

HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系退休教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）
 助理編輯：黃俊璋（台灣師大數學所研究生）
 編輯小組：蘇意雯（台北市立教育大學）蘇俊鴻（北一女中）
 黃清揚（福和國中）葉吉海（陽明高中）
 陳彥宏（成功高中）陳啟文（中山女高）
 王文珮（青溪國中）黃哲男（台南女中）
 英家銘（台北醫學大學）謝佳叡（台灣師大數學系）
 創刊日：1998年10月5日 每月5日出刊
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>

第十七卷 第十二期 目錄 (2014年12月)

- ▣ 數學文化素材融入三年級課後社團之個案研究 (I)
- ▣ 《數字狂小姐》中的數字
- ▣
- ▣

數學文化素材融入三年級課後社團之個案研究

(I)

林美媛¹ 蘇意雯²

¹ 臺北市立中正國小 mayan@jjes.tp.edu.tw

² 臺北市立大學數學系 yiwen@utapei.edu.tw

摘要

本研究探討數學文化素材融入課後社團數學教學後，國小三年級學生的學習概況。本研究採個案研究法，以自行設計之數學文化教材及學習工作單進行教學，以參加數學課後社團的三年級學生為對象，接受一學期七個單元之數學文化素材融入課後社團數學教學的課程，再根據觀察、訪談等資料的蒐集進行分析。研究結果顯示數學文化素材的融入教學讓個案學生提升數學學業成就、也能知曉數學知識與人類活動以及社會文化之關聯，並覺得數學課變得生動、有趣。研究者也提出數學文化素材應適當選擇以及廣開數學課後社團等建議。

關鍵字：個案研究、數學文化、數學史

壹、前言

數學理論的發展，往往起因於不同文化背景下的特定因素或需求而產生，意即在不同文化之下，會因生活情境差異而關鍵性的發展出不同的數學知識。數學教材若缺乏文化內涵，且與我們的生活環境毫不相干，可能會導致數學變得艱澀而難以接近(洪萬生，1990)。邱守榕(1996)也指出教師若忽略數學知識發展過程中「人」的因素，將導致學生對數學知識陷入「不知其所以然」的困境，數學史剛好可以幫助學生認識數學的文化背景，拉近數學給人的距離感。數學教師應該設法在日常教學裡滲透文化觀點和歷史眼光，讓學生暢泳其中，逐漸形成自己的數學觀(蕭文強，1992)。本研究運用數學文化素材融入課後社團，讓學生體驗數學的淵源和演進脈絡，希望能提升學生的興趣，豐富學生的數學學習。

基於上述動機，本研究的主要目的在於瞭解數學文化素材融入課後社團教學後，個案學生的反應。根據研究目的，本研究所關切的問題如下：

數學文化素材融入課後社團數學教學的教學活動實施後，對個案學生之影響為何？

貳、文獻探討

一、數學文化與數學史

數學文化可說是人類探索數學知識的各種外顯和內隱行為的模式，而數學知識就是藉由數學家社群所創造的獨特符碼，它可能以符號、圖形或文字的形式來所傳遞（劉柏宏，2012a）。數學文化不是數學與文化，而是一種由數學物件的形式建構而成的特殊文化，是人類文化系統中的一個子系統；是人類文化中一個有機組成部分，與其他各種成分密切相關，並在相互影響中共同發展（童莉，2006）。數學以數學家和數學知識為中心去發展，其邊界與民族、社會、歷史、文化相互作用、時時滲透，文化在歷史上發揮了一定的重要作用（李國偉，2013）。

數學的文化要義在於數學思考的魅力，從改變一個人思考的方式、方法、視角開始；如果數學的學習能使學生感受到思維的樂趣，讓學生領悟到數學知識的豐富、數學方法的精巧、數學思想的博大、數學思考的美妙，那麼，數學的文化價值必顯露無遺（王曉鳳，2010）。劉柏宏（2012b，2012c）表示真正的數學素養不僅僅在於知識的深度，而更在於知識應用的廣度，並指出培養學生的數學素養指的就是一種數學的眼光，一種從數學瞭解世界的眼光，因此數學教育不能只強調數學知識的工具面，還必須關心其文化面。蕭文強（1992）認為不同時代不同地區的數學課程綱要，內容和使用字眼或許不相同，但簡單的說，其目標都是：思維訓練、實用知識、文化素養；數學的發展歷史有助於老師們對學生的瞭解，而數學是文化整合的結果，如果忽略數學史將使學生對數學的概念不夠完整。數學具有獨特的文化內涵，將數學文化浸入實際的數學教學，會使我們的學生在學習數學的過程中真正受到數學文化的感染，產生共鳴，體會數學文化的價值（王曉鳳，2010）。

由上論述可以發現，數學教師透過教學讓數學回歸其文化價值層面的重要性。那麼數學文化素材又可以達到那些數學教育上的功能呢？研究者根據學者、專家對於數學文化融入數學教育的論點整理出六個可以達致的功能，將在下一節加以說明。

二、數學文化素材融入數學教學的向度

（一）察覺數學知識與數學家、人類社會活動的密切關聯

蕭文強（1993）認為教師在教學中若掩蓋了數學作為文化活動的面目，學生不易瞭解數學有它的生命和發展，也不明白它的過去和未來，學生看到是一堆現成的公式和定理，見到的只是數學的僵硬、刻板和技巧堆砌出的邏輯過程。學生應透過瞭解數學史實，以提高文化修養，更深地理解數學在現代社會中的作用，同時也有助於學生人文精神的培養，數學史既是科學也是文化，它可作為數學與人文科學、社會科學的聯繫（徐澤林，2007，2009）。從數學人文主義來表述的話，歷史上的數學家們為解決問題所經歷的知

識探索的背景、與社會的互動、與其他人文學科的關連，其實，數學本身就是人類發展過程中所伴隨產生的一種文化（劉柏宏，2011）。

（二）進行數學知識的反思及整合

馮芬芬（2008）認為數學文化是數學教學中激發學習興趣、激勵學習積極性、學習科學方法極其生動的思想養料，可以激勵學生學習，並養成尊重科學發展的規律、求實、說理、批判、質疑等理性思維的習慣和鏗而不捨地追求真理的科學精神，在數學教學中滲透數學文化的兩大作用：1.薰陶學生以“數學的頭腦”看待問題；2.吸引學生自主性地參與學習活動。洪萬生（1984）表示數學教育應該教授國民具備立身現代社會所需的數學基礎素養；而所謂的「素養」，除了運用數學知識的能力外，還包括品鑑的能力，而透過數學史可以啟發學生知道數學是如何的有用、數學是如何演化，以及如何擁有文化內涵。

（三）認識數學家運用智慧與努力不懈的精神

李文林（2005）提到可藉由先人的榜樣陶冶、鼓舞學生的士氣。通常學生都會以為數學家就像超人似的，理所當然地從一個定理推演到另一個定理；他們能夠克服任何困難並且錘煉出數學定理，這種錯覺往往影響學生在學習過程中只要稍遇困難，立即裹足不前；對於學生來說，數學史可以清楚地告訴他們數學不是一下子就變成這樣子的，相反的，歷史顯示一個科目的發展乃是匯集各方面的成果點滴累積而成的，其中許多重要的關鍵往往需要歷經幾十年，甚至幾百年的奮鬥才能解決，在那之前數學家所遭遇的困厄、挫折以及漫長的煎熬，更不是身為初學者的學生們所能了解的，因為這些珍貴的過程都在教科書的邏輯形式之精美包裝中被抹去了（洪萬生，1984）。

（四）認識數學發展的脈絡

洪萬生（1998）表示運用數學史鼓勵學生針對數學知識進行反省，讓學生們從鑑賞中去逐漸體會數學是某個脈絡中的一種知識活動。通過數學史，我們至少可以向學生強調數學是如何的演化、如何的有用以及如何地擁有「文化內涵」（洪萬生，1984）。蕭文強（1976）表示在教學中應該多留心實際的例子讓學生體會到數學由生產實踐而來。美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM])(1989)也指出，數學身為學校教育的一門主要學科，應該傳達這門科學所具備的價值，認為學生必須透過體驗與數學相關的文化、歷史、與科學的演化過程，使得他們能夠欣賞數學在當代社會發展所扮演的角色，以及從數學的發展和對人類文化和生活的影響去評價數學，讓學生感受、瞭解數學和歷史情境的互動和關係。

（五）視數學為文化的寶藏而讚賞它

在人類探索宇宙規律的過程中不難發現這些規律大多是用數學來進行表述的，數學獨特的性質促進了人類智慧的發展、品德的完善、人格的健全，同時促進了人類思維的不斷創造；這種對人類智慧的記錄、傳遞與創造作用，使數學成為人類文化的重要組成部份，在人類文化發展中起著不可替代的作用（李善良、單燊，2002）。馮芬芬（2008）也認為數學是全人類共同的遺產，不同文化背景下的數學思想、數學創造都是根深葉茂

的世界數學之樹不可分割的一枝，應以更加寬闊的視野去認識古代文明的數學成就，同時，透過不同數學思想方法的對比，可提高學生數學創造性思維能力，並學會欣賞豐富多彩的數學文化。事實上，數學文化乃人類所創造具代表性的重要文化，可幫助學生理解並欣賞，另外又可作為與其他文化間的辯證關係，特別在經驗科學、邏輯方法、美學、一般哲學等領域（林孝信，2012）。

(六)藉由文本而認識不同解題方法或思考方向

數學史文本在課堂上的恰當使用，可以讓學生充分暴露在數學的人文趣味之前並可透過深入探索文本中的「數學知識」之「在脈絡意義」，見證人類「認知」與歷史文化之密不可分，為數學教育的價值打開一個嶄新的面向，而且經由歷史脈絡去認知數學，瞭解數學概念發展，或是藉由文本讓學生比較不同解題方法和思考方向，可以解放對數學的單一思考方式(洪萬生，2001；蘇意雯，2011)。藉由剖析文本中的歷史名題或歷史上關鍵的數學問題的解決策略，並探究其數學教育上的應用與價值，這樣的方法已經受到相當多學者的注意，透過古代數學文本正可以獲得數學知識、數學知識本質、數學史、社會文化等重要面向的收獲（洪萬生，2000，2006）。

參、研究設計

一、研究方法

研究者利用課後照顧班的學生，成立「數學與人文」社團，採質性的個案研究為主，研究工具為自編之「數學文化素材」、「教師觀察記錄」、「數學文化訪談大綱」，藉此來瞭解學生在課後社團參加前後，數學學習的改變情形。「數學文化訪談大綱」，主要以六個向度進行訪談，分別為：一、我能知曉數學知識與人類活動以及社會文化之關聯；二、我能對於數學知識進行反思及整合；三、藉由認識數學家的智慧與努力，能增進自我面對挫折、克服困難的能力；四、我能認識各民族不同的數學發展脈絡；五、我能將數學視為文化的寶藏而讚賞它；六、我能藉由文本而認識不同解題的方法或思考方向。

二、研究對象

以台北市某國小三年的學生為對象，採自願的方式參加「數學與人文」社團，並從中選定小花作為個案研究之對象，研究者本身為數學文化素材融入數學教學活動的設計者與教學者兼觀察者。個案小花活潑好動、有些過動和注意力不集中的問題，三年級上學期在班級裡的數學成就表現屬於中上。

三、「數學與人文」社團課程設計

為了讓數學文化素材能適切融入數學教學中，必須將數學文化素材與課程的內容做連結與事先融合，研究者依循蘇意雯（2007）所提的 HPM 實作模型做課程設計。總共進行十週的教學，其中含七個單元的教學設計，分別為：記數符號、位值與計算、乘法、重量、除法、面積、分數。由 102 年 2 月 23 日起，至 102 年 5 月 17 日止共一個學期的時間。

四、資料蒐集與分析

本研究資料來源，有上課錄影或錄音的文字記錄稿、教師的教學觀察日誌、個案學生 S 的訪談記錄、個案學生家長 P 的訪談記錄等，在進行研究時，所觀察到的影音資料以 M 表示、教室觀察的資料為 C、訪談資料為 T、學習工作單為 A，配合日期順序來分類，例如 T1020308-S 就代表 102 年 3 月 8 日對學生的訪談。期望藉由這些不同來源的資料交互比對，以檢驗分析資料提高信、效度。本研究資料分析的考驗方法是依時間序，採持續比較法與三角檢驗法。將得到的資料與之前的資料作持續的對照、檢驗，也與研究同儕相互討論對照及分析。

(未完待續)

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂 PDF 電子檔。要訂閱請將您的大名、地址、e-mail 至 suhv1022@gmail.com。
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請 e-mail 至 suhv1022@gmail.com。
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》駐校連絡員

日本：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）

基隆市：許文璋（南榮國中）

台北市：英家銘（台北醫學大學）楊淑芬（松山高中）杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）

蘇俊鴻（北一女中）陳啟文（中山女高）蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）

郭慶章（建國中學）李秀卿（景美女中）王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）

彭良禎（師大附中）郭守德（大安高工）張瑄芳（永春高中）張美玲（景興國中）

文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）林壽福、吳如皓（興雅國中）傅聖國（健康國小）

李素幸（雙園國中）程麗娟（民生國中）林美杏（中正國中）朱寶忠（建成國中）

新北市：顏志成（新莊高中）陳鳳珠（中正國中）黃清揚（福和國中）董芳成（海山高中）孫梅茵

（海山高工）周宗奎（清水中學）莊嘉玲（林口高中）王鼎勳、吳建任（樹林中學）陳玉芬

（明德高中）羅春暉（二重國小）賴素貞（瑞芳高工）楊淑玲（義學國中）林建宏（丹鳳國中）

莊耀仁（溪崑國中）、

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中）吳秉鴻（國華國中）林肯輝（羅東國中）林宜靜（羅東高中）

桃園縣：許雪珍、葉吉海（陽明高中）王文珮（青溪國中）陳威海（平鎮中學）

洪宜亭、郭志輝（內壢高中）鐘啟哲（武漢國中）徐梅芳（新坡國中）程和欽（大園國際高中）、

鍾秀瓏（東安國中）陳春廷（楊光國民中小學）王瑜君（桃園國中）

新竹市：李俊坤（新竹高中）、洪正川、林典蔚（新竹高商）

新竹縣：陳夢綺、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）、劉雅茵（台中二中）、林芳羽（大里高中）、洪秀敏（豐原高中）、李傑霖、

賴信志、陳姿研（台中女中）、莊佳維（成功國中）、李建勳（萬和國中）

南投縣：洪誌陽（普台高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）郭夢瑤（嘉義高中）

台南市：林倉億（台南一中）黃哲男、洪士薰、廖婉雅（台南女中）劉天祥、邱靜如（台南二中）張靖宜

（後甲國中）李奕瑩（建興國中）、李建宗（北門高工）林旻志（歸仁國中）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）歐士福（前金國中）林義強（高雄女中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）楊瓊茹（屏東高中）黃俊才（中正國中）

澎湖縣：何嘉祥 林玉芬（馬公高中）

金門：楊玉星（金城中學）張復凱（金門高中）馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！

《數字狂小姐》中的數字

洪蕙生

台灣師範大學數學系退休教授

書名：數字狂小姐 (Addition)
作者：東妮喬丹 (Toni Jordan)
譯者：洪慧芳
出版社：野人出版社，新北市
出版年：2010 年
出版資料：平裝本，277 頁



一、前言

本書是一本羅曼史小說，主角是一位患有強迫症（**obsessive compulsory disorder**，簡稱 **OCD**）的三十幾歲小姐，只不過她的強迫言行都發生在數數上，因此，英文書名 **Addition**，而中譯名則取為「數字狂小姐」。

說實在地，2010 年我所以注意到本書，當然是被書名「數字狂」吸引。不過，當年購買本書之後，一直都沒認真閱讀。直到最近訪問京都五日，才抽空仔細看完。現在，我要說明為何我將它歸入「數學小說」這個文類。不過，有一位部落客的評論倒也十分中肯，值得引述如下：

關於因數與函數或算式之於我，永遠是難解的謎題之一。不過挺喜歡借由數字或算式所構成的文字解讀，雖對數學一點幫助也沒有。故事裡人物對於數字都是莫名偏執狂，企圖在面對世界的變動與不變中尋找一種安定的力量。

(<http://chinbook.blogspot.tw/2012/08/blog-post.html>)

一般來說，數學知識（活動）在數學小說的書寫中，一直都與提供主角在某些情境中的安定力量有關。比較極端的例子，是台灣詩人曹開（1929-1997）的「數學詩」（我們也將數學詩歸入為數學小說文類），他在就讀台中師範學校時，曾因白色恐怖（參加左翼老師的讀書會）而身陷黑牢十年，但他靠著自修高等數學，而得以掌握安身立命之道。在其他具有重大創傷案例的小說故事中，《博士熱愛的算式》的主角博士因車禍重創腦部而只有八十分鐘記憶，則是運用數學知識，一方面樹立自我保護的屏障，另一方面，則藉以感動數學門外漢，最後得以安享餘年。在《深夜小狗神秘習題》中，自閉症男孩克里斯多弗藉助數學知識，克服面對陌生環境的恐懼。至於數字狂小姐則強調：

不數東西的話，世界對我來說太大、太多變了，是永無止境的空無。我會不知所措，覺得一切難以招架。

難得地，在《數字狂小姐》的英文推薦中，《科克斯評論》指出：《數字狂小姐》這一本難得的佳作，「彷彿把《深夜小狗神秘習題》丟進都會女性小說的世界裡」。顯然，書評者注意到自閉症與強迫症面對外在世界的認知與處理，在某些面向上是雷同的。

二、數數人生

「什麼都數。」這是本書的第一句話。作者在本書中，還提及許多女主角葛蕾絲幼年及中學階段的數學經驗，譬如，

零，十，手指，腳趾，我們為數字命名的方式是一組一組來看的。有一天數學課上我們學到四捨五入，把數字變成能被十除盡的最接近整數。我問道爾老師，把數字變成可被七除盡的最接近整數，那叫什麼？她聽不懂我在說什麼。

高中畢業時，我知道數字系統和阿拉伯數字的淵源，以及一二〇二年費波納契號召大家支持十進位。

關於羅馬數字，我最喜歡的兩點是：第一，它們不只符號重要，位置也很重要。I 加上 V 應該是六，但是把 I 放在 V 的前面則是四。XL 是四十，CM 是九百另外，五也喜歡沒有零的設計，羅馬人沒發明零，零是印度人發明的。

了解世界是由十驅動的，是個美麗的轉換點，就好像有人給了我一把鑰匙。整理房間時，我先收十樣東西，一小時十樣東西，一天做十件事情，梳頭十下，從一串葡萄摘十顆當午前點心，睡前看十頁書，吃十顆碗豆，摺十雙襪子，淋浴十分鐘，全都是十。如今我不僅知道我世界的尺寸，也知道其中每件事物的大小與形狀，一切都是那麼地明確、清楚、各就各位。

人稱「電腦之父」的數學家兼工程師巴貝奇...讀丁尼生的師〈罪的夢想〉時，感到沮喪之至。他沮喪到寫一封信給丁尼生，那封信寫道：「每分鐘都有一人死亡，每分鐘都有一人出生」，我幾乎不需要告訴你，這樣的算數會讓世界的人口的總數處在永遠平衡的狀態，帶是這總數持續在增加是眾所周知的事實，所以我冒昧建議你，在詩集再版時，將上述錯誤的計算改成：「每個時刻都有一人死亡，一又十六分之一人出生」，我想補充一下，確切數字是一、一六七。

另一方面，作者也提及十九世紀幾位傑出的科學家的傳奇，尤其是特斯拉與愛迪生及西屋有關交流電動機的發明故事，讓女主角葛蕾絲有了仰慕與傾訴的對象：

特拉斯很喜歡三，他也會像我一樣數步子，但是三這個數字最深得他心。他住旅館時，只住房號可被三除盡的房間。

對特斯拉來說，在紐約街上行走很困難，因為一個街區走超過一半，他就得繞行三次。

顯然，尼古拉·特斯拉（Nikola Tesla, 1856–1943）也是一位數字狂，無怪乎成為美國大眾文化中，「瘋狂科學家」的原型，而這或許也是作者在本書說他的故事的原因之一吧。他出生於克羅埃西亞，讀完奧地利的格拉茨科技大學工程系之後，於 1884 年移民美國，由於他的電機與機械工程天分，他「發現電力學、磁力學、交流電動機、機器人、雷達與無線通訊」。不過，特斯拉也介入愛迪生（Edison）v s. 西屋（Westinghouse）的直流電配輸系統 vs. 交流電配輸系統的所謂「電流戰爭」。在本書中，相對於愛迪生的吝嗇，作者特別強調西屋對特斯拉的慷慨：

「西屋先生，」特拉斯說，「你一直是我的朋友，別人對我沒信心時，只有你相信我。別人缺乏勇氣時，你勇敢向前。當你的工程師缺乏遠見，無法看清你看到的遠景時，你支持我，一直像朋友一樣幫我。你會救起你的公司的，這樣你就可以開發我的發明了。這是你的合約和我的合約，我會把這兩份合約都撕碎，你不需要再為我的權利金煩惱了，這樣夠嗎？」

三、結語

當葛蕾絲的男朋友謝謬斯問她不斷地計數「合邏輯」或有意義嗎？葛蕾絲回答說：

那當然，有計數才能界定我們。謝謬斯...我們生命之所以有意義，是因為我們知道我們終究難免一死，每個人都一樣，所以每一分鐘才會那麼重要。沒有計數，我們就不會注意生活，不重視、不珍惜。我們獲得東西時感到歡樂，失去東西時感到悲傷，這就是我們和動物不同的地方。計數、加總、衡量、計時，是我們之所以為人的原因。

這本小說最後有一個圓滿的結局（男女主角的感情關係十分穩定），不過，沒有那麼落入俗套，因為作者在最後兩段，告訴我們平凡的日子，也可以過得很有意思：

你知道嗎？大部分的人都錯過了一生，人生不是站在山頭上，不是等在聖壇前，或是等待孩子出事的那一刻，或是在深海游泳時，一隻海豚游到你身邊。這些都只是片段，是散佈在一生中的十或十二粒沙子，這些都不是人生。人生是刷牙，或做三明治，或看新聞，或等公車，或走路。每天，發生數千件小事情，如果你沒注意，如果你不小心，如果你不掌握它們，讓它們變得有意義，你就錯過了。

你就可能錯過了整个人生。

最後，有關本書作者東妮·喬丹，值得引述她的自我介紹。她擁有澳洲昆士蘭大學的生理學學位，後來，又進一步學習行銷與專業寫作，而在 2008 年首度發表這一部叫好又叫座的長篇小說。由於她大學時代的情史（她自承每天追著男生跑），以及畢業後的職涯經驗都非常豐富，因此，本書書寫十分流暢，調性收放自如，真是一部令人驚豔的（數學）小說創作。不過，對於有意將本書推薦給中學生的老師，請務必稍加斟酌，因為本書有一些性愛的限制級書寫，或許不適合未滿十八歲的青少年讀者。