡略，無法確認作者的想法是否與《九章算術》與《算數書》的大廣術相同，所以，我們認為不宜貿然將之對應「大廣術」。或許可以將之視為一單純的分數運算例，或是將本題與下面幾道類似題視為自成一類。

⁹⁹ 關於用幾個分數連加的形式來表示一個數，其算法在「少廣」的簡文中有說明方法，但是此處引用的分數數據遠比「少廣」簡文中的複雜許多。為什麼在《數》的簡文中要用分數連加來表示一個數？《九章算術》中除了「少廣」章中，有單位分數的連加之外，其餘並沒有這樣的表示方式；而《算數書》除了少廣題之外，僅在「合分」與「徑分」的術文中舉例 $(7+(1/3)+(1/2))$ 或 $(3+(1/2)+(1/3))$ 而已。然則這樣的形式是否可能來自於測量時，分段進行的因素？

¹⁰⁰ 依前術文計算， $\left(6 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \times \left(7 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) = 59 \frac{14}{15}$ (步)。

¹⁰¹ 依前術文計算， $\left(16 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \times \left(15 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = 271 \frac{29}{36}$ (步)。

¹⁰² 0976 與 0954 的算題相同，僅在「縱」的分數加法表述中相反。是抄寫者的失誤，亦或是有不同的母本，我們不得而知。本題與前一題的計算過程相同，只有在「從」的表述上有區別。0954 號簡記為「從十五步少半=步」，而 0976 號簡則記為「從十五步半步少半步」。

¹⁰³ 本條簡完好，但前簡缺失。無法判讀題意。

¹⁰⁴ 簡首殘，蕭燦依題意在前面加上「田方」。簡末仍有空白，但依題意其答案尚未完結，其餘文字可能寫在另一竹簡之上，同樣情形亦出現於 J09+J11 簡上。本題依術文計算，

$\left(5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)^2 = 43 \frac{9129}{19600}$ (步)。本題也是《數》中少數不以「少半」稱呼 $\frac{1}{3}$ 的算題。

- ▣ 之百三。¹⁰⁵ 1638
- ▣ 成田五步有（又）四百卅二分之 ▣¹⁰⁶ 1524
- 里田述（術）曰：里乘里=，〔里〕也，¹⁰⁷因而參之，有（又）參五之，為田三頃七十五畝。¹⁰⁸ 0947
- □田之述（術）曰：以從（縱）二百卅步者，除廣一步，得田一畝，除廣十步，得田十畝，除廣百步，得田一頃，除廣千步得田¹⁰⁹ 1714
- 箕田曰：¹¹⁰并舌踵步數而半之，¹¹¹以為廣，道舌中丈徹踵中，¹¹²以為從（縱），相乘即成積步。¹¹³ 0936
- 周田述（術）曰：¹¹⁴周乘周，十二成一；¹¹⁵其一述（術）曰，半周半徑，¹¹⁶田即定，徑乘周，四成一；半徑乘周，二成一。¹¹⁷ J07
- 周田卅步為田七十五步。¹¹⁸ 0812
- 宇方百步，三人居之，巷廣五步，問宇幾可（何）。其述（術）曰：除巷五步，餘九十五步，以三人乘之，以為法；以百乘九十 0884
五步者，令如法一步，即踵宇之從（縱）也。¹¹⁹ 0825

¹⁰⁵ 本題直接依術文計算， $\frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} = 2\frac{103}{210}$ 。因此，蕭燦將 1827 與 1638 組合為同一題之首尾。本題蕭燦認為是長方形田地，一邊長為 1 步，另一邊是「五分步四，六分步五，七分步六」。我們同意這樣的解讀，但本題這正好可以印證我們對「步」的解讀，也就是當「步」用在面積算題時，不必硬要將之解釋為「平方步」，而可以看成長度單位，因為田地可以轉化成一邊為 1 的矩形，此時另一邊的長度與面積的「步數相等」。

¹⁰⁶ 本題竹簡上下均殘，無法解讀。

¹⁰⁷ 表示邊長為「里」的正方形，面積亦以「里」表示。

¹⁰⁸ 依前術文計算， $1 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 375(\text{畝}) = 3\text{頃}75\text{畝}$ 。《九章算術》方田章亦提及：「里田術曰：廣從里數相乘得積里。以三百七十五乘之，即畝數。」

¹⁰⁹ 蕭燦依題意猜測首字應為「除」，簡末應補上「十頃」。本題中「除」字發音為「ㄉㄨˇ」，應解釋為開、啟或給予之意。《詩經·小雅·天保》：「俾爾單厚，何福不除」。本題為《算數書》中「啟廣」與「啟從」兩題的逆問題。

¹¹⁰ 此處的「箕田」應與《九章算術》的「箕田」相同，均為等腰梯形。

¹¹¹ 「舌」與「踵」應指等腰梯形之上底與下底。

¹¹² 「道舌中丈徹踵中」是指從上底中點至下底中點連線，或可稱為「正從」。

¹¹³ 本題依據術文，箕田面積 = (舌+踵)×(1/2)×正從。從本題的敘述來看，公式的推導應該是使用中國古算中常見的「以盈補虛」法則，從等腰梯形上下底中點連線切開，將其中一半翻轉後，使其與另一半在兩腰處合併成為一長方形，即可看出術文的正確性。

¹¹⁴ 由術文可看出「周田」即圓田。

¹¹⁵ 術文與《九章算術》「方田章」的圓田術之一相同，且均以 3 為圓周率。

¹¹⁶ 術文指另一個方法為「半周半徑」，應為「半周乘半徑」，或仿《九章算術》的「半周半徑相乘」。

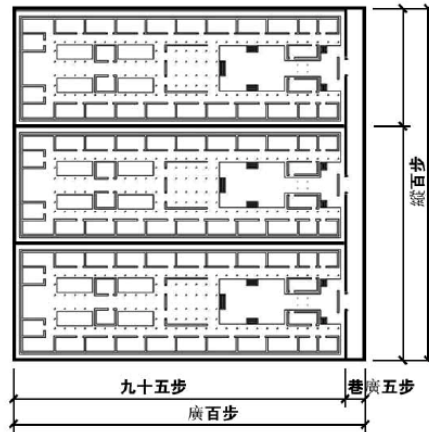
¹¹⁷ 「其一述曰」後方列出三條術文，可見作者將後三者視為同一種方法。同時作者在「半周半徑」與最後二者間寫上「田即定」，似乎是指後二者乃是從前面推倒而來。這三條術文都同時用到周與徑，所以與圓周率無關。蕭燦認為本題所有公式都用到周三徑一乃是誤解。此外，蕭燦僅從《數》中有等腰梯形與勾股算題推測，這些圓面積的推導方式是從圓內接正六邊形與外切正方形而來，應是過度解讀。本題的「半徑乘周，二成一」，不見於《九章算術》與《算數書》。此術文與阿基米德以及 Abraham bar Hiyya ha-Nasi (11-12 世紀) 的圓面積公式有異曲同工之妙，但推導方法不同，此條術文應該是從前面的「半周半徑」推導而來。

¹¹⁸ 根據前述周田術，本題周田面積 = $30 \times 30 \times \frac{1}{12} = 75(\text{步})$ 。本題同於《九章算術》方田章第三十一題。

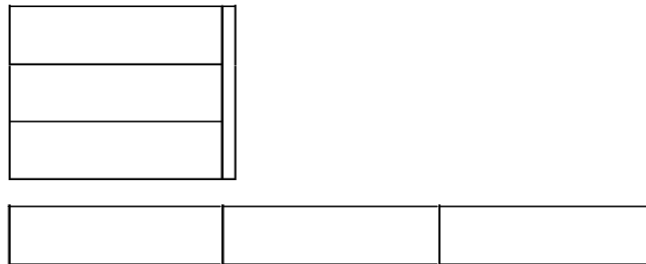
¹¹⁹ 從問題本身來看，題目似乎是問一個百步見方的房屋，去除寬五步的小巷之後，分給三人居住。這題可以問每個人獲得的面積，抑或是每人獲得的房屋寬度。但是術文的寫法是 $\frac{100 \times 95}{(100 - 5) \times 3}$ 。法與實都有 95，如果都不寫，就可以視為直接分配寬度。蕭燦就畫出了下面的示意圖：

※營軍之術

- 營軍之術（術）曰：¹²⁰先得大卒數而除兩和各千二百人而半棄之，¹²¹有（又）令十而一^L，¹²²三步直（置）戟，即三之，四直（置）戟，0883
即四之，五步直（置）戟，即五之，令卒萬人，問延幾可（何）里？其得 \square 1836
 \square 〔表〕三里二百卅步，此三步直（置）戟也。¹²³0800



但是，本題不用寬度而用面積來計算。根據蕭燦的引述，鄒大海認為這是使用出入相補的手法，將可分配面積（100 × 95）轉換成長條狀，長度為 (100 - 5) × 3。因此推導過程可用下圖表示。



¹²⁰ 這是有關構築營壘，布置軍陣的術文。本算題提供了一個軍陣營壘的實例，營壘為矩形，若其中一個邊長為既定，另一個邊長則可根據人數和置戟的間距（如本題有三部、四步與五步三種置戟之間距）計算出來。

¹²¹ 「大卒數」在本題中指的應該是軍隊的總人數。蕭燦(2010)對於「兩」這個字提到三種看法，但她認為這些看法皆不影響計算：第一，「兩」為軍隊的編制，在西周及春秋早期軍隊的編制裡，25人為「兩」，這是參考郭淑珍、王關成著《秦軍事史》(陝西人民教育出版社，2000)的說法；第二，「兩」指的是兵車，利用「兩」定出矩形軍陣營壘的兩條對邊，所以從「大卒數」中除去「兩」，然後再利用剩下的士卒去布置另兩條對邊；第三，許道勝以為「兩和」指的是軍營的兩個營門，蕭燦則認為此說可疑。根據本術文內容，我們認為「兩和各千二百人」中的「兩和」，亦應可單純解釋為「兩數之和」才是。

¹²² 即除以十，由於不是所有的士卒都派去軍陣營壘周邊站崗，因此在計算軍陣營壘的大小時，必須考慮實際站崗人數與總人數的比例，而本算題取總人數的十分之一為站崗人數。根據蕭燦(2010)，這邊的「十」就是兩個「伍」(五人為伍)的人數，又因為本題是在計算矩形兩對邊的長，兩邊都有置戟的位置，所以，她認為每個置戟位置就對應一個「伍」。

¹²³ 依前術文得算法如下：

$$\begin{aligned} \text{長方形軍陣營壘的兩對邊延伸之長度} &= \frac{\text{大卒數(卒萬人)} - \text{兩和各千二百人}}{2} \times \frac{1}{10} \times \text{置戟之步數} \\ &= \frac{10000 - (1200 + 1200)}{2} \times \frac{1}{10} \times 3 = 1140 \text{ (步)}, \text{即三里二百卅步 (一里 = 三百步)}. \end{aligned}$$

在唐代以前，除了六世紀《五曹算經》〈兵曹〉專門討論之外，其餘的算書中並不常見。與本批竹簡年代較為接近的《九章算術》與《算數書》內，除了《九章算術》〈均輸〉章有一題與分配邊防士卒有關的問題之外，其餘則是完全沒有提及。《九章算術》被認為是西漢張蒼與耿壽昌收集與日常生活、農業生產有

※分合與乘分

- 合分述（術）曰：¹²⁴母乘母為法，子互乘□為君（實）=，¹²⁵（實）如法得一，不盈法，以法命分。J24
- 〔九分五[┌]〕，七分六[┌]，合之一有六十三分之廿六。¹²⁶ 七人分三，各取七分三。¹²⁷0685
- 芻一石十六錢，稟一石六錢，今芻稟各一升，為錢幾可（何）？得曰：五十分錢十一，芻一升百分錢十六，稟一升百分錢 0973
六，母同，子相從。0941
稟石六錢，一升得百分錢六[┌]，芻石十六錢，一升得百分[┐]¹²⁸1839
- [┐]乘三分[┌]，二參而六=，（六）分一也；半乘半，四分一也； 四分乘四分，四=（四）十六=，（十六）分一也； 少半乘一，少半也。¹²⁹0410
- 三分乘四分[┌]，三四十=二=，（十二）分一也； 三分乘三分，三=（三）而九=，（九）分一也；少半乘十，三有（又）少半也；五分乘六分，五六卅=，（卅）分之一也。¹³⁰0778
- 五分乘五分，五=（五）廿=五=，（廿五）分一也。四分乘五分，四五廿=，（廿）分一也。¹³¹0774
- 〔廿四朱（銖）一〕兩。 三百八十四〔朱（銖）〕一〔斤〕。 〔萬一千

關的數學問題所編輯而成，《算數書》的擁有者則是漢代處理基層行政工作的小吏。相較之下，秦簡《數》的作者或使用者的背景就十分耐人尋味。《數》的下限年代被推定為公元前 212 年（秦始皇三十五年）。相對於《九章算術》與《算數書》的成書年代，《數》的年代更接近戰國。此外，《九章算術》與《算數書》的功能如果是要幫助政府的高低階文官處理行政工作所遇到的數學問題，內容中少有軍事相關算題是可以理解的。而《數》中這一題出現，就不禁讓我們想到這批竹簡的作者或是使用者，在工作的場域中或能接觸與軍事有關的問題，也就是說，他們可能是戰國或秦帝國貴族、貴族門下食客、政府高階官吏，甚至有可能是軍事將領。

¹²⁴ 這是有關分數相加的術文，在分數相加時，將兩個分母乘起來當作「法」（分母），分子、分母交叉相乘之後的和當作「實」（分子），最後以「法」當作單位命分。《算數書》第 8 題亦為合分術，細分為四種作法，其中法二「其不相類者，母相乘為法，子互乘母并以為實，如法成一」、法三「母乘母為法，子羨乘母為實，實如法而一」，然而，由於其所提及的四種方法並不一貫，因此很有可能是本題的編者或抄寫員從不同的地方抄來的。參見洪萬生等(2006)，頁 49-50。

¹²⁵ □應為「母」字。

¹²⁶ 蕭燦依題意與筆劃殘痕在前面補上「九分五」三字。依術文計算， $(5/9)+(6/7) = 89/63 = 1+(26/63)$ 。

¹²⁷ 根據蕭燦的研究，「七人分三」一句與上句「合之一有六十三分之廿六」之間有 4.6 釐米空白，兩句術文之間並無一貫，因此可視為不同的兩個算題。依下句術文計算得 $3 \div 7 = \frac{3}{7}$ 。

¹²⁸ 第 1839 號簡文後應補上「錢十六」三字。依前述術文得算法如下：1 石 = 100 升，芻（飼草）一升為 16/100 錢，稟（禾稗）一升為 6/100 錢，因此得 $(16/100)+(6/100)=11/50$ 錢。蕭燦(2012)提到，鄒大海認為第 1839 號與第 0973 號簡從算法上來看是重複而表達方式不同，再考慮到 1839 號簡開頭的文字可以獨立於 0973 號簡，因而推測這兩支簡可能不屬於同一算題。我們則認為 1839 號簡可視為 0973 號術文之換算說明。

¹²⁹ 此 0410 簡與接下來的 0778、0774 兩簡列舉出一些分數相乘的例子。《算數書》第 8 題第 2 題「分乘」亦列舉出一些分數相乘的例子，不過，僅列出相乘所得的結果，比如「少半乘少半，九分一也」，並不像此處一般寫出如「二參而六」的「運算過程」。蕭燦在論文中提到，第 0410 號簡的簡文應是分四欄抄寫的，但第一、二欄距離不明顯。依據題意，簡首應補上「半」字。

¹³⁰ 蕭燦指出此簡分四欄抄寫，但第二、三欄距離不明顯。

¹³¹ 蕭燦指出此簡的一、二欄以墨點分隔，簡的下部空白。

- 五) 百廿朱(銖)一鈞。 四百〔八十兩一〕鈞。¹³²0646
- 十六兩一斤。 卅斤一鈞。 四鈞一石。¹³³0458
 - 四萬六千八十朱(銖)一石。 千九百廿兩一石。 百廿斤一石。¹³⁴0303
 - 貲一甲直(值)錢千三百卅四,¹³⁵直(值)金二兩一垂,¹³⁶一盾直(值)金二垂。 贖耐, 馬甲四, 錢七千六百八十。¹³⁷0957
 - 馬甲一, 金三兩一垂, 直(值)錢千九百廿, 金一朱(銖)直(值)錢廿四, 贖死, 馬甲十二, 錢二萬三千卅。¹³⁸0970

※穀物換算類簡

- 以米求麥, 倍母三菑(實)。¹³⁹以麥求米, 三母倍菑(實)。以粟求麥, 十母九菑(實)。以麥求粟, 九母十菑(實)。¹⁴⁰ 0971
- 以米求粟, 三母五菑(實)。以粟求米, 五母三菑(實)。以稗求米,¹⁴¹九母十菑(實)。以米求稗, 十母九菑(實)。¹⁴² 0823

¹³² 本 0646 簡與接下來的 0458、0303 兩簡列舉出銖、兩、斤、鈞、石之間的換算關係：24 銖=1 兩；16 兩=1 斤；30 斤=1 鈞；4 鈞=1 石。因此，384 銖=1 斤(24×16=384)；11520 銖=1 鈞(24×16×30=11520)；480 兩=1 鈞(16×30=480)。「廿四朱(銖)一」、「朱(銖)」、「斤」、「萬一千五」、「八十兩一」，字跡模糊，蕭燦依筆劃殘痕與題意補出。

¹³³ 蕭燦指出此簡分四欄抄寫，但第四欄處空白。

¹³⁴ 46080 銖=1 石(24×16×30×4=46080)；1920 兩=1 石(16×30×4=1920)；120 斤=1 石(30×4=120)。

¹³⁵ 「貲」，有罪而被罰令繳納財物，即「易科罰金」。

¹³⁶ 「垂」或作「錘」，計量單位，1 垂=8 銖。

¹³⁷ 本 0957 簡與接下來的 0970 號簡列舉出當時繳納贖金的幾種等級：甲(鎧甲)、盾、馬甲等，並特別指出贖「耐」(或作「耐」，剃去鬚鬢的一種刑罰)與贖「死」兩罪所應繳納之罰金。贖「耐」之罰金為 4 馬甲=1920×4=7680 錢。

¹³⁸ 贖「死」之罰金為 12 馬甲=1920×12=23040 錢。

¹³⁹ 以下編號 0971、0823、0853、0756 竹簡的內容，主要是不同穀物糧食之間換算的比例關係。每一根竹簡包含四句術文，每兩句為一組。0971 的前兩句術文為米與麥之間的交易換算關係。蕭燦(2010)指出，這裡的米泛指由原糧加工去殼後的糧食顆粒，又特指由粟類穀物舂出的(糲)米，其比例為粟：糲=5：3。而《數》中的米常特指糲米，我們同意其意見。

¹⁴⁰ 蕭燦(2010)指出「據簡文所述：麥=米× $\frac{3}{2}$ 」，然就數學等式的意義而言，這樣的表示法易讓讀者產生誤解，以為 2 麥=3 米。據此式，或有讀者會認為 2 單位的麥的價值等於 3 單位米。然而，事實上剛好相反，術文的關係為：欲以米來交換麥時，可換得麥的量為所出米量的 $\frac{3}{2}$ 倍，即一單位的米的價值相當於 $\frac{3}{2}$ 單位的麥。因此，我們認為可將術文作如下解讀：以米換麥時，可換得的麥量等於所出米量的 $\frac{3}{2}$ 倍，即麥(量)=米(量)× $\frac{3}{2}$ 。另一方面，這裡的術文「以米求麥」並不涉及交易與單位，因此，我們也認為本術文也可解讀

成米率與麥率之間的關係，即欲以米率求麥率時，米率× $\frac{3}{2}$ =麥率。再從《九章算術》粟米章之中所列各穀物之率來看，米率為 30，麥率為 45，即 30 單位的米可換得 45 單位的麥，亦即《九章算術》與《數》在此兩穀物之率是相符的。同時，就這本類型術文，諸如「以米求麥，倍母三實。以麥求米，三母倍實」來看，它像是一種方便記誦的口訣或公式，可應用在穀物諸率之間的換算或者日常生活中的穀物交易過程。

而本簡記載如下關係：米率× $\frac{3}{2}$ =麥率、麥率× $\frac{2}{3}$ =米率、粟率× $\frac{9}{10}$ =麥率、麥率× $\frac{10}{9}$ =粟率。

¹⁴¹ 稗，精米。蕭燦(2010)第 54 頁提到依《數》所記，與《算數書》和《九章算術》相同，都是粟：糲米：稗米=50：30：27。鄒大海則指出，稗在早期不是穀，只是一種比糲米稍精的米，其精度與繫米相同，比稗精的有穀米和禦米。參考鄒大海(2003)。

¹⁴² 本簡記載如下關係：米率× $\frac{5}{3}$ =粟率、粟率× $\frac{3}{5}$ =米率、稗率× $\frac{10}{9}$ =米率、米率× $\frac{9}{10}$ =稗率。

- 以稗求粟，廿七母五十菑（實）。以粟求稗，五十母廿七菑（實）。以毀（穀）求米，八母十菑（實）。以米求毀（穀），十母八菑（實）。¹⁴³ 0853
- 以稗求毀（穀），九母八菑（實）。以毀（穀）求稗，八母九菑（實）。以稻米求毀（穀）粲米，三母倍菑（實）。以毀米求稻米，倍母三菑（實）。¹⁴⁴ 0756
- 以粟求毀（穀），五十母廿四菑（實）。以毀（穀）求粟，廿四母五十菑（實）。¹⁴⁵ 粟一升為米五分升三。米一升為粟大半升。¹⁴⁶ 0974
- 米一升少半升，為粟二升九分二。米一升大半=（半）升，為粟三升十八分升之一。米一升大半=（半）升，為粟三升十八分升十一。米一升大半=（半）升四分升一，為粟〔四〕 \square 。¹⁴⁷ 1135
- 粟一升為米五分升三。粟一升少半升為米五分升四。粟一升大半升為米一升 \square 0021
- 粟一升少半=（半）升為米一升十分升一。¹⁴⁸ 0409
- 粟一升大半=（半）升為米一升十分升三。粟一升少半=（半）升四分升一為米一升四分升一。¹⁴⁹ J26
- 粟半升為米十分升三。米半升為粟少半=（半）升。麥少半升為米九分升二。麥半升為米九分三。¹⁵⁰ 0389

¹⁴³ 毀，通穀。本簡記載如下關係：稗率 $\times \frac{50}{27}$ =粟率、粟率 $\times \frac{27}{50}$ =稗率、穀率 $\times \frac{10}{8}$ =米率、米率 $\times \frac{8}{10}$ =穀率。

¹⁴⁴ 針對 0756 號簡，鄒大海認為這裡的「稻米」可能是指由稻穀舂成的稻系列的米，毀粲中的「毀」字可能是多餘的字，「以毀米求稻米」中的「毀米」則可能是「粲米」。但這些錯是《數》這個抄本之誤，還是《數》的本之誤，或者是《數》所取材料的更早材料中就已有的錯誤，不能判斷（引自蕭燦(2010)，第 55 頁），我們同意其意見。而本簡記載如下關係：稗率 $\times \frac{50}{27}$ =穀率、穀率 $\times \frac{27}{50}$ =稗率、稻米率 $\times \frac{2}{3}$ =穀率、穀率 $\times \frac{3}{2}$ =稻米率。

¹⁴⁵ 此竹簡的前半段延續記錄穀物之間率的關係：粟率 $\times \frac{24}{50}$ =穀率、穀率 $\times \frac{50}{24}$ =稗率。這裡不知為何在簡文中，編者未將五十母廿四實 $(\frac{24}{50})$ 與廿四母五十實 $(\frac{50}{24})$ 化約為最簡的比例關係。諸如此處，在《數》簡之中有許多地方，對於穀物換算之間的比例關係，並未化約成最簡的型式。從第 0974 號簡的後半段之後，《數》的書寫體例開始改變，前面的體例是「以甲求乙，X 母 Y 實」，而接下來的體例，則是「甲 X 升為乙 Y 升」，而蕭燦也以此作為竹簡排序的參考。

¹⁴⁶ 大半即 $\frac{2}{3}$ 。本簡的後半部記載：粟 1 升可交換米 $\frac{3}{5}$ 升，或曰：粟 1 升的價值相當於得米 $\frac{3}{5}$ 升。以下，在本文中，我們統一簡化表示成：粟 1 升 = 米 $\frac{3}{5}$ 升、米 1 升 = 粟 $(1 + \frac{2}{3})$ 升。

¹⁴⁷ 蕭燦(2010)經計算的結果，將此處補為「為粟〔四〕升卅六分升一」，實際驗算結果與之相符，故我們同意其意見。而此竹簡記載了以米換粟時的交換關係：米 $(1 + \frac{1}{3})$ 升=粟 $(2 + \frac{2}{9})$ 升；米 $(1 + \frac{2}{3})$ 升=粟 $(3 + \frac{1}{18})$ 升；米 $(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2})$ 升=粟 $(3 + \frac{11}{18})$ 升；米 $(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$ 升=粟 $(4 + \frac{1}{36})$ 升。

¹⁴⁸ 據蕭燦(2010)，第 0409 號簡與第 0021 號簡上下拼綴成一枚簡，我們同意該意見。而此竹簡記載了以粟換米時的交換關係：粟 1 升=米 $\frac{3}{5}$ 升；粟 $(1 + \frac{1}{3})$ 升=米 $\frac{4}{5}$ 升；粟 $(1 + \frac{2}{3})$ 升=米 1 升；粟 $(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2})$ 升=米 $(1 + \frac{1}{10})$ 升。

¹⁴⁹ 此竹簡延續前一枚簡的內容，記載了以粟換米時的交換關係：粟 $(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2})$ 升 = 米 $(1 + \frac{3}{10})$ 升；粟 $(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$ 升=米 $(1 + \frac{1}{4})$ 升。

¹⁵⁰ 此處「為米九分三」應為「為米九分〈升〉三」，其中的〈升〉可能為竹簡抄寫者抄漏字，或蕭燦校勘版漏打。此處簡文同樣並未把九分升三約簡表示成三分升一或少半升。此竹簡記載了粟米交換與麥米交換

- [麥少] 半升為米九分升二。麥半升為米九分升三。米半升為麥四分升三。米少半升為麥半升。¹⁵¹ 0647
- 麥一升為米大半升☒ 2021
☒米一升為麥一升半升。一升為粳十分升九。粳一升為糲一升九分升一。¹⁵² 0822
- 米大半升為麥一升。米半升為粳廿分升九。米少半升為粳十分升三。米大半☒¹⁵³ 0538
- 米一升為毀(穀)十分升八。米一升為叔(菽)、荅、麥一升半升。¹⁵⁴以粟求粳，卅七之，五十而成一。以粳求粟，五十之，卅七而成一。¹⁵⁵ 0987
- 以米求叔(菽)，因而三之，二成一。以叔(菽)求米，因而倍之，三成一。以粳求米，因而十之，九成一。以米求粳，因而九之，十成一。¹⁵⁶ 0459
- 以米求毀(穀)，八之，十而成一。以毀(穀)求米，十之，八而成一。以粳求毀(穀)，八之，九而成一。以毀(穀)求粳，九之，八而成一。¹⁵⁷ 0786
- 以粳(粟)求毀(穀)，廿四之，五十而成一。以毀(穀)求粟，五十之，廿四而成一。以米求粳，九之，十成一。以粳求米，十之，九成一。¹⁵⁸ 0787
- 以麥求粟，因倍之，有(又)五之，九成一。以粟求麥，因九之，十成一。以粳求

時的關係：粟 $\frac{1}{2}$ 升=米 $\frac{3}{10}$ 升；米 $\frac{1}{2}$ 升=粟 $(\frac{1}{3}+\frac{1}{2})$ 升；麥 $\frac{1}{3}$ 升=米 $\frac{2}{9}$ 升。麥 $\frac{1}{2}$ 升=米 $\frac{3}{9}$ 升。

¹⁵¹ [麥少] 為蕭燦據文意與筆畫殘痕所補，參考蕭燦(2010)，頁 56。此竹簡記載了麥米交換時的關係：麥 $\frac{1}{3}$ 升=米 $\frac{2}{9}$ 升；麥 $\frac{1}{2}$ 升=米 $\frac{3}{9}$ 升；米 $\frac{1}{2}$ 升=麥 $\frac{3}{4}$ 升；米 $\frac{1}{3}$ 升=麥 $\frac{1}{2}$ 升。

¹⁵² 據蕭燦(2010)(第 56 頁)，第 2021 號簡與第 8022 號簡可上下拼綴成一枚。合併之後，竹簡記載了麥米交換與糲粳時的關係：麥 1 升=米 $\frac{2}{3}$ 升；米 1 升=麥 $(1+\frac{1}{2})$ 升。糲 1 升=粳 $\frac{9}{10}$ 升；粳 1 升=糲 $(1+\frac{1}{9})$ 升。我們認為第 2021+0822 號簡應排於 0974 號簡之後，其中 0974 號簡的後半部內容是粟 1 升 = 米 $\frac{3}{5}$ 升、米 1 升 = 粟 $(1+\frac{2}{3})$ 升，即粟米的交換關係。而本簡是麥 1 升=米 $\frac{2}{3}$ 升；米 1 升=麥 $(1+\frac{1}{2})$ 升。糲 1 升=粳 $\frac{9}{10}$ 升；粳 1 升=糲 $(1+\frac{1}{9})$ 升，即麥米與糲粳的交換關係。因此，以體例來看這兩枚簡排在一起較為合理。

¹⁵³ 我們認為第 0538 號簡應排於 0649 號簡之後，而此處並可補為「米大半升為粳升五升三」。竹簡延續了 0649 號簡的麥米交換關係，並主要記載了米粳交換時的關係：米 $\frac{2}{3}$ 升=麥 1 升。米 $\frac{1}{2}$ 升=粳 $\frac{9}{20}$ 升；米 $\frac{1}{3}$ 升=粳 $\frac{3}{10}$ 升；米 $\frac{2}{3}$ 升=粳 $\frac{3}{5}$ 升。這樣的順序之下，兩枚簡分別記載了以米 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 升換麥以及以米 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 升換粳，具有相對應的格式與關係。而原本蕭燦安排在此兩枚簡中間的 2021 號+第 8022 號簡的內容，則是「麥換米+米換麥」以及「糲換粳+粳換糲」。從內容格式來看，其顯然與前後兩枚簡並不能看成同一類型。反而，與第 0974 號簡後半部內容為「粟換米+米換粟」可看作同類型。

¹⁵⁴ 此簡前半部記載了米換穀、菽、荅、麥的關係：米 1 升=穀 $\frac{8}{10}$ 升；米 1 升=菽、荅、麥 $(1+\frac{1}{2})$ 升。

¹⁵⁵ 蕭燦指出，此處的「卅」為「廿」之誤蕭燦(2010)(第 57 頁)，我們同意其意見。此簡後半部記如下關係：粟率 $\times\frac{27}{50}$ = 粳率、粳率 $\times\frac{50}{27}$ = 粟率。

¹⁵⁶ 此簡記載如下關係：米率 $\times\frac{3}{2}$ = 菽率，菽率 $\times\frac{2}{3}$ = 粳率。粳率 $=\frac{10}{9}$ 米率；米率 $=\frac{9}{10}$ 粳率。

¹⁵⁷ 此簡記載如下關係：米率 $\times\frac{8}{10}$ = 穀率，穀率 $\times\frac{10}{8}$ = 米率。粳率 $\times\frac{8}{9}$ = 穀率；穀率 $\times\frac{9}{8}$ = 粳率。

¹⁵⁸ 蕭燦據後面簡文及驗算，認為此處的「粳」應為「粟」，當是誤解(蕭燦(2010)，第 57 頁)。我們同意其意見。此簡記載如下關係：粟率 $\times\frac{50}{24}$ = 穀率；穀率 $\times\frac{24}{50}$ = 粟率。米率 $\times\frac{9}{10}$ = 粳率；粳率 $\times\frac{10}{9}$ = 米率。

- 粟，因而五之，¹⁵⁹有（又）直（置）三壹方而九之，以為法，如法而一。¹⁶⁰ 1825
- 以粟求叔（菽）、荅、麥，九之，十而成一。• 以米求叔（菽）、荅、麥，三之，二成一。以稻粟求（菽）、荅、麥，三之，四成一。¹⁶¹米一升少半=（半）升四分升一為粟三升卅六分升廿七。¹⁶² 0776
- $\square\square$ 〔稗〕，¹⁶³因而三之，有（又）九之，直（置）五壹方而 \square 〔之〕，¹⁶⁴以為法，如法而成一。毀（穀）米一升為粟二升有（又）十分升一。¹⁶⁵ 1745
- 黍粟廿三斗六升重一石。¹⁶⁶• 水十五斗重一石。¹⁶⁷ 糲米廿斗重一石。麥廿一斗二升重一石。¹⁶⁸ 0780
- 稗米十九重一石。¹⁶⁹稷毀（穀）十九斗四升重一石。稻粟廿七斗六升重一石。稷粟廿五斗重一石。¹⁷⁰ 0981
- 稻米十九斗二升重一石。¹⁷¹ 0886
- 荅十九斗重一石。麻廿六斗六升重一石。叔（菽）廿斗五升重一石。¹⁷² 0852
- \square 〔稻粟〕三尺二寸五分寸二一石。¹⁷³麥二尺四寸一石。¹⁷⁴ 0760

¹⁵⁹ 根據蕭燦(2010)(第 58 頁)，此處因而五之應為因而五〔十〕之，我們同意其意見。此簡記載如下關係：

$$\text{麥率} \times \frac{2.5}{9} = \text{粟率}, \text{粟率} \times \frac{9}{10} = \text{麥率}, \text{稗率} = \frac{50}{3.9} \text{粟率}.$$

¹⁶⁰ 蕭燦(2010)指出「有直三壹方而九之」，指處指三乘九。而鄒大海提出另一種可能性：「有直三壹方而九之」可斷句為「有直三，壹方而九之」，意思是又（用算籌）擺放三，以它的壹方即九乘之。「三的壹方」可能指三的平方。另一種可能性是，「直三壹方而九之」即在一旁（用算籌）擺放三，再以九乘之，「壹方」指一旁、一邊。引自蕭燦(2010)，第 58 頁。我們認同最後一個看法，即「直（置）」是動詞，意指在用於計算的表面上的一旁，以算籌擺置三，再以九乘之。針對上述鄒大海的第一種看法，若我們把「三的壹方」看成「三的平方」，則原式變成 $\frac{50}{3^2 \times 9}$ ，這與稗率：粟率 = 50：27 相矛盾，因此不合理。此簡記載如下關係：

$$\text{麥率} \times \frac{2.5}{9} = \text{粟率}, \text{粟率} \times \frac{9}{10} = \text{麥率}, \text{稗率} = \frac{50}{3.9} \text{粟率}.$$

¹⁶¹ 此簡前半部記載如下關係：粟率 $\times \frac{10}{9}$ = 菽、荅、麥率。米率 $\times \frac{3}{2}$ = 菽、荅、麥率。稻粟 $\times \frac{3}{4}$ = 菽、荅、麥率。

¹⁶² 此簡後半部記載如下關係：米 $(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$ 升 = 粟 $(3 + \frac{27}{36})$ 升。

¹⁶³ 〔稗〕是依題意和筆劃殘痕補出(蕭燦，2010，第 58 頁)。

¹⁶⁴ 蕭燦(2010，第 58 頁)認為： \square 可能是「十之」，則「直（置）五壹方而十之」指五乘以十；或可能是「二之」，那麼，「直（置）五壹方而二之」意思就是將五的平方以二乘。呼應第 1825 號簡的內容，本研究團隊較認同第一個看法，認為 \square 應補入「十」，即「直（置）五壹方而〔十〕之」意指在用於計算的表面上的一旁，以算籌擺置五，再以十乘之。

¹⁶⁵ 蕭燦認為據 0780 簡「以穀求粟，五十之，廿四成一」計算，「毀（穀）米一升為粟二升有（又）十分升一」應為「毀（穀）米一升為粟二升有（又）十二分升一」，脫「二」字(蕭燦，2010，第 58 頁)。實際驗算結果符合，本研究團隊同意其意見。本簡最後一句記載如下關係：穀 1 升 = 粟 $(2 + \frac{1}{12})$ 升。

¹⁶⁶ 此處的石是重量單位，秦制一石為一百二十斤。以下編號 0780、0981、0886、0852 的內容，主要是記錄重量一石的某種穀物與水，其所占的容積（或者說，若干容積的某穀物重量為一石）。參照同類簡，可發現每一枚竹簡皆分成四欄，記錄四種不同穀物之重量為一石時所占的容積。

¹⁶⁷ 蕭燦(2010)認為「水十五斗重一石」作為一種量度的參考，因而將本 0780 號簡置於同類簡的第一枚。不過，我們對此順序編排方式持保留的態度，不作特別評論。

¹⁶⁸ 此簡內容包含：容積廿三斗六升的黍粟、容積十五斗的水、容積廿斗的糲米、容積廿一斗二升的麥重量皆為一石。

¹⁶⁹ 蕭燦(2010，第 59 頁)指出：根據文例，稗米十九後可補「斗」字。本研究團隊同意其意見。

¹⁷⁰ 此簡的內容包含：容積十九斗的稗米、容積十九斗四升的稷毀（穀）、容積廿七斗六升的稻粟、容積廿五斗的稷粟重量皆為一石。

¹⁷¹ 此簡的內容為容積十九斗二升的稻米重量為一石。

¹⁷² 此簡的內容包含：容積十九斗的荅、容積廿六斗六升的麻、容積廿斗五升的叔（菽）重量皆為一石。

¹⁷³ 〔稻粟〕為蕭燦依題意與筆畫殘痕所補，我們同意其看法。另外，文中蕭燦有關「三尺二寸五分寸二」

- 芻新(薪)積廿八尺一石。藁卅尺一石。茅卅六尺一石。¹⁷⁵ 0834
- □ 案一石十六斗大半斗L。稻一石□¹⁷⁶ 2066
- [案]甬(桶)少稻石三斗少半斗□¹⁷⁷ 0918
- 案甬(桶)六之五而得一□有(又)□□□ 0882
- 得一,以稻甬(桶)求□¹⁷⁸ C100102
- 一石為案一石二〈三〉□¹⁷⁹ C140101
- [百石]為案百廿石□¹⁸⁰ 1733
- 案千石為稻八百卅三石三斗少半斗。稻千石為案千二百石。¹⁸¹ 0791
- 案萬石為稻八千三百卅三石三斗少半斗。稻萬石為案萬二千石。¹⁸² 0938

這個體積單位的解釋,主要參考了王榮彬、李繼閔(1995)。我們也同意該看法。

¹⁷⁴ 編號 0760 與 0834 竹簡的內容,皆記錄了重量一石的某穀物與草所占的體積(或曰若干體積的某穀物重量為一石)。此竹簡的內容記錄:體積三尺二寸五分寸二的稻粟、體積二尺四寸的麥重量皆為一石。

¹⁷⁵ 新,通薪,芻薪即為柴草。藁,通稿,為禾類植物的莖。茅:草名,即茅草。此竹簡的內容記錄:體積廿八尺的芻新(薪)、體積卅尺的藁、體積卅六尺的茅重量皆為一石。

¹⁷⁶ 蕭燦將 2066 號簡復原為「案一石十六斗大半斗,稻一石[廿斗]」,我們同意其看法。

¹⁷⁷ 蕭燦參考《睡虎地秦墓竹簡·效率》,指出甬,指桶,為容積單位,相當於石。因而本 0918 號竹簡可解釋為:案一石的容積比稻一石的容積少了 $3\frac{1}{3}$ 斗,而據此,前述 2066 號簡的復原是合理的。合併兩枚簡的意思即:一石重的案容積為 $16\frac{2}{3}$ 斗($\frac{50}{3}$ 斗),一石重的稻容積為 20 斗,而一石重的案容積比一石重的稻少了 $3\frac{1}{3}$ 斗($\frac{10}{3}$ 斗)。

¹⁷⁸ 蕭燦把 0882 與 C100102 號簡編排於此,但未對此兩枚竹簡作解釋。

¹⁷⁹ 蕭燦認為殘片 C140101 的簡文「一石為案一石二」可能是「[稻]一石為案一石二[斗]」。若依前述相關的竹簡內容來看,一石重的稻容積為 20 斗,又重一石的案容積為 $\frac{50}{3}$ 斗,因此 20 斗的容積可為 1.2 石重的案($20 \div \frac{50}{3} = 1.2$)。因此,復原為「[稻]一石為案一石二[斗]」是合理的。然而,蕭燦(2010)又提到:「經計算『二』應為『三』之誤,可復原為:[稻]一石為案一石[三斗少半斗]」,但未多加解釋。若依此復原法,則其意如下:一石重的稻容積為 20 斗,相當於一石重的案(占 $\frac{50}{3}$ 斗的容積)加上 $\frac{10}{3}$ 斗的容積,此時,前述「案一石三斗少半斗」的石為重量單位,而斗為容積單位,再加上與後面「稻千石為案千二百石」、「稻萬石為案萬二千石」的語法句型對比,我們認為第一種復原法較合理。

¹⁸⁰ 蕭燦並未對此簡多加解釋。筆者認為此殘簡可補為「[稻]百石為案百廿石」,即 100 石重的稻,其容積為 100×20 (斗),經換算可得 $2000 \div \frac{50}{3} = 120$ (斗)的案,即本簡的意思為 100 石重的稻其容積等於 120 石重的案的容積。而這樣的復原可與前一枚簡的復原相呼應。

¹⁸¹ 接下來的第 0791 號與第 0938 號簡皆為稻與案之間的換算關係。這兩枚簡的後兩句解讀上較為容易,可理解成:1000 石重的稻其容積等於 1200 石重的案的容積;10000 石重的稻其容積等於 12000 石重的案的容積。這可與 1733 號簡呼應。然而,就這兩竹簡前半部份的兩句話「案千石為稻八百卅三石三斗少半斗」與「案萬石為稻八千三百卅三石三斗少半斗」則有進一步討論的空間。這裡,我們就先就第一句分析如下:

首先,1000 石重的案其容積為 $1000 \times \frac{50}{3} = \frac{50000}{3}$ 斗,而稻一石容積 20 斗,因此 $\frac{50000}{3}$ 的容積可裝 $\frac{50000}{3} \div 20 = \frac{2500}{3} = 833\frac{1}{3}$ 石重的稻,因此,原術文合理的寫法應為「八百卅三石三分石一」。然而,原術文的內容為「八百卅三石三斗少半斗」,其中前面的石是重量單位,後面的斗為容積單位。若把 $\frac{2500}{3}$ 石重的稻看成 833 石又 $\frac{1}{3}$ 石,其中, $\frac{1}{3}$ 石重的稻容積應為 $\frac{1}{3} \times 20$ 斗= $\frac{20}{3}$ 斗為 6 斗大半斗,而非術文所述的「三斗少半斗」。因此,我們猜測可能是《數》的原作(編)者,把上述 $\frac{1}{3}$ 石重稻的「石」誤當成容積單位,又 1 石等於 10 斗,因此,把 $\frac{1}{3}$ 石的重量誤寫成 $\frac{10}{3}$ 斗的容積,即「三斗少半斗」。

¹⁸² 同理,「案萬石為稻八千三百卅三石三斗少半斗」這句也存在同樣的問題,10000 石的案容積為 10000*

- 粟□…廿一分升十一，□□一石□□升廿二分升…¹⁸³ 0649
- 粟一石為米八斗二升，問米一石為粟幾可（何）？曰：廿斗□ 2173
□百廿三分斗卅為米一石，術（術）曰：求粟□¹⁸⁴ 0137
為法，以十斗乘粟十六半斗為實君=（實）如法得粟一斗。¹⁸⁵ 0650
- 券朱（銖）升L，券兩斗L，券斤石L。券鈞般()，券十朱（銖）者□。¹⁸⁶ 0836
- □百也，券千萬者，百中干，券萬=(萬)者，重百中。¹⁸⁷ 0988
- □籥反(返)十，券菽荅麥十斗者反(返)十。¹⁸⁸ 0975

$\frac{50}{3} = \frac{500000}{3}$ 斗，而稻一石 20 斗，因此， $\frac{500000}{3} \div 20 = \frac{25000}{3} = 8333$ 石又 $\frac{1}{3}$ 石重的稻。然而，竹簡原術文寫成「為稻八千三百卅三石三斗少半斗」同樣不合理，前述 $\frac{1}{3}$ 石重的稻體積為 $\frac{20}{3}$ 斗，即六斗大半斗，並不為術文中的「三斗少半斗」。因此，我們同樣猜測，《數》簡的原（編）作者誤將 $\frac{1}{3}$ 石重的「石」誤為容積單位，因此，把 $\frac{1}{3}$ 石重寫成 $\frac{10}{3}$ 斗 = 3 斗少半斗。

¹⁸³ 本簡多有漏字，難以判讀文意。

¹⁸⁴ 蕭燦將 40 個簡編號歸入穀物換算類，並認為其中包含了一個完整的算題，即第 2173+0137+0650 號簡。因此，她的博士論文（2010）以較多的篇幅，針對此算題作進一步討論。依據她的研究，第 2173 號簡與第 0137 號簡可拼綴，斷口契合，內容連貫，拼綴後長度為 21cm，簡上下仍殘，而其中 0137 號簡末殘缺的部份，其將之補為「術曰：求粟〔之法以八斗二升〕」。這樣復原的主要原因如下：《數》的完整簡全長多為 27.5cm 左右，上編繩下緣距簡首多為 1.5cm 左右，下編繩上緣距簡尾約 1.8cm 左右，整簡字數多 38~45 字之間。學者們基於拼綴後的長度與這批竹簡本身的規格，來進行比對與復原。其中鄒大海提出了六種復原方案，然而，參照了問題題意與簡長，我們與蕭燦持相同意見，認為以其中的「術曰：求粟〔之法以八斗二升〕」這個復原方案較為合理。

¹⁸⁵ 蕭燦校勘第 0650 號簡時，參考「日本中國古算書研究會」的意見。本問題依復原後的術文內容，可得如下算式：

$$\left(16\frac{2}{3}\text{斗} \times 10\text{斗}\right) / 8\text{斗} 2\text{升} = 20\frac{40}{123}\text{斗}。$$

這裡注意到，粟一「石」的第一個石為重量單位，而後句米一石的「石」則為容積單位。針對此算式的分析，日本中國古算書研究會與鄒大海各提出解析。其中，鄒大海認為整個問題的意思如下：已知粟一石（十六斗大半斗）能得到米八斗二升，問要得到容積一石（十斗）的米相應需要多少的粟？[答]曰：[粟]廿斗又一百廿三分斗之卅能得到一石（十斗）米。術曰：要求粟〔之得一石米者〕，以〔八斗二升〕為除數（法），以（一石米的斗數）十斗乘粟（一石的斗數）十六斗大半斗為被除數（實），被除數中有與相同的部份就得到一斗（實如法得粟一斗）（或者說被除數除以除數）。(引蕭燦(2010)，頁 110~111)，其術文列成算式就是： $10\text{斗} \times 16\frac{2}{3} \div 8\text{斗} 2\text{升}$ 。對於此解釋與算式的還原，我們大致同意。至於如何列成式，則同意日本古算書研究會的看法，係利用比例關係所得，然對問題本意的解讀上則有所不同。日本古算書研究會的解釋如下（引自蕭燦(2010)，頁 100）：「本算題和《算數書》的舂米題一致。題中『粟一石』是指重量一石，對應容量 $50/3$ 斗。本來從容量 $50/3$ 斗的粟中能取得 10 斗的米，現在因損耗只取得 8 斗 2 升的水。問若要取得米一石(10 斗)需要多少粟。比例式是粟 $50/3$ 斗：米 8 斗 2 升 = 粟 X：米 10 斗。」然而，若依日本古算書研究會的解釋，原題目「粟一石為米八斗二升，問米一石為粟幾何？」之第一句以粟為米的「為」，即帶有舂粟成米過程造成了「損耗」的意思，那麼，後一句以米為粟的「為」又何來「損耗」之意？況且，將米舂成粟亦不合，明顯前後兩個「為」的意思難以連貫。因此，我們認為，若把「為」解釋成「交易」或「交換」，那麼，原問題可呈現如下：以重量一石的粟(其容積 $16\frac{2}{3}$ 斗)可交換(交易)米八斗二升，問米 10 斗可交換多少的粟？這樣較為合情理。而由題意可列出如下之比例關係：粟 $16\frac{2}{3}$ 斗：米 8 斗 2 升 = 粟 x 斗：米 10 升，可得 $x = \left(16\frac{2}{3}\text{斗} \times 10\text{斗}\right) / 8\text{斗} 2\text{升} = 20\frac{40}{123}\text{斗}$ 。即符合原術文之數學式。

¹⁸⁶ 本簡難以判讀文意。蕭燦則認為簡文的意思可能是：記錄「升」的重量時，精確到「銖」；記錄「斗」的重量時，精確到「兩」；記錄「石」的重量時，精確到「斤」。我們對此看法持保留的態度。

¹⁸⁷ 本簡前半段有缺，依殘文難以判讀文意。蕭燦與其他學者亦未對此簡文作解釋。

¹⁸⁸ 本簡前半段有缺，依殘文難以判讀文意。蕭燦與其他學者亦未對此簡文作解釋。

※衰分類算題

- 衰分之術（術）。藉有五人此共買鹽一石，一〔人出十〕錢，一〔人〕廿〔錢〕，〔一〕人出卅錢，一人出卅錢，一人出五十錢，今且相□也，〔欲〕以錢少〔多〕 0772
分鹽。其述曰：并五人錢以為法，有（又）¹⁸⁹各異置〔錢數〕¹⁹⁰ 1659
☑一石鹽乘之以為君（實）=，（實）如法一斗。¹⁹¹ 0858
- 夫=（大夫）¹⁹²、不更、走馬、上造、公士，共除米一石，今以爵衰分之，各得幾可（何）？夫=（大夫）三斗十五分斗五，不更二斗十五分斗十，走 0978
馬二斗，上造一斗十五分五，公士大半斗。述（術）曰：各直（置）爵數而并以為法，以所分斗數各乘其爵數為君（實），=（實）如 0950
法得一斗，不盈斗者，十之，如法一斗，不盈斗者，以〈法〉命之¹⁹³。¹⁹⁴ 0915
- 一牛一羊一犢共食〔以禾〕一石，問牛羊犢各出幾可（何）？曰：牛五斗有七☑ C410106
☑〔羊〕出二斗有七分斗之六，犢出一斗有七分斗1193
☑羊置三〈二〉，犢直（置）一而并之，凡求〔數〕□☑¹⁹⁵ 1519
- 有婦三人，長者一日織五十尺¹⁹⁶，中者二日織五十尺，少者 日織五十尺，今威有攻（功）五十尺，問各受 J09
幾可（何）？曰：長者受廿七尺十一分尺三¹⁹⁷，中者受十三尺十一分尺七¹⁹⁸，少者受九尺十一分尺一。述（術）曰：各直（置）一日所織¹⁹⁶ 0827
- 凡食攻（功）之術曰：以人數為法，以食攻（功）丈數為君（實），=（實）如法得一丈。不盈丈者，〔因而十之，如法，人一尺；不盈尺者，因〕 1136
而十之，如法，人得一寸；不盈寸者，以分命之¹⁹⁷ ¹⁹⁸。 0022¹⁹⁹

¹⁸⁹ 根據康熙字典，在此「有」通「又」較為適宜。

¹⁹⁰ 原文為「有各異置□□」，根據蕭燦解讀應為「有各異置錢□」，但依照上下文以及其他題目可臆測原文可能為「有各異置錢數」。

¹⁹¹ 此題解法如下：

出十錢者可得：(1石×10錢)÷(10錢+20錢+30錢+40錢+50錢)

出廿錢者可得：(1石×20錢)÷(10錢+20錢+30錢+40錢+50錢)

出卅錢者可得：(1石×30錢)÷(10錢+20錢+30錢+40錢+50錢)

出卅錢者可得：(1石×40錢)÷(10錢+20錢+30錢+40錢+50錢)

五十錢者可得：(1石×50錢)÷(10錢+20錢+30錢+40錢+50錢)

¹⁹² 原文為「夫=」亦即「夫夫」，根據蕭燦解讀應為「大夫」較為適宜。

¹⁹³ 原文為「以命之」，根據其他題型比對後，應為「以法命之」或「以分命之」較為適宜。

¹⁹⁴ 此題並未說明各階爵數的比例，利用答案反推後，可知與《九章算術》中有提到各階爵數比例吻合。
大夫：不更：走馬：上造：公士 = 5：4：3：2：1

¹⁹⁵ 此題也未曾說明牛、羊、犢之間食量比例，經由答案反推可得「牛：羊：犢 = 4：2：1」，在《九章算術》中也有相似題目，但《九章算術》內容為「牛：馬：羊 = 4：2：1」

¹⁹⁶ 此題在《算數書》中也有相同的題目，但答案不同，此處的答案才是正確答案，因為「長：中：少 = 1/1：1/2：1/3 = 6：3：2」，此處答案符合比例，但是《算數書》中卻以「長：中：少 = 1/1：1/2：1/3 = 3：2：1」明顯錯誤。

¹⁹⁷ 原文為「以分命之」，亦即「以法命之」，經過統計，這次的竹簡中，有2題「以命之」、1題「以分命之」、3題「以法命之」，其中「以命之」推斷有缺字。

¹⁹⁸ 此題為基本分配問題，亦即：物品÷人數。

¹⁹⁹ 以上排列方式是依照蕭燦的編排，但我們認為若站在處理一般社會問題，或是教科書立場來看，題目編排應當由簡而繁、由易入難，所以，第5題應當排至最前面，因為這一題毫無涉及比例問題，純粹將東

- \square 五。其述(術)曰²⁰⁰：始日直(置)一，次直(置)二，次直(置)四，藉而并之七=，(七)為法，以十尺扁(遍)乘其(置)直各自為實(實)=，(實)如法得一尺。²⁰¹ 0972
- 卒²⁰²百人，戟²⁰³十、弩²⁰⁴五、負²⁰⁵三，問得各幾可(何)？得曰：戟五十五人十〔八〕²⁰⁶分人十，弩廿七人十八分人十四，負十六人十八分人十二。其 0820
述(術)曰：同戟、弩、負數，以為法，即置戟十，以百乘之，以為實(實)=，(實)如法得一戟。負、弩如此然。²⁰⁷ 0765
- 凡²⁰⁸三鄉(鄉)²⁰⁹，其一鄉(鄉)卒千人，一鄉(鄉)七百人，一鄉(鄉)五百人，今上歸千人，欲以人數衰之，問幾可(何)歸幾可(何)？曰：千者歸四〔百〕²¹⁰ 0943
五十四人有(又)二千二百分人千二百·七百者歸三百一十八人有(又)二千二百分人四百·五百歸二百廿七人有(又)二千二百分人六百。 0856
其述(術)曰：同三鄉(鄉)卒，以為灋(法)，各以鄉(鄉)卒乘千人為實(實)=，(實)如灋(法)一人。²¹¹ 0897
- 一人負米十斗，一人負粟十斗，負食十斗²¹²，并裹而分之²¹³，米、粟、食²¹⁴各取幾

西平分給每一個人。

²⁰⁰ 此題只有述文，而缺少題目。與張家山漢簡《筭數書》「女織」算題的術文相似。「女織 鄰里有女惡自喜也，織日自再，五日織五尺。問始織日及其次各幾何？曰：始織一寸六十二分寸卅八，次三寸六十二分寸十四，次六寸六十二分寸廿八，次尺二寸六十二分寸五十六，次一尺五寸六十二分寸五十。求曰：直(置)二、直(置)四、直(置)八、直(置)十六、直(置)卅二，并以為法，以五尺偏(遍)乘之各自為實。實如法得尺。不盈尺者十之，如法一寸。不盈寸者，以法命分。王已讎」，因此，蕭燦認為應是同一道類型的題目。本題與《九章算術》『衰分』第四題：「今有女子善織，日自倍，五日織五尺。問日織幾何？答曰：初日織一寸三十一分寸之十九；次日織三寸三十一分寸之七；次日織六寸三十一分寸之十四；次日織一尺二寸三十一分寸之二十八；次日織二尺五寸三十一分寸之二十五。術曰：置一、二、四、八、十六為列衰；副并為法；以五尺乘未并者，各自為實，實如法得一尺。」題目相似。或許可為《數》為《九章算術》之編寫母本添一佐證。

²⁰¹ 其作法為，始日織： $[1/(1+2+4)] \cdot 10 = 1+1/7$ 尺；次日織： $[2/(1+2+4)] \cdot 10 = 2+6/7$ 尺；又次日織： $[4/(1+2+4)] \cdot 10 = 5+5/7$ 尺。

²⁰² 卒，一種古代民兵的編制。五人一組為伍，百人一組為卒。見周禮·地官·小司徒。

²⁰³ 戟，武器名。戈和矛的合體，兼有勾、啄、撞、刺四種功能。裝於木柄或竹柄上。出現於商、周，盛行於戰國、漢、晉各代。南北朝後漸被槍取代，轉而為儀仗、衛門的器物。

²⁰⁴ 弩，用機械力量發射的硬弓。

²⁰⁵ 負，通箠，幅盛箭用的器具。以竹、木或獸皮等製成。參考《周禮·夏官·司弓矢》：「中春獻弓弩，中秋獻矢箠。」

²⁰⁶ 此處字跡殘損，蕭燦依筆劃殘痕及簡文內容補入「八」字。

²⁰⁷ 其作法為，戟： $[10/(10+5+3)] \cdot 100 = 55+10/18$ 人；弩： $[5/(10+5+3)] \cdot 100 = 27+14/18$ 人；

負： $[3/(10+5+3)] \cdot 100 = 16+12/18$ 人。

²⁰⁸ 總共。如：「全書凡二十章。」《文選·司馬遷·報任少卿書》：「凡百三十篇。」

²⁰⁹ 本題類似《九章算術》『衰分』第五題「今有北鄉算八千七百五十八，西鄉算七千二百三十六，南鄉算八千三百五十六，凡三鄉發徭三百七十八人。欲以算數多少衰出之，問各幾何？答曰：北鄉遣一百三十五人一萬二千一百七十五分八之一萬一千六百三十七；西鄉遣一百一十二人一萬二千一百七十五分人之四千四；南鄉遣一百二十九人一萬二千一百七十五分人之八千七百九。術曰：各置算數為列衰；臣淳風等謹按：三鄉算數，約、可半者，為列衰。副并為法；以所發徭人數乘未并者，各自為實。實如法得一人。按：此術，今有之義也。」或許可為類似《數》之文本為《九章算術》之編寫參考添一佐證。

²¹⁰ 此處字跡殘損，蕭燦依筆劃殘痕及簡文內容補入「百」字。

²¹¹ 其作法為，千者歸： $[1000/(1000+700+500)] \cdot 1000 = 454+1200/2200$ ，七百者歸： $[700/(1000+700+500)] \cdot 1000 = 318+400/2200$ ，五百者歸： $[500/(1000+700+500)] \cdot 1000 = 227+600/2200$ 。

²¹² 據題意與文例，蕭燦認為此處可補為「〔一人〕負食十斗」。

²¹³ 蕭燦(2010)此處可能輸入錯誤字，其注釋有「稯」或「稟」，其解讀為「領受」、「受」之意。因此原文可能為并裹(稟)而分之。

可(何)?曰:米取十四斗七分斗二¹⁴,粟八斗七分〔斗〕 \square 2082

四,食取七斗七分一,食二斗當米一斗。²¹⁵ 0951

- 一人斗食,一人半食,一人參²¹⁶食,一人駟²¹⁷食,一人馱²¹⁸食,凡五人,有米一石 \square 1826

\square 欲以食數分之,問各得幾可(何)?曰:斗食者得四斗四升 1842

九分升四,半食者得二斗二升九分升二,參食者一斗四升廿七分升廿二,駟食者一斗一升九分升一,馱食者七升²¹⁹ 0898

²¹⁴ 按《九章算術》『粟米』「糲米三十、粟率五十、稻六十」,推測文中的「米」、「粟」、「食」,應分別對應《九章算術》的糲米、粟、稻。本題類似《九章算術》衰分章的「返衰」第二題:「今有甲持粟三升,乙持糲米三升,丙持糲飯三升。欲令合而分之,問各幾何?答曰:甲二升一十分升之七;乙四升一十分升之五;丙一升一十分升之八。術曰:以粟率五十、糲米率三十、糲飯率七十五為衰,而返衰之。副并為法。以九升乘未并者,各自為實。實如法得一,按:此術,三人所持升數雖等,論其本率,精糲不同。米率雖少,令最得多;飯率雖多,返使得少。故令返之,使精得多而糲得少。於今有術,副并為所有率,未并者各為所求率,九升為所有數,令有之,即得。」但這兩個文本的「所求之率」不同,本題為 30:50:60,而《九章算術》此題之比率為 30:50:75。或許這又可為類似《數》之文本為《九章算術》之編寫參考再添一佐證。

²¹⁵ 本題要用到「返衰」 $\frac{1}{30} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60} = \frac{50 \times 60 + 30 \times 60 + 30 \times 50}{30 \times 50 \times 60} = \frac{6300}{90000} = \frac{7}{100}$ (法)

負米者之實: $(10+10+10) \times \frac{1}{30} = 1$ (斗), 負粟者之實: $(10+10+10) \times \frac{1}{50} = \frac{3}{5}$ (斗),

負食者之實: $(10+10+10) \times \frac{1}{60} = \frac{1}{2}$ (斗);

負米者所分: $1(\text{斗}) \div \frac{7}{100} = 14\frac{2}{7}$ (斗), 負粟者所分: $\frac{3}{5}(\text{斗}) \div \frac{7}{100} = 8\frac{4}{7}$ (斗), 負食者所分: $\frac{1}{2}(\text{斗}) \div \frac{7}{100} = 7\frac{1}{7}$ (斗)

²¹⁶ 參,此處指三分之一。

²¹⁷ 駟,此處指四分之一。

²¹⁸ 馱,此處指六分之一。

²¹⁹ 其作法為,斗食者:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} \times 10(\text{斗}) = \frac{120}{27} = 4\frac{4}{9}(\text{斗})$$

即 4 斗 4+(4/9)升。

半食者:

$$\frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} \times 10(\text{斗}) = \frac{60}{27} = 2\frac{2}{9}(\text{斗})$$

即 2 斗 2+(2/9)升。

參食者:

$$\frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} \times 10(\text{斗}) = \frac{40}{27} = 1\frac{13}{27}(\text{斗})$$

即 1 斗 4+(22/27)升。

駟食者:

$$\frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} \times 10(\text{斗}) = \frac{30}{27} = 1\frac{1}{9}(\text{斗})$$

即 2 斗 1+(1/9)升。

馱食者:

- $\square\square\square$ 十一²²⁰ 1853
- 分斗六，駢食者取一斗九分升一²²¹。 0979
- 貸(貸)人百錢²²²，息八 \square 0933
 \square 錢，今貸(貸)十七錢，七日而歸之，問取息幾可(何)?曰：得息三百七十五分錢百一十九。其方：卅日乘 0937
 \square 〔而〕以為法，亦以十七錢乘七日為君(實)=，(實)如法而一²²³。 0759
- 布八尺十一錢²²⁴，今有布三尺，得錢幾可(何)。得曰：四錢八分錢一。其述(術)曰：八尺為灋(法)，即以三尺乘十一錢以為君(實)=，(實)²²⁵ 0773
 如灋(法)得一錢。 0985
- 糴(糴)米述(術)曰²²⁶：以端賈(價)為法²²⁷，以欲糴(糴)米錢數乘一石為君(實)=，(實)如法而得一升²²⁸。 0946
- 糴(糴)²²⁹。米賈(價)石五十錢，今有廿七錢，欲糴(糴)米，得幾可(何)?曰：五斗四升²³⁰。 0839
- 有金以出三關=，(關)五兌(稅)除金一兩²³¹，問始盈金幾可(何)?曰：一兩有(又)六十四兩分兩之六十一。其述(術)曰：直(置)兩而參四之²³² 0832

$$\frac{\frac{1}{6}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} \times 10(\text{斗}) = \frac{20}{27}(\text{斗})$$

即 7+11/27 升。

²²⁰ 蕭燦認為白於簡 0898 的後續簡文應是「廿七分升十一」，所以，有意見認為第 1853 號應接第 0898 號簡，但筆劃殘痕與「廿七分升」字樣不合。

²²¹ 第 0979 號簡上接簡缺失，內容與第 2082 和 0951 號簡記載的算題相同。但是，因為有駢食者，我們懷疑它是接在第 1482 號簡與第 0898 號簡之後。我們猜測若第 0979 號簡上接簡缺失為一人斗食，一人半食，一人參食，一人駢食，一人駢食，凡五人，有米十五斗(或一石半)。

斗食者取六斗九分斗六， $1/(1+1/2+1/3+1/4+1/5) \times 5 = 6+(6/9)$ 。

駢食者取一斗九分升一。 $(1/6)/(1+1/2+1/3+1/4+1/5) \times 5 = 1+(1/9)$ 。

²²² 貸，即貸，借貸。《說文解字·貝部》：「從人求物也。」《繫傳》：「借也」。參見《睡地虎秦墓竹簡》「法律答問」之「府中公金錢私貸用之」條。

²²³ 依術計算借貸利息如下： $\frac{17 \times 7 \times 8}{30 \times 100} = \frac{119}{375}$ ($\frac{17 \text{錢} \times 7 \text{日}}{30 \text{日}} \times \frac{8}{100}$ 利息)。此題與《九章算術》衰分章第二十題

相類：「今有貸人千錢，月息三十。今有貸人七百五十錢，九日歸之，問息幾何？」

²²⁴ 1 布當 11 錢，1 布的標準尺寸是 8 尺長，2 尺 5 吋寬。此處與《睡地虎秦墓竹簡》所記錄的布的信息是一致的。在算題 0773 裡，「布」宜視為一種商品。

²²⁵ 依術計算如下： $(3 \times 11) \div 8 = 4 + (1/8)$ (錢)。此題與《九章算術》衰分章第十三題相類，但都不屬於衰分問題。應該是今有術。衰分章第十三題如下：「今有布一匹，價直一百二十五。今有布二丈七尺，問得錢幾何？」

²²⁶ 糴(糴)，買入糧食。《說文解字·入部》：「糴，市穀也。」

²²⁷ 端價，即正價。此處是避秦始皇帝政諱。

²²⁸ 依術計算如下：欲糴米錢數/端價 \times (1 石 = 10 斗)。

²²⁹ 糴(糴)，此字寫在上編繩上方，疑為題名。

²³⁰ 此處依術計算如下： $27 \times (27 \times 10) \div 50 = 5 + (2/5)$ (斗)，即 5 斗 4 升。此題與《九章算術》衰分章第十四題相類，但都不屬於衰分問題，應該是今有術。衰分章第十四題：「今有素一匹一丈，價直六百二十五。今有錢五百，問得素幾何？」

²³¹ 簡文「兌(稅)」後脫「一」字。「除」通「餘」。「(關)五兌(稅)除金一兩」，意為每一關收五分之一的稅，最後餘下的金為一兩。

²³² 古人的計算應如下式： $1 \times \frac{5 \times 5 \times 5}{4 \times 4 \times 4} = \frac{125}{64} = 1 \frac{61}{64}$ (兩)

此處與鄒大海同，亦認為文末似可補「，以為法；又參五之，以為實」，之後可能還有「實如法而一」之

- 𠄎節²³³，上節一斗。下節二斗，衰以幾可（何）²³⁴？曰：衰以幾可（何）？曰²³⁵：衰以九分斗一。其述（術）曰：直（置）上下數，以少除多²³⁶，以餘為衰君（實），直（置）節數除一焉以命之²³⁷。 0838
- 米賈（價）石六十四錢，今有粟四斗，問得錢幾可（何）？曰：十五錢廿五分錢九。其述（術）以粟=（米）求之²³⁸。 0305
- □□且稟米五斗于倉=，²³⁹（倉）毋米而有糲，糲二粟一，今出糲幾可（何）？當五斗有（又）十三分斗十。²⁴⁰倉米有米，不智（知）²⁴¹ 0918+0828
- 𠄎米粟且各得幾可（何）？曰：米取三斗有（又）廿七分升廿四²⁴²，粟取三斗有（又）廿七分升三。²⁴² 0840
- 曰：以粟為六斗²⁴³，米為十斗²⁴³，麥為六斗²⁴³，〔大半〕𠄎 0902
有（又）置粟六斗，米十斗，麥六斗大半斗，亦令各以一為六，已，乃并粟米麥，凡卅斗，以物乘之，如法得一斗，不盈 1715
斗者以法命之。²⁴³ 1710
- 段（煨）鐵一鈞用炭三石一鈞，²⁴⁴斤用十三斤，兩用十三兩。²⁴⁵ 0896
- 銅斤十二斤者，兩得十六分十二，朱（銖）得廿四分錢十二。²⁴⁶ 0983

※少廣

- 少廣。²⁴⁷下有半，以為二，²⁴⁸半為一，同之三，²⁴⁹以為法。²⁵⁰赤²⁵¹〈亦〉直（置）

類的文字。

²³³ 簡首殘，據題意可補〔今有竹十〕。據答案「衰以九分斗一」知，需要從「上節一斗」加衰至九次才得到「下節二斗」，連同上節，正好是十節。

²³⁴ 此處「衰」相當於等差數列的公差，此題是求等差數列公差的問題。

²³⁵ 原簡文「衰以幾可（何）？曰」五字重複抄寫了，為衍文，當刪。

²³⁶ 以少除多，用「上節一斗」除「下節二斗」。「除」是減、除去的意思。

²³⁷ 「直（置）節數除一焉以命之」，意為「從竹的節數中減去 1，然後以之為分母命名分數」。術文可以表示為算式： $(2-1) \div (10-1) = 1/9$ （斗）。

²³⁸ 「粟=」為「粟米」合文。依術計算如下：粟：米=5：3，故粟 4 斗，為米，為米 $4 \times (3/5) = 12/5$ 斗。10 斗賈 64 錢，因此 $12/5$ 斗之賈為 $(64 \times (12/5)) \div 10 = (64 \times (4/10) \times (3/5)) = 15 + (9/25)$ （錢）。此題與《九章算術》均輸章第 11 題相類，但都不是均輸算法。《九章算術》均輸章第 11 題：「今有惡粟二十斗，舂之，得糲米九斗。今欲求糲米十斗，問惡粟幾何？得糲米九斗。今欲求糲米十斗，問惡粟幾何？」

²³⁹ 簡首「□□」兩字疑為「有人」。

²⁴⁰ 第 0819 號簡與第 0828 號簡左右拼合為一枚。題意是：用糲和粟抵充 5 斗米，糲：粟=2：1 問出糲多少。又已知粟：米=50：30，據算題數據驗算得：糲：米=30：17。算題計算如下：故每出一斗粟，抵充 $30/50$ 斗米。對應的，糲需出 2 斗，抵充 $2 \times (17/30)$ 斗米。故出糲： $5/[1 \times (30/50) + 2 \times (17/30)] \times 2 = 75/13 = 5 + (10/13)$ 斗糲米。此算題與《九章算術》均輸第 6 題相類，但都不是均輸算法。《九章算術》均輸章第 6 題：「今有人當稟粟二斛。倉無粟，欲與米一、菽二，以當所稟粟。問各幾何？」

²⁴¹ 「倉中有米，不智（知）」應是算題的另一問，或者是另一算題。

²⁴² 第 0840 號簡簡首殘，現存長度約 24.3 釐米，下端空白約 7.8 釐米。上接簡缺失。

²⁴³ 按此算題現存答案和術文部分，可推知應屬衰分類算題。

²⁴⁴ 段，通煨。煨鐵，冶煉熟鐵。一石四鈞，所以三石一鈞=十三鈞，鈞，鈞，衡制單位，三十斤。參見《睡地虎秦墓竹簡·效律》「斗不正」。

²⁴⁵ 據題意，煨鐵與用炭比為 1：13。

²⁴⁶ 此題應為銅一斤十二錢者，一兩得十六分之十二錢，一銖得三百八十四之十二錢。所以，「廿四」有誤，正確的當為「三百八十四」。1 石=4 鈞=120 斤，1 鈞=30 斤，1 斤=16 兩，1 兩=24 銖。

²⁴⁷ 少廣是《九章算術》的一章，李淳風注：「一畝之田，廣一步，長二百四十步。今欲截取其從少，以益其廣，故曰少廣。」

²⁴⁸ 此處依據其他簡內容推斷為以一為二，補上一。

- 二百冊步，亦以一為二，為四百八十步，除²⁵²，如法得一步，為從(縱)百六十²⁵³ 0942
- 下有四分，以一為十二，以半為六[┌]，三分為四⁼，(四)分為三，同之廿五，以為法。直(置)二百冊步，亦以一為十二，為二千八百八十步，0949
除之，如法得一步，為從(縱)百一十五步有(又)廿五分步五，成一畝²⁵⁴。0846
- 下有五分，以一為六十，以半為卅[┌]，三分為廿[┌]，四分為十五⁼，(五)分為十二，同之百卅七，以為法，直(置)二百冊步，亦以一為六十，0811
為萬四千四百，除之，如法得一步，為從(縱)百五步有(又)卅七分步十五，成一畝。0850²⁵⁵
- 下有七分，以一為四百廿，以半為二百一十[┌]，三分為百卅[┌]，四分為分為百五⁼，(五)分為八十四，六分為七十，七分為六十，同之千²⁵⁶ 0948
☐直(置)二百冊步，亦以一為四百廿，為十萬八百，除☐ 2103
☐〔如〕法得一步，為從(縱)九十二步有(又)千八十九分步六百一十二，成田一畝。2160
- 下有八分，以一為八百卅[┌]，以半為四百廿[┌]，三分為二百八十[┌]，四分為二百一十[┌]，五分為百六十八[┌]，六分為百卅[┌]，七分為 0821
百廿[┌]，八分為百五，同之二千二百八十三，為法，直(置)二百冊步，亦以一為八百，為廿萬一千六百，〔除之〕²⁵⁷，如法〔得一步，為從(縱)☐☐〕²⁵⁸ 0763

²⁴⁹ 「同之三」中的「同之」，解釋為「相加為三」。

²⁵⁰ 以為法，解釋為「將三為除數」。

²⁵¹ 此處依據其他簡內容推斷，「赤」字應是「亦」，為筆誤。

²⁵² 此處依據其他簡內容推斷應可補成「除之」。

²⁵³ 此處依據其他簡內容推斷，應可補成為從「(縱)百六十步，成一畝」。依 0942 簡逐步翻譯：廣(寬)逐漸從 1 變大為 $1+(1/2)$ 時，將 1 變成 2，變成 1，將 2 和 1 相加為 3，以 3 為除數。將 240 步乘以 2 為 480 步，除以 3，160 即為從(長)。 $240/(1+(1/2))=(240 \times 2)/(2+1)=480/3=160$ 。

²⁵⁴ 此處相較於《九章算術》「乘之成一畝田」，是為驗算的意思。依 0949 + 0846 簡逐步翻譯：廣逐漸從 1 變大為 $1+(1/2)+(1/3)+(1/4)$ 時，將 1 變成 12，2 變成 6，3 變成 4，4 變成 3，將 12 和 6 和 4 和 3 相加為 25，以 25 為除數。將 240 步乘以 12 為 2880 步，除以 25， $115+(5/25)$ 即為從(長)，長乘以寬驗算為 240 即為一畝田： $240/[1+(1/2)+(1/3)+(1/4)]=(240 \times 12)/(12+6+4+3)=2880/25=115+(5/25)$ ； $(1+(1/2)+(1/3)+(1/4)) \times (115+(5/25))=240$ 。

²⁵⁵ 依 0811 + 0850 簡逐步翻譯：廣(寬)慢慢從 1 變大為 $1+1/2+(1/3)+(1/4)+(1/5)$ 時，將 1 變成 60，2 變成 30，3 變成 20，4 變成 15，5 變成 12，將 60 和 30 和 20 和 15 和 12 相加為 137，以 137 為除數。將 240 步乘以 60 為 14400 步，除以 137， $105+15/137$ 即為從，長乘以寬驗算為 240 即為一畝田。一畝田面積÷廣 = $240/[1+(1/2)+(1/3)+(1/4)+(1/5)]=(240 \times 60)/(60+30+20+15+12)=14400/137=105+15/137$ (從)；廣×從 = $(1+1/2+1/3+1/4+1/5) \times (105+15/137)=240$ (一畝田面積)。

²⁵⁶ 此處依據其他簡內容，推斷應在千字後面補上：「八十九，以為法。直(置)二百冊步，亦以一為四百廿，為十萬八百步，除之，如法得一步，為從(縱)九十二步有(又)千八十九分步六百一十二，成田一畝。」2103 簡和 2160 簡文中缺失的部分還原後，很有可能和上句相同。第 2160 號簡的拼連方案，是蕭燦引自大川俊隆。依 0948+2103+2160 簡，翻譯如上面幾題：廣為 $1+1/2+1/3+1/4+1/5+1/6+1/7$ 時，將 1 到 7 分別變為 420·210·140·105·84·70·60，以和 1089 為除數。將 240 步乘以 420 再除以 1089· $92+(612/1089)$ 即為從，長乘以寬驗算為 240 即為一畝田。一畝田面積/廣 = $240/[1+(1/2)+(1/3)+(1/4)+(1/5)+(1/6)+(1/7)]=(240 \times 420)/(420+210+140+105+84+70+60)=100800/1089=92+(612/1089)$ (從)；廣×從 = $[1+(1/2)+(1/3)+(1/4)+(1/5)+(1/6)+(1/7)] \times (92+(612/1089))=240$ (一畝田面積)。

²⁵⁷ 「〔除之〕」字模糊，根據題意補出。

²⁵⁸ 「〔得一步，為從(縱)☐☐〕」，字模糊，根據題意補出，後面應加上「八十八步二千二百八十三步六百九十六，成一畝。」計算如下：一畝田面積/廣 = $240/[1+(1/2)+(1/3)+(1/4)+(1/5)+(1/6)+(1/7)+(1/8)]=(240 \times 840)/(840+420+280+210+168+140+120+105)=201600/2283=88+(696/2283)$ (從)；廣×從 = $[1+(1/2)+(1/3)+(1/4)+(1/5)+(1/6)+(1/7)+(1/8)] \times [88+(696/2283)]=240$ (一畝田面積)。

- 下有十分，以為二千五百廿，半為千二百六十²⁵⁹，三分為八百卅²⁵⁹，四分為六百卅²⁵⁹，五分為五百四²⁵⁹，六分為四百廿，七分為三百六十，八分 0958
為三百一十五²⁵⁹，九分為兩百八十²⁵⁹，十為二百五十二，同之七千三百八十一，以為法，直（置）二百卅步，亦以一為二千五百廿，凡六十萬四千八百，除 0789
之，如法得一步，為從（縱）八十一有（又）七千三百八十一分步之六千九百卅九，成田一畝。 0855²⁵⁹
- 述（術）曰：以少廣。曰：下有三分，以一為六，凡成十一以為法，亦令材一為六，如法一人。²⁶⁰ 1741
- 田廣五分步四，啟從（縱）三百步，成田一畝，以少廣求之。²⁶¹ 1833
- □即以少廣曰：下有三分，以一為□ □□六，凡成百卅六以為法²⁶² J02

※體積類算題

- 〔倉廣〕二丈五尺，問表²⁶³幾可（何）容禾萬石？曰：表卅丈。術（術）曰：以廣乘高法，即曰，禾石居十二尺²⁶⁴，²⁶⁵萬石，十二萬²⁶⁶ 0498
尺為 蕘（實）=，（實）如法得表一尺，其以求高及廣皆如此。 0645
- 倉廣五丈，表七丈，童高二丈，²⁶⁷今粟在中，盈與童平，²⁶⁸粟一石居二尺七寸，²⁶⁹問倉積尺及容粟各幾 0801

²⁵⁹ 計算如下：一畝田面積/廣= $240/[1+(1/2)+(1/3)+(1/4)+(1/5)+(1/6)+(1/7)+(1/8)+(1/9)+(1/10)] = (240 \times 2520)/(2520+1260+840+630+504+420+360+315+280+252) = 604800/7381 = 81+(6939/7381)$ ；廣×從 = $(1+1/2+1/3+1/4+1/5+1/6+1/7+1/8+1/9+1/10) \times [81+(6939/7381)] = 240$ （一畝田面積）。

²⁶⁰ 第 1741 號簡完好，下半部空白。上接簡缺失。

²⁶¹ 廣從相乘為一畝田，計算如下： $(4/5) \times 300 = 240$ （為一畝田），240 平方步為一畝。

²⁶² 編號 J02 的照片包含兩段殘片，第一段文字中，下有三分，應該接「以一為六，以半為三，三分二，同之十一，以為法。」第二段文字中，「凡成百卅六以為法」，明顯地從數據分析，兩段屬不同題。少廣部分，0942；0940+0846；0811+0850；0948+2103+2160；0821+0763；0958+0789+0855 這六題相類似，可與《九章算術》「少廣章」之第一、三、四、六、七、九題對照。《數》的少廣部分明顯缺某些題，其中「下有三」在 J02 照片中為殘片，另外也缺少「下有六」、「下有九」、「下有十一」、「下有十二」等與《九章算術》對應之句子。

²⁶³ 廣：東西向長度、表：南北向長度。

²⁶⁴ 根據 0760 簡，把禾放在底面積為 1 平方公尺的四稜柱，其高度為 12 公尺。

²⁶⁵ 在穀物換算類問題的竹簡 0760 與 0834 亦有類似的語句，例如「麥二尺四寸一石」，可解讀為將一石的麥堆積成底面一尺見方的長方體時，高為二尺四寸。本題的後面一題亦有「粟一石居二尺七寸」的說法。因此，這句話的意義應為：將一石的禾堆積成底面一尺見方的長方體時，高為十二尺。如果這樣解讀的話，後面的「萬石，十二萬」就很容易用同樣的方法解釋。而且，這就表示這裡的「十二尺」是某種禾的「標準高度」，而不是指倉庫堆積穀物的高度。蕭燦在解讀此題時，將「十二尺」使用兩次，同時當成堆積的高度與一石禾的標準高度，這樣的解讀不見得合適。但是，如果我們這樣解讀正確，那麼題目就少了「高」這個條件。如果要按照蕭燦的解讀，那麼，唯一可能的情況是：由於禾的「標準高度」為十二尺，所以，倉庫中刻意就將禾堆積至十二尺高，如此一來，這樣本題就有意義了，也就是「在廣為二丈五尺的倉庫，要裝入標準高度為十二尺的禾，求表的長度」。但解決此一疑問之後，答案最後又冒出來「其以求高及廣皆如此」，又使這個解釋出現問題。因為如果把穀物的「標準高度」當成倉庫堆積的固定高度，那麼，只要知道穀物的種類，就不會有求高的問題。因此，不管是我們原先的解讀還是蕭燦的解讀，在不改動原文的情況下，都有無法解釋的地方，除非 0498 與 0645 兩條簡原本不該串成同一題，而應該各自去找其他的竹簡連結。如果是第三種可能，目前，我們尚未看到可以連結的殘簡，有待未來研究，「以俟能言者」。

²⁶⁶ 禾一石放在此倉的高度是 12 尺；禾一石體積為 12 立方尺，一萬石總體積為 12 萬立方尺。廣乘高為法 $(25 \times 12 = 300)$ ，12 萬尺為實，表 = $120000/300 = 400$ （尺）。

²⁶⁷ 雖然有出現「童」字，但從後面的計算過程來看，本題的立體應該不是「芻童」，而是長方體。

²⁶⁸ 童：在此指長方體的高度，「盈與童平」是說明粟米放的高度與童高一樣。

²⁶⁹ 意即一石的粟堆積成以一尺見方為底的長方體時，高度為二尺七寸。

- 可(何)?曰:積尺七萬尺,容粟二萬五千九百廿五石廿七分石廿五。述(術)曰:廣袤相乘,有(又)以高乘之,即尺。²⁷⁰以二尺²⁷¹ 0784
- 城止²⁷²深四尺,廣三丈三尺,袤二丈五尺,積尺三千三百。術(術)曰:以廣乘袤有(又)乘深即成 \perp 。唯筑城止與此等。²⁷³ 1747
 - 救(求)城之述(術)曰:〔并上〕下厚而半之,以袤²⁷⁴乘之²⁷⁵,即成²⁷⁶尺。²⁷⁷ 0767
 - 城下后(厚)三丈,上后(厚)二丈,高三丈,袤丈,為積尺七千五百尺。²⁷⁸ 0996
 - \square 尺,積尺萬五千六百 \perp 。術(術)曰:上后(厚)乘上袤,下后(厚)乘下袤,并之,有(又)并上下袤相乘也²⁷⁹,同之二千六百,以高乘之,六成一。²⁸⁰ 1746
 - 救(求)隄²⁸¹廣袤不等者,²⁸²同袤半之,亦同廣半之,乃各以其徐廣袤相乘,高乘即

²⁷⁰ 依前術文計算,倉庫體積為 $50 \times 70 \times 20 = 70000$ (尺)。

²⁷¹ 剩餘的術文,應該在其他的竹簡上。最後一句話可能是「以二尺七寸為法,七萬尺為實=(實)如法得容粟一石」。依前述術文計算, $7000 / (2 + (7/10)) = 25925 + (25/27)$ (石)。

²⁷² 「城止」即城的地基。

²⁷³ 本題的城止為長方體,體積即廣袤深相乘, $33 \times 25 \times 4 = 3300$ (尺)。

²⁷⁴ 此處應該少了「高」。

²⁷⁵ 城體積= $\frac{(上厚+下厚)}{2} \times 袤 \times 童(高)$ 。

²⁷⁶ 應為「城」字。

²⁷⁷ 本題與《九章算術》商功章的「城」相同,都是兩端為等腰梯形的柱體。術文首句前面,蕭燦依殘痕與題意補上「并上」二字,第二句少了「城高」,也就是等腰梯形的高,故蕭燦在將術文加上一字,改為「以(高)袤乘之」,因此,術文可列式為 $(上厚+下厚) \times \frac{1}{2} \times 高 \times 袤$ 。

²⁷⁸ 依前術文計算, $(30+20) \times \frac{1}{2} \times 30 \times 10 = 7500$ (尺)。

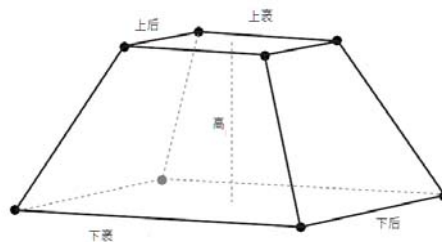
²⁷⁹ 此術文有「上下厚、上下袤」,推估應該是「芻童」的體積公式。

²⁸⁰ 本算題不完整。從術文中的上后、上袤、下后、下袤與高這些量來看,本題的立體應該與《九章算術》商功章及《算數書》中的芻童是相同的(如下圖)。<《九章算術》的體積公式是

$[(2 \times 上袤 + 下袤) \times 上廣 + (2 \times 下袤 + 上袤) \times 下廣] \times 高 \times \frac{1}{6}$,而《算數書》中的術文,則可解讀為

$[上袤 \times 上廣 + 下袤 \times 下廣 + (上袤 + 下袤) \times 上廣 + (下袤 + 上袤) \times 下廣] \times 高 \times \frac{1}{6}$,兩者是等價的。如果把本算題的「后」視為「廣」的話,那麼,這裡的術文與《九章算術》及《算數書》中的術文接近,但仍不相同。這對校勘者造成了困擾。蕭燦引述了彭浩、武田時昌、鄒大海、林力娜(Karine Chemla)與徐義保等學者的意見。各家學者的共識如下:如果本題描述了正確的芻童公式,那麼,術文最有可能是

$[上袤 \times 上后 + 下袤 \times 下后 + (上袤 + 下袤) \times (上后 + 下后)] \times 高 \times \frac{1}{6}$ 。彭浩與武田時昌認為不需改動原文,但要對術文中的「上后」、「下后」或「并之」做字面以外的解釋;另外三位學者則主張補入數個字使術文正確。我們的意見與鄒大海以及林力娜較接近,就是要補入五個字,即「...有并上下袤〔,亦並上下后〕,相乘也...」。這樣,就可以使術文描述出正確的公式。



芻童示意圖

²⁸¹ 同「堤」字。

- 成²⁸³ L。²⁸⁴廣表等者，徑令廣表 0940
相乘高即成。²⁸⁵ 0845
- 方亭，乘之，上自乘，下自乘，下壹乘上，同之，以高乘之，令三而成一。²⁸⁶ 0830
 - 乘方亭述（術）曰：上方藉之下各自乘也，而并之，令上方有（又）相乘也，以高乘之，六成一。²⁸⁷ 0818
 - \square 亭，下方三丈，上方三（二）丈，高三丈，為積尺萬九千尺。²⁸⁸ 0777
 - 方亭，下方四丈，上三丈，高三丈，為積尺三萬七千尺。²⁸⁹ 0959
 - \square 〔上方五〕丈，下方三丈，深丈五尺，為積尺二萬四千五百〔尺〕。²⁹⁰ 1658
 - 乘園（圓）亭之述（術）曰：下周藉之，上周藉之 \square 0768
 \square 各自乘也，以上周壹乘下周，以高乘之，卅六而成一。²⁹¹ 0808
 - 員（圓）亭上周五丈，下〔八〕丈，²⁹²高二丈，為積尺七千一百六十六尺大半尺。其術（術）曰：藉上周各自下之后而各自益²⁹³ 0766
 - 救（求）除之述（術）曰：半其表以廣高乘之，即成尺數也。²⁹⁴ 0977

²⁸² 「隄」即堤防。本題應該與《九章算術》商功章的「堤」相同，亦為兩端是等腰梯形的柱體。

²⁸³ 此題我們同意蕭燦的見解：

表不等，堤體積= $[(上表+下表)/2] \times 廣 \times 高$ 。

廣不等，堤體積= $[(上廣+下廣)/2] \times 表 \times 高$ 。

²⁸⁴ 所謂「廣不等」與「表不等」，應該是指隄的方向不同，「廣不等」就是城兩端的梯形面在廣那一面，「表不等」就是在表那一面。所以，廣不等者的體積公式即為 $(上廣+下廣) \times \frac{1}{2} \times 表 \times 高$ 。表不等者的體積公式

即為 $(上表+下表) \times \frac{1}{2} \times 廣 \times 高$ 。

²⁸⁵ 「廣表等者」，就是上廣等於下與上表等於下表相等，所以，公式即為廣表高相乘。「廣表等者」，就是上廣等於下與上表等於下表相等，所以，公式即為廣表高相乘。廣表相同者，堤體積= $廣 \times 表 \times 高$ 。

²⁸⁶ 從術文來看，此處的方亭與《九章算術》商功章的方亭相同，即截頂方錐。「上」指上底的邊長，「下」指下底的邊長。術文的體積公式為 $(上^2 + 下^2 + 上 \times 下) \times 高 \times \frac{1}{3}$ 。

²⁸⁷ 本題名為「乘方亭述」，但與簡 0830 方亭的術文相去甚遠。我們認為本題有可能是將方亭視為一種芻童的特例，套用其公式所得的術文。但這樣仍然無法合理地解釋術文，因此，術文可能有缺漏。蕭燦 (2010) 引述武田時昌與鄒大海的校勘意見，皆認為需要補入許多文字。綜合二位學者的意見，原文將會變成「上方藉之，下〔方藉之〕，各自乘也，而并之，令上〔下〕方有相乘也，〔同之〕，以高乘之，六成一」，則此術文可解讀為體積公式 $[上方^2 + 下方^2 + (上方+下方) \times 上方 + (上方+下方) \times 下方] \times 高 \times \frac{1}{6}$ 。

²⁸⁸ 本題根據答案，上方應為「二丈」，術文可列式為 $(20^2 + 30^2 + 20 \times 30) \times 30 \times \frac{1}{3} = 19000$ (尺)。

²⁸⁹ 依前述術文計算， $(30^2 + 40^2 + 30 \times 40) \times 30 \times \frac{1}{3} = 37000$ (尺)。

²⁹⁰ 蕭燦依題意與殘痕在前面補上「上方五」三字。依術文計算， $(50^2 + 30^2 + 50 \times 30) \times 15 \times \frac{1}{3} = 24500$ (尺)。

²⁹¹ 本題與《九章算術》商功章的圓亭體積公式相同，即 $(上周^2 + 下周^2 + 上周 \times 下周) \times 高 \times \frac{1}{36}$ 。

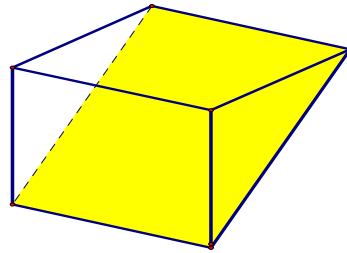
²⁹² 根據計算，下周應為「八」丈，故蕭燦補入一字。

²⁹³ 根據前一條的術文計算，體積為 $(50^2 + 80^2 + 50 \times 80) \times 20 \times \frac{1}{36} = 7166\frac{2}{3}$ (尺)。

²⁹⁴ 「除」的本意為「殿陞」，也就是宮殿之石階。《九章算術》與《算數書》都有「羨除」，也就是墓道的體積計算。但是，觀察本題的術文，與《九章算術》與《算數書》中「羨除」的形狀不同，反而比較像《九章算術》中「邪解立方」而成的「塹堵」，也就是直角三角柱。這個形狀也並未違反「除」字的本意，可以視為一種上升的階梯。為本題依術文計算，「除」的體積公式為 $\frac{1}{2} \times 表 \times 廣 \times 高$ ，也與《九章算術》中的

- 積佳（錐）者，兩廣相乘也，高乘之，三成一尺。²⁹⁵ 0997
- 城上廣二丈，下廣五丈，上表六丈六尺，下毋表，高六丈四尺，積尺六萬三千三百六十尺。術（術）曰：以上²⁹⁶ 0456
- \square 廣袤相乘，高乘之，二成一尺。²⁹⁷ J13
- 有玉方八寸，欲以為方半寸畀（棋），問得幾可（何）？曰：四千九十六。述（術）：置八寸，有（又）藉置八寸，相乘為六十四，有（又）藉置六²⁹⁸ J25

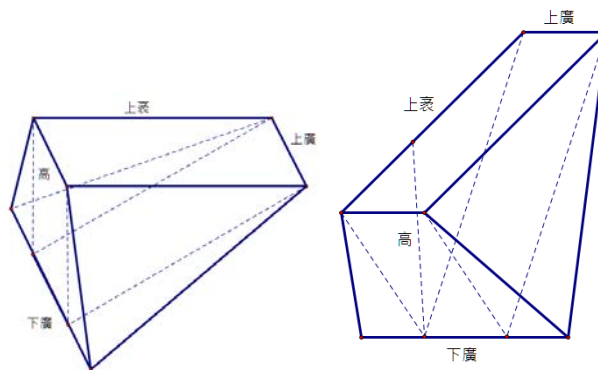
「塹堵」相同。



「除」的示意圖

²⁹⁵ 本題「積佳」的術文中有「兩廣」，如果這代表兩廣可以不等的话，則我們就無法同意蕭燦將此題解讀為與《九章算術》商功章的方錐相同。如果這是一個底面為長方形的錐體，那麼，就與《九章算術》與《算數書》不同，它們只有陽馬、方錐兩種特殊的四角錐，以及相當於截頂長方錐的芻童，沒有長方錐。本題依術文計算，體積為兩廣相乘，乘以高再乘以三分之一。

²⁹⁶ 本題術文有殘缺。僅從題目文字來看，雖然本題所求的立體名為「城」，但是與前面簡 0767 的「城」顯然是不同的。文字中有提到「上廣」、「下廣」、「上表」以及「下無表」，因此筆者推測可能是形如下面兩示意圖中的立體。如示意圖一，如果這個立體的一個側面與上廣及上表所圍成的上底面垂直，則這個立體可以看成《九章算術》中羨除的一種特例。一般的羨除三廣不等，而這個立體是一種上兩廣相等的羨除，使得上底面是長方形而非梯形。因此這種立體只有上廣與下廣，《九章算術》中羨除一題中提及的「末廣」在此就與上廣相等。這種立體可以分割成一個「塹堵」與兩個「鼈臠」，劉徽在對《九章算術》的注解中也有提及這種立體。如果本題的立體不見得如示意圖一，而是如示意圖二一樣，側面均不垂直上底面，那麼這種「城」，就與《九章算術》及《算數書》中所出現的立體均不相同，可以視為《數》這批竹簡中的新發現。



城示意圖之一

城示意圖之二

²⁹⁷ 本題與簡 0977 的算法相同，可能也是求「除」的體積。

²⁹⁸ 本題原本可以用 $16 \times 16 \times 16 = 4096$ 得到答案，亦即長寬高皆為 16 個棋子，但術文為 $8 \times 8 = 64$ ， $64 \times 64 = 4096$ 。根據蕭燦引述鄒大海的解讀，1 寸見方的棋，可以從長、寬、高分別平分分成 8 個半寸棋。將 8 個半寸棋排成長 8 寸，寬、高各 1 寸的長條，就有 $8 \times 8 = 64$ 個半寸棋。將這樣的長條 8 條排成一層立方棋，再疊 8 層就可得原來 8 寸見方的立體。因為這樣就有 $8 \times 8 = 64$ 個長條，因此總共有 $64 \times 64 = 4096$ 個半寸棋。

- □城下后（厚）三丈□二 □²⁹⁹ 1843
- 丈，上表四丈，高九尺，為積尺八千六百卅尺·大凡三萬五千九百卅尺。³⁰⁰ 0980
- 卅六得一³⁰¹ 0762
- □表六十步。其述（術）曰：以 □³⁰² 2187

※贏不足類算題

- 贏不足。三人共以五錢市，³⁰³今欲賞³⁰⁴（償）之，問人之初幾可（何）錢？得曰：人出一錢三分錢二。其述³⁰⁵（術）曰：以贏、不足互乘母³⁰⁶ 0413
- 凡以贏不足有（又）求足，藉³⁰⁷之，曰：資³⁰⁸（貸）人錢三，今欲賞（償）米，斗二錢，賞（償）一斗，不足一錢，〔賞（償）二斗〕□ 0920
- □有（又）贏一錢，即直（置）一斗、二斗各直（置）□ C410104
- 贏、不足，其下以為子³⁰⁹，（子）互乘母，並以為資（實），而並贏、不足以為法，如法一斗半。³¹⁰ 0790
- 米一斗五錢，叔（菽）五斗一錢，今欲以一錢買二物，各得幾可（何）？曰：米得一升三分二，叔（菽）得八升三分一。³¹¹術（術）³¹²以 0499

²⁹⁹ 此為殘簡，目前未找到可與之組合之其他簡，故無法判讀。

³⁰⁰ 此為殘簡，目前未找到可與之組合之其他簡，故無法判讀。

³⁰¹ 此為殘簡，可能與圓亭問題有關。

³⁰² 此為殘簡，目前未找到可與之組合之其他簡，故無法判讀。

³⁰³ 「市」此指交易。

³⁰⁴ 「賞」原意指論功行賞，此應指還債務。

³⁰⁵ 「述」原意為遵循，參考《說文解字》。在《論語》中，也有繼續別人之事業或闡述他人之學說。引自教育部異體字字典 <http://dict2.variants.moe.edu.tw/variants/rbt/index.rbt>。日期：2012/10/13。也許這可以說明這本書抄錄方式，是來自口述或轉錄。

³⁰⁶ 依題意如果直接求 $\frac{5}{3}$ 是比較快的，但若依照其還原的方法，如同蕭燦文中所提供的解法，應是

$\frac{2 \times 2 + 1 \times 1}{2 + 1} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$ 。雖然現代看起來，贏不足的方法等價於簡單的二元一次聯立方程組的問題，在當時應是以平均的概念，做為解決的逼近，也就是說，以贏母、不足母互相乘上對方的不足子與贏子，如此一來，母錢的就會依照子錢不足與贏平均分配，也就是 $2 \times \frac{2}{3} + 1 \times \frac{1}{3}$ 。

³⁰⁷ 𠄎一´ 或是 𠄎一ㄗ`，應是「借」的意思，但意義在文句中尚不明確。

³⁰⁸ 𠄎ㄗ` 原意是乞求的意思。

³⁰⁹ 擺放的位置如右：

1	2
1	1

³¹⁰ 若是依照比例計算是很容易得到 $1 \frac{1}{2}$ 結果，但在此題卻用贏不足的方法，蕭燦依照《九章算術》中贏不足的方法： $\frac{2 \times 1 + 1 \times 1}{1 + 1} = 1 \frac{1}{2}$ 。同上題，只要這樣計算，那麼，母錢與子錢就會依照子錢的不足與贏分配母錢。

³¹¹ 若依照答文，原始的簡文的確如同蕭燦的意見，應補上（共一斗）的條件，如果沒有則有無法有唯一的解答。且答曰中單位是「升」，雖無法斷定原始計算的單位是「斗」抑或是「升」，在贏不足的方沒有妨礙。依然是以贏母與不足母依照不足子與贏子的比例來分配。

³¹² 此處的術與術通用。

■ 贏不足求之。☐ 0026

☐斗九錢，案十☐ C020107

七錢，叔（菽）十斗☐ 2197

斗，用八錢，問各幾可（何）？曰：稻六斗 0799

〔術〕曰：直（置）稻九，不足一其下，案七，直（置）贏☐ 2198

一其下，叔（菽）五，直（置）贏三其下，案不足☐ 2179

乘案七，同之卅，為稻費（實），以叔（菽）三乘（菽）五，十五為案費（實），以稻不足一乘叔（菽）五為費（實），同贏 0496

■ 不足☐ C100108

■ 五以為法，如法各得一斗。³¹³ 0497

■ ☐不足以為法，如法得一錢。 0905（殘簡）

■ ☐一述（術）曰，以七十錢為法，以三錢乘 1655（殘簡）

※勾股算題

■ 有園（圓）材薶（埋）地，不智（知）小大，斲之，入材一寸而得平一尺，問材周大幾可（何）。即曰：半平得五寸，令相乘也，以深 0304

一寸為法，如法得一寸，有（又）以深益之，即材徑也³¹⁴。 0457

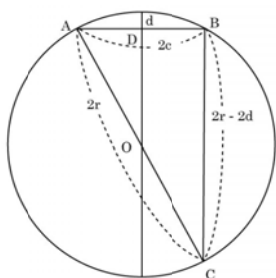
³¹³ 依照蕭燦的復原方案，最後一枚簡 0497 中，「各得一斗」與解釋不合，但若將 0497 簡捨去，則法(分母)則不明，目前尚未了解三項的運算方式。主要由 0496 這枚簡可看出有三項的運算，所以將相關的殘簡放在一起。但因為簡中也並沒有明確的資訊，解釋全部究竟買了幾斗，故亦無法做出其他的結論。

³¹⁴ 按本題算法：「半平得五寸，令相乘也，以深一寸為法，如法得一寸，有(又)以深益之，即材徑也」，可以翻譯為如下算式：

$$\frac{\text{半平} \times \text{半平}}{\text{深}} + \text{深} = \text{材徑}。 \text{以半平} = 5 \text{ 寸代入得 } \frac{5 \text{ 寸} \times 5 \text{ 寸}}{1 \text{ 寸}} + 1 \text{ 寸} = 26 \text{ 寸}。$$

這個問題和《九章算術》第九卷勾股章第 9 題的問題類似，是秦簡《數》中唯一的一道勾股問題。在已知的出土的其他簡牘數學文獻中，並沒有發現類似的問題。《九章算術》勾股章第 9 題：「今有圓材，埋在壁中，不知大小。以鋸鋸之，深一寸，鋸道長一尺。問徑幾何？答曰：材徑二尺六寸。術曰：半鋸道自乘，如深寸而一，以深寸增之，即材徑。」如果不考慮問題的情境及語言表達的差別，只從給定的條件考察，這兩個問題其實完全相同，唯一差別，乃在於《九章算術》最終要求的是圓的直徑，而秦簡《數》則是求圓的周長。這或許暗示：當時算家已經熟悉圓周與直徑之關係（譬如周三徑一）。另一方面，從簡文解題敘述，我們其實無法看出它依據何種數學原理求解。按當時已知的中國算理來推測，它可以運用勾股定理，相似三角形對應邊成比例，或是圓相交弦定理推導出結果。然而，由於中國古代沒有運用圓相交弦定理的痕跡，此題的解答依據大概只有下列兩種可能：運用勾股定理或相似直角三角形對應邊成比例的性質。

(一) 勾股定理



設 $\overline{AB} = 2c$ ，直徑 $\overline{AC} = 2r$ ，深為 d ，由勾股定理知

※其他

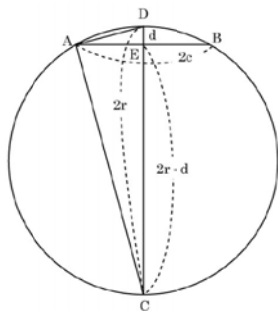
- ³¹⁵□□□□□□□□□□〔而〕³¹⁶五³¹⁷，同之五斗，問得米幾可（何）？曰：廿一分斗之五。其述（術）曰：置一人而四倍之，為廿一 0889
- □為〔法〕，有（又）置五斗，五倍為覓（實）_二，（實）如法一。³¹⁸ 0885
- □可（何）？曰：四升有（又）七分升一 實為□³¹⁹ 1657
- □□乘曰一□□³²⁰ 1844
- □……六……兩九朱（銖）十三分朱（銖）三。³²¹ J12

$$r^2 = c^2 + (r - d)^2$$

$$2rd = c^2 + d^2$$

$$2r = \frac{c^2 + d^2}{d} = \frac{c \times c}{d} + d$$

(二) 相似直角三角形對應邊成比例的性質



$$\because \triangle AED \sim \triangle CEA$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{CE}{EA}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{d} = \frac{2r - d}{c}$$

$$\Rightarrow 2r - d = \frac{c^2}{d}$$

$$\Rightarrow 2r = \frac{c^2}{d} + d = \frac{c \times c}{d} + d$$

上述兩種推論方式，引自蕭燦的博士論文。同時，她也提到，第二種必須利用到中國傳統算學幾乎不曾出現的幾何定理，因此，被運用的可能性應該極小。我們也同意此一推測。然而，《數》的作者，究竟是否真的使用了句股定理，還需要更多佐證。儘管如此，這一個「(圓)材葬(埋)地」問題說明《九章算術》句股章內容，在先秦數學著作中就有淵源。它為我們瞭解先秦（或至遲秦朝）時代這類演算法的情況，提供了第一手材料，也見證先秦中國人認識句股定理的可能性。

³¹⁵ 本條簡完好，但簡上段約有九個文字模糊無法辨識。後續簡可能是 0885 號簡。

³¹⁶ 「〔而〕」據筆畫殘痕補出。

³¹⁷ 蕭燦(2010)指出，第 0889 號簡完好。然簡上段字跡模糊不可辨識，約有九個的墨跡。後續簡可能是 0885 號簡。

³¹⁸ 第 0885 號簡完好。

³¹⁹ 蕭燦(2010)發現，第 1657 號簡照片有三段殘簡。中間一段不是《數》的內容，故不錄入本《數》簡中。而第三段「實為□」也不像《數》的字體風格。

³²⁰ 第 1844 號簡上下均殘。

³²¹ J12 號簡上段殘。簡尾稍殘。整簡字跡漫漶。經本研究團隊比對的結果，上述 6 枚「其它」類簡，尚

※殘片³²²

- 輿 \square C010108
- \square 步少半= (半) 步 \square C010108
- \square 七〔分〕 \square C100302
- $\square\square$ 如法 $\square\square\square$ 不盈尺者以 \square C410115
- 百八 \square C410204
- \square 一，不分者 \square C410307
- $\square\square$ 二斤八兩十二朱（銖） \square C030103
- \square 救（求）城 $\square\square\square$ \square C030207
- \square 券租數 \square \square C060209
- $\square\square\square$ 半之令五 \square \square C130309
- \square 〔法〕，即直輿田步數，如法〔而〕 \square C020103
- \square 六之，細泉七之 \square ³²³ C020311

參考文獻

- 王榮彬、李繼閔 (1995).〈中國古代面積、體積度量制度考〉，《漢學研究》13(2): 159-167。
- 洪萬生 (2002).〈關於《算數書》體例的一個備註〉，《HPM 通訊》5(10): 1-8。
- 洪萬生、林倉億、蘇惠玉、蘇俊鴻著 (2006).《數之起源》，台北：台灣商務印書館。
- 鄒大海 (2003).〈從《算數書》和秦簡看上古糧米的比率〉，《自然科學史研究》22(4):318-328。
- 蕭燦 (2010).《嶽麓書院藏漢簡《數》研究》，長沙：湖南大學嶽麓書院博士學位論文。
- 蘇意雯 (2007).〈運用古文本於數學教學—以開方法為例〉，《臺灣數學教師(電子)期刊》9: 56-67。
- Dauben, Joseph W. (2008). “算數書 Suan Shu Shu, A Book on Numbers and Computations: English Translation with Commentary”, *Arch. Hist. Exact Sci.* 62(2008) 91-178.

無法與其它段簡合併，或試當歸入其它類竹簡中。

³²² 此 12 枚為未拼綴殘片，目前未找到可與之組合之其他簡，故無法判讀。

³²³ 我們曾企圖將上述殘片的內容與其它斷簡與缺片進行比對與合併。不過，就目前的研究結果，上述殘片尚無法與其它殘片或斷簡缺片合併。