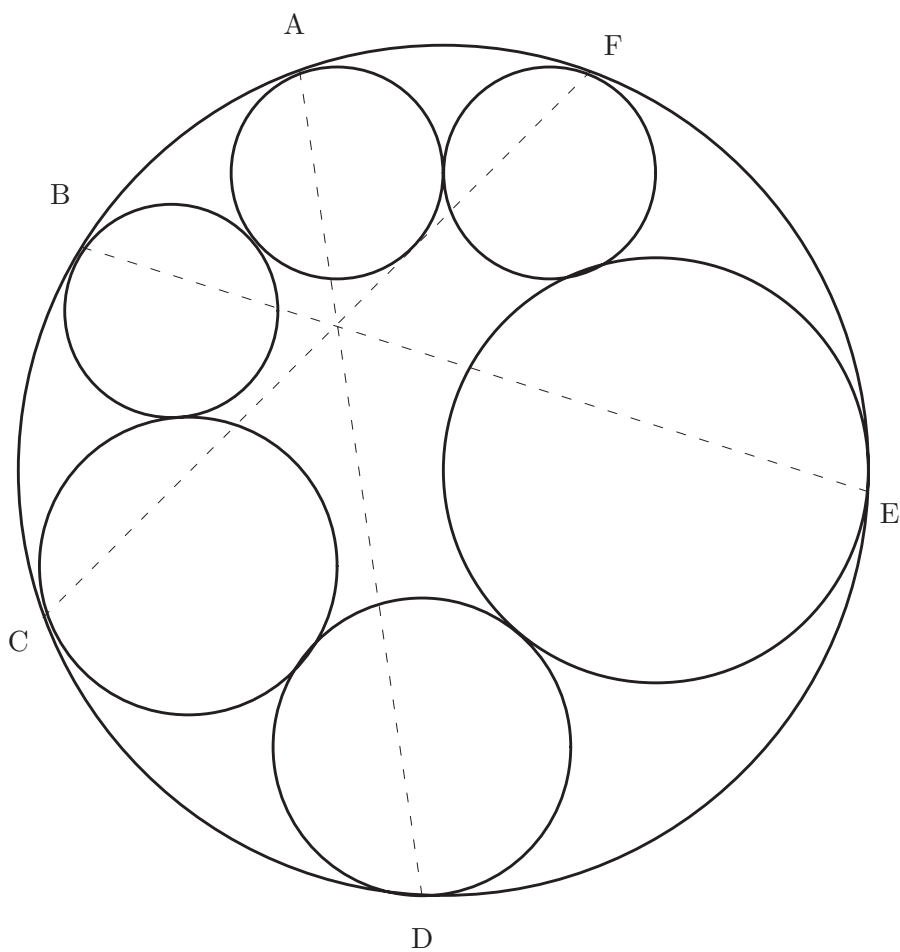


從遊戲學數學

許志農

國立台灣師範大學數學系

January 19, 2005



AD、BE、CF 三線共點

目錄

1	遊戲	1
1.1	師父中的師父	1
1.2	牛郎與織女的會合	1
1.3	重疊正方形問題	1
1.4	分田問題	2
1.5	幸運五的遊戲	2
1.6	國王的煩惱	2
1.7	拆數遊戲	3
1.8	誰住哪間房子	3
1.9	把地圖摺好	3
1.10	如何移動硬幣	4
1.11	選數字的遊戲	4
1.12	圈叉之間	5
1.13	造房子遊戲	5
1.14	將三角形切一刀	6
1.15	獨立遊戲	6
2	遊戲解答	7

1 遊戲

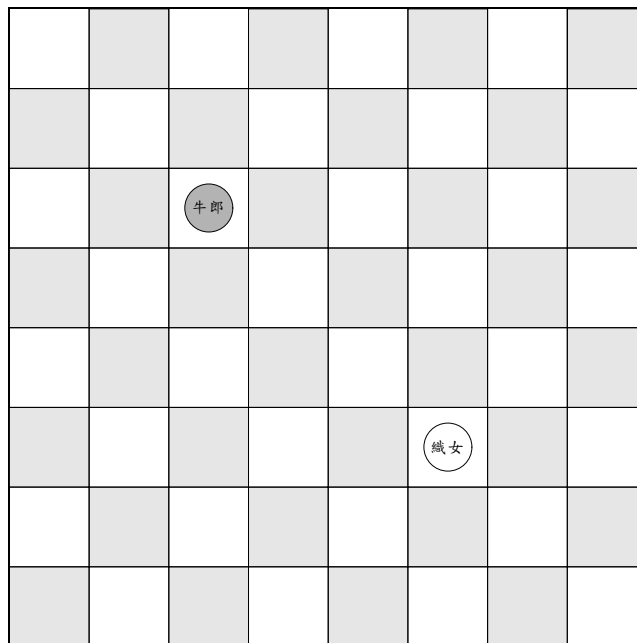
1.1 師父中的師父

師父給他的七位門徒一道數學問題，要求每天需要三位門徒到禪寺打坐，且任何兩位門徒在一週內剛好相遇一次。下表是七位門徒絞盡腦汁安排的打坐表，你是否可以幫他們完成空白的部分。

一	二	三	四	五	六	日
1	2	3	4	5		7
		4	5	6	7	1
4	5	6			2	3

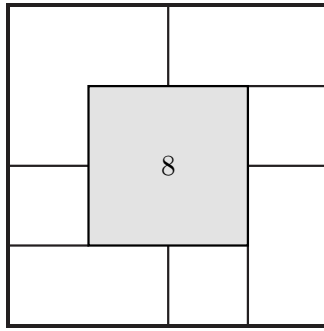
1.2 牛郎與織女的會合

牛郎必須找到一條通向織女的路，在抵達織女之前，他必須通過所有的格子各一次，而且僅能前後左右移動。牛郎如何辦到呢？



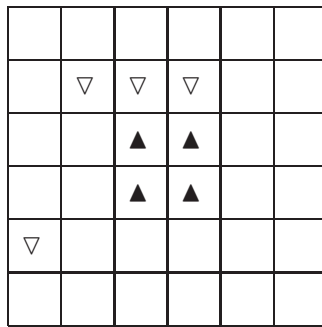
1.3 重疊正方形問題

八個全等的正方形一個放在另一個的上邊。如果數字 8 的正方形是最後放的，試確定其它 7 個正方形安放的順序，使得最終結果看上去像圖上那樣排列。



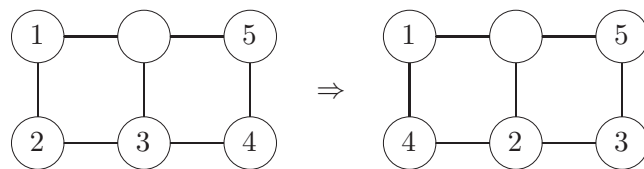
1.4 分田問題

老農有一大塊方形土地，四個兒子。方形土地上有四座丘陵（以符號 ▲ 表示）及四座水塘（以符號 ▽ 表示）。今老農想將土地平均分給四個兒子，並希望每個兒子的土地各有一座丘陵、一個水塘而且土地形狀是一樣的。你能幫老農分田嗎？



1.5 幸運五的遊戲

將寫有 1,2,3,4,5 的五枚硬幣擺在左圖六格中的五格。規定每次移動僅能將空白格附近的硬幣沿著路徑滑動至空白格的位置。試問：是否可以將左圖經過有限次的滑動之後，變成右圖。

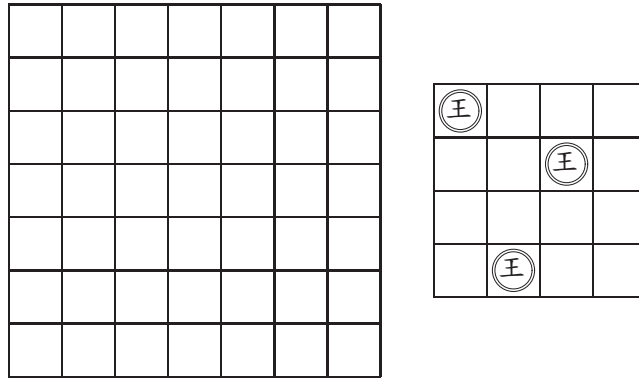


1.6 國王的煩惱

在 7×7 的棋盤上（共有 49 個方格）。當一位國王站在某一個格子內時，以此格子為中心的平行、垂直及兩條對角線上的格子都是此國王管轄的範圍。請問：至少需要

幾位國王，才有辦法管轄整個棋盤（注意：非國王所在的方格可以由兩個以上的國王共管，但是國王所在的方格不能由兩個以上的國王共管，也就是王不見王的意思）。

例如下圖是三個國王管轄 4×4 棋盤的情形：



1.7 拆數遊戲

給定一個正整數 N ，甲、乙輪流來玩一則拆數遊戲，規則如下：甲先將 N 拆成兩個正整數的和，接下來乙必須從這兩個正整數中選擇一數，並且將此數再拆分成兩個正整數的和。然後又輪回到甲（從乙所拆的兩正整數中，選擇一數，並將其拆分成兩正整數的和）做拆數工作，如此繼續下去。最後無法選擇數來做拆分的人輸。試問：哪些正整數 N 會讓甲有必勝的拆分策略，拆分策略又為何？

1.8 誰住哪間房子

來自不同國家，有著不同嗜好、養不同寵物、喜歡不同飲料的五個人。他們的房子剛好排成一排，且房子的顏色都不一樣。

英國人住在紅房子，西班牙人養狗，住在綠房子裡的人喜歡喝咖啡，烏克蘭人喜歡喝茶，白色房子的右邊是綠色房子，收集郵票的人也養蝸牛，收集古物的人住在黃色房子裡。房子位於這排房子中間的人喝牛奶，挪威人住在第一間房子，喜歡唱歌的人住在養狐狸的人旁邊，喜歡園藝的人以果汁做為飲料，收集古物的人住在養馬的人旁邊，日本人的嗜好是廚藝，挪威人住家的隔壁是藍色房子。

哪個人喜歡喝水？那個人養斑馬？

1.9 把地圖摺好

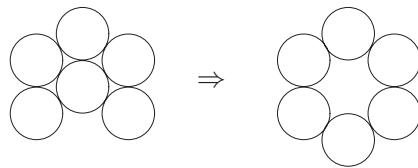
下圖是一張寫有八個數字的紙張。現在沿著格子線摺數次之後，變成看起來是一個正方形大小，但是厚度卻有八張紙張厚。如果依照次序將數字寫下來會產生一個八位數的正整數。你是否可以找到好的摺疊方式，讓產生的八位數恰為 12345678。

1	8	7	4
2	3	6	5

如果要變成 12364587, 可辦到嗎?

1.10 如何移動硬幣

準備七枚十元硬幣，先將一枚放在桌子上，然後將其餘的六枚放在此枚的四周（不可以重疊），這六枚的中心剛好構成一個正六邊形，再將六枚中的任意一枚拿掉。這時桌上只剩下六枚硬幣，每次操作只能在桌子上滑動六枚硬幣中的一枚，使其與至少兩枚硬幣相外切，而且滑動過程不能動到其餘的五枚硬幣。你是否有辦法在有限次的滑動之後，使這六枚硬幣的中心剛好構成一個正六邊形（如果可以的話，至少需多少次操作才能完成）。



1.11 選數字的遊戲

甲、乙兩人輪流選數字的遊戲，甲先選並遵守下列規則：遊戲者必須輪流從

1 2 3 4 5

中選擇一數，但不可重複對方剛選的數。如此下去，將兩人所選的數字累加起來，當累加至一個給定的正整數 20 者算贏（動彈不得或故意讓累加的數字超過 20 者算輸）。下表是甲、乙兩人玩這遊戲的過程：

- ① 甲選 3；剩下數字為 17 ② 乙選 4；剩下數字為 13
- ③ 甲選 2；剩下數字為 11 ④ 乙選 5；剩下數字為 6
- ⑤ 甲選 3；剩下數字為 3 ⑥ 乙選 1；剩下數字為 2
- ⑦ 甲選 2；剩下數字為 0，故甲贏。

20	1	2	3	4	5	剩下數字
甲			●			17
乙				●		13
甲		●				11
乙					●	6
甲			●			3
乙	●					2
甲		●				0 (贏)

1.12 圈叉之間

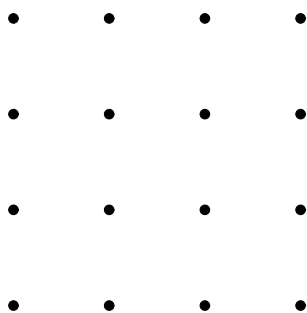
設甲、乙、丙三人參加一項考試，其中是非題共有七題，每道題答對得 1 分，不答得 0 分，答錯倒扣 1 分。下表記錄著每個人的答題情形（空白代表此人該題未答），已知甲、乙、丙三人在是非題部分都得到兩分。而且標準答案中，X 的題目比○的題目還多。試由此推知各題的正確答案並加以說明。

題目 \ 考生	甲	乙	丙
第一題	○		X
第二題		X	○
第三題	X	X	X
第四題	○	X	○
第五題	X	○	○
第六題	X	○	
第七題	○	○	X
得分	2	2	2

1.13 造房子遊戲

流傳久遠的造房子遊戲，遊戲規則如下：在下圖的 16 個黑點中，兩人輪流在左右或上下相鄰的兩個黑點中間畫一筆。如果正好有 4 筆圍成一個小正方形（稱它為一間房子），這房子是屬於畫第四筆的人所有。佔有最多房子的人勝。

因為水平有 12 筆，鉛直也有 12 筆，共計 24 筆，所以 12 回合後遊戲結束，且至少有一人佔有比較多的房子，也就是說不會平手。試問：先畫或者後畫的人有必勝的策略。



1.14 將三角形切一刀

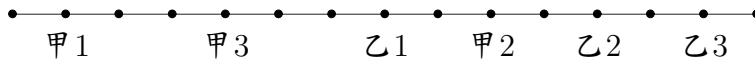
哪幾種類型的三角形可以經由切一刀之後變成兩個等腰三角形。

1.15 獨立遊戲

如下圖所示，直線上有 15 個點，甲、乙兩個人輪流每次只能選取一個點（甲先玩、乙後玩），而且每次所新選取的點，不能在之前已選過的點的旁邊。最後當有人不能選取點的時候，那個人就輸了。



例如下圖是甲、乙選點的過程：



甲、乙兩人在經過三輪的選點後，甲已經無法再選點了，故乙贏得這遊戲。