

## 數學新天地問題集（第八集）

8-1. 設  $p$  與  $q$  是介於 0 與 1 之間的實數，在以

$$\frac{1}{p} + p, \frac{1}{q} + q, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} - p - q (0 < p, q < 1)$$

為三邊邊長的三角形中，求邊長

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} - p - q$$

上的高為何？

8-2. (1) 若  $\alpha, \beta, \gamma$  是任意三個角，則證明三角恆等式

$$\sin \alpha \sin \gamma + \sin(\alpha + \beta + \gamma) \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) \sin(\beta + \gamma)$$

成立。

(2) 利用 (1) 的結果證明托勒密定理，即圓內接四邊形  $ABCD$  會有

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$$

的關係式。

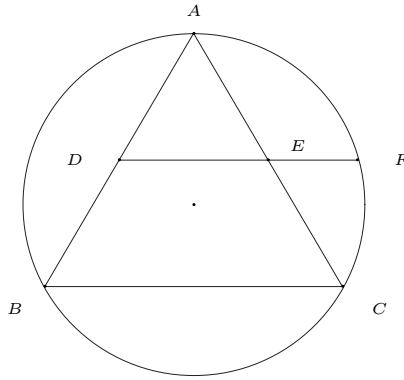
8-3. 五邊形  $ABCDE$  的五邊  $AB, BC, CD, DE, EA$  相等，且

$$\angle EAB = \angle ABC = \angle BCD.$$

證明：五邊形  $ABCDE$  是正五邊形。

- 8-4. 如圖所示，圓內接正三角形  $ABC$  中， $D, E$  分別是  $AB, AC$  的中點，直線  $DE$  與圓相交於  $F$  點。試證： $E$  是  $DF$  的黃金分割點，即

$$\frac{EF}{DE} = \frac{DE}{DF}.$$



- 8-5. 如下圖所示： $P$  在三角形  $ABC$  的邊  $BC$  上。利用直尺與圓規畫一通過  $P$  點，且將三角形  $ABC$  的面積平分的直線。

