

數學新天地問題集（第一集）

1-1. 將分數

$$\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{2+\sqrt{7-3\sqrt{5}}}}$$

盡可能化簡成最簡單的形式。

1-2. 河東裴氏家族起於秦漢、興於魏晉、盛於隋唐，代代偉人輩出，歷千年而不衰。在唐朝 \square 89 年的歷史裡，裴家就出過 $1\triangle$ 位宰相；也就是說，每隔 \bigcirc 7 年就有一位裴氏新宰相入朝，這不能不說是一項奇蹟。

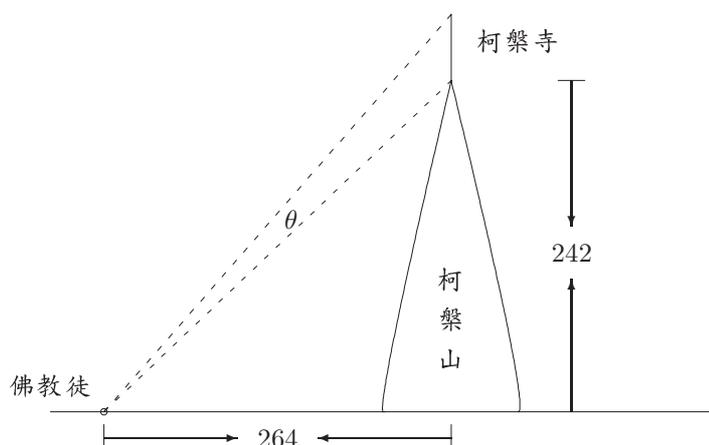
上文是有關中國裴氏的一段陳述，這裡的 \square, \triangle 與 \bigcirc 都是介於 0 與 9 之間的數字。試著確定它們的值。

1-3. 設甲、乙、丙三人參加一項考試，其中是非題共有七題，每道題答對得 1 分，不答得 0 分，答錯倒扣 1 分。下表記錄著每個人的答題情形（空白代表此人該題未答），已知甲、乙、丙三人在是非題部分都得到兩分。而且標準答案中，X 的題目比 \bigcirc 的題目還多。試由此推知各題的正確答案並加以說明。

| 題目 \ 考生 | 甲 | 乙 | 丙 |
|---------|------------|------------|------------|
| 第一題 | \bigcirc | | X |
| 第二題 | | X | \bigcirc |
| 第三題 | X | X | X |
| 第四題 | \bigcirc | X | \bigcirc |
| 第五題 | X | \bigcirc | \bigcirc |
| 第六題 | X | \bigcirc | |
| 第七題 | \bigcirc | \bigcirc | X |
| 得分 | 2 | 2 | 2 |

1-4. 古代尼泊爾的柯槃山上建有一座柯槃寺。虔誠的佛教徒採取五體投地式的方式朝聖，向柯槃寺前進。有經驗的佛教徒都會在離柯槃山前 264 公尺處，抬頭仰望柯槃寺，並許下願望，因為此時看見整個柯槃寺的視角 θ 最大。

現在知道柯槃山的高度為 242 公尺。試問：昔日的柯槃寺高度是多少。



1-5. (不可思議的骰子) 一粒標準的骰子是在均勻正方體的六面寫上 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個正整數 (大部分都是塗上紅點來代表)。下表是同時擲兩粒標準的骰子所出現點數和之機率表。

| 點數和 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 機率 | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |

小明與阿三分別在均勻骰子的六個面寫上六個正整數 (數字可以重複)。只知道它們都不是標準骰子, 而且當同時丟擲此兩粒骰子時, 點數和之機率表與上表完全一樣。你能猜到小明與阿三所寫上的六個數字分別是多少嗎?