

HPM 通訊

發行人：洪萬生（台灣師大數學系退休教授）
 主編：蘇惠玉（西松高中）副主編：林倉億（台南一中）
 助理編輯：黃俊瑋（和平高中）
 編輯小組：蘇意雯（台北市立大學）蘇俊鴻（北一女中）
 葉吉海（桃園陽明高中）陳彥宏（成功高中）
 英家銘（台北教育大學）
 創刊日：1998 年 10 月 5 日
 網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng>
 聯絡信箱：suhy1022@gmail.com

第二十二卷第一期目錄 2019 年 3 月

- 台灣數學史教育學會創立祝詞
.....洪萬生
- 臺灣數學史教育學會章程
- 研究隨筆：枋木縣足利市錢阿寺所
藏算額.....英家銘、吳韋霖
- 日劇《數學女孩戀愛簿》中的數學
.....杜鴻德

台灣數學史教育學會創立祝詞

洪萬生

台灣數學史教育學會理事長

一、前言

2019 年 1 月 19 日，台灣數學史教育學會（Taiwanese Society for the History and Pedagogy of Mathematics）假台灣師範大學數學系 M212 正式成立。我忝為創會理事長，於事務性會議結束後，應邀發表祝賀演講。茲將其部分內容摘要如下，誠摯地希望與本會同仁共勉，並在社會各界賢達的鞭策與激勵下，為我國的數學教育略盡棉薄之力。

我的講題是：「數學閱讀與寫作：新世紀的 HPM 使命」（其中含 8 則 HPM 作業），這是有鑑於二十一世紀對於國民或公民的數學素養需求，有著極為明確的目標，譬如 PISA 考題就是一個重要的見證，那就是：培養「創新的數學思考者」（innovative mathematical thinker）。過去的數學教育訓練，都著重在「給出數學問題以及能夠找到其數學解答之人才」，事實上，我們的基測、學測與指考都是訓練這種人才的有效評量指標。相對地，現在新世紀的數學教育目標，就是要訓練「能夠提出新問題，按數學方式說出構成、識別和描述問題的主要面貌，並能以精確的方式用數學的敘述去分析問題的人才」。¹在這個關聯中，閱讀（PISA 的主考項目之一）就成為一個重要的（輔助）學習活動，更不消說二十一世紀的科學素養已經被界定為「閱讀、書寫與口語溝通能力」。²我們的十二年國教總綱中的「閱讀素養教育」議題之學習目標，當然也呼應了這些能力：「養成運用文本思考、解決問題與建構知識的能力；涵育樂於閱讀態度；開展多元閱讀素養。」

另一方面，美國數學教育家也強調：我們必須「通過閱讀與寫作來理解數學」。此處

¹ 引德福林（Keith Devlin）的說法，參考他的《這個問題，你用數學方式想過嗎？》。

² 《科學》（Science）2010 年 4 月 23 日推出「科學、語言、讀寫能力」專輯，鼓吹：閱讀、書寫與口語溝通能力是科學素養重要的一環。

之所謂寫作，並不是寫制式的數學作業！因為只具備這種能力，已經無法應付美國 SAT 的考試需求，在 2016 年的（閱讀）測驗中，考題要求：「考生讀一段短文，然後寫一篇文章，分析其作者的意圖，並且要舉出嚴謹的證據來證明自己的觀點。」針對美國這些國民教育變革，曾多聞在她的《美國讀寫教育改革教我們的六件事》中，提出了許多有趣的觀察。首先，有關「讀」與「寫」之協同關係：

1. 寫作不單單是認識單字而已，還有其他功能性任務（譬如將聲音與文字連結）。
2. 在閱讀時，是從文字推知其發音，在寫字時，則是依據發音寫下文字，兩者有許多重疊之處。
3. 孩童運用讀過的故事做為範本，來創造新的故事。同時學習讀和寫的孩童，在讀的時候更專注也更能從閱讀中得到啟發。
4. 寫作練習比閱讀練習更能讓學生細察文句。如果讓學生練習修改彼此的作文，就可以讓他們同時練習寫作和批判性閱讀。（曾多聞，2018，頁 89-92）

事實上，早在 1986 年，美國 NCTM 在他們公布的學習標準中，指出（數學）寫作（針對九到十二年級學習）的重要角色：

用於寫作的教學技巧，在數理溝通的教學上也很有用。寫作的過程強調腦力激盪、釐清問題，以及檢查訂正，這些角度完全可以用在解決數學問題上。簡單練習寫一段如何解題的說明文字，不但有助釐清學生的思緒，也可以讓學生在互相觀摩中，得到新鮮的觀點。學生應該被鼓勵持續寫日誌，紀錄他們學習數學的經驗，以及解決問題的思考過程。寫日記也可以幫助學生釐清他們對學習數學、對某一特定經驗、或是對某一課堂習作的感受。（曾多聞，2018，頁 165）

至於寫作教學的焦點，則是教師或教育研究者認識到「語境」的關鍵角色。根據維高斯基（Lev Vygotsky）的社會認知理論，學生的寫作力是在「語境」（discursive context）下發展而成。「語境是一套固有的價值、信仰、規範、行為系統。學生的寫作與閱讀，是他們身份認同的一部分，揉合了『口說』、『手寫』、『價值』、『信仰』。」因此，「讀寫是一種使用語言的方式，而其目標是多樣性的，不但有知識性的意義，也有社會文化的含意在其中。」顯然對（數學）文化弱勢的學習者來說，我們更應該關懷這種語境特性才是！

有了「語境」這個切入點，HPM 與數學的讀寫能力之關連更是密不可分。為了說明此一關連，我打算在原講 8 則 HPM 作業中，引述其第二則：「如何協助學生解惑？」希望多少可以呈現 HPM 在中學教學脈絡中的價值與意義。

二、HPM 作業一則

這一則作業緣起於 1995 年李忠澤老師所贈送的一則學生日誌。這位學生在國一上學

期第一次段考後，寫下他對於一元一次方程式單元的學習心得。其文字轉錄如下：

我每天都幾乎有一節數學，我每天都在看黑板老師寫的，自己慢慢的看算法怎麼算，所以，每天幾乎都可以理解幾題。

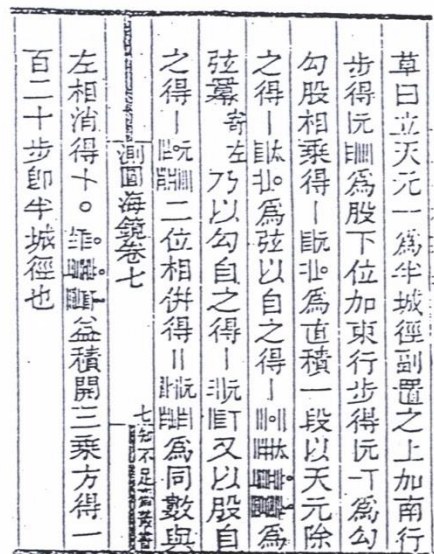
假如我有一個題目不懂，就去問○○○怎麼做，他做一遍給我看，我再把這一題寫的想法告訴○○○，他糾正我的寫法，我也慢慢的懂了。

我對數學有困難的是，不能容忍 x, y, z 是個數字，並算出一個答案，這是自己面臨[林]到的一個困難，無法突[途]破。

此外，我還提供如下幾份文本及其簡要說明：第一份是中國元代數學家李冶的天元術細草（圖一），針對題目是：

假令有圓城一所，不知周徑，或問丙出南門直行一百三十五步而立，甲出東門直行一十六步見之，問徑幾何？

這是李冶《測圓海鏡》卷七第二題解法，其中「術曰」第一句話是：立天元一為半城徑。



圖一：李冶《測圓海鏡》天元術細草

上述解法無法被明代中葉數學家唐順之與顧應祥所理解，請參看他們的自白。唐順之說：「藝士著書，往往以秘其機為奇。所謂立天元一云爾，如積求之云爾，漫不省其為何語。」至於顧應祥則評論說：「細考《測圓海鏡》，如求城徑即以二百四十為天元，半徑則以一百二十為天元，既知其數，何用算為？似不必立可也。」他發現「每條下細草，雖徑立天元一，反復合之，而無下手之處，使後學之士茫無門路可入。」這個備註也成為中國明代算學衰微的歷史見證。

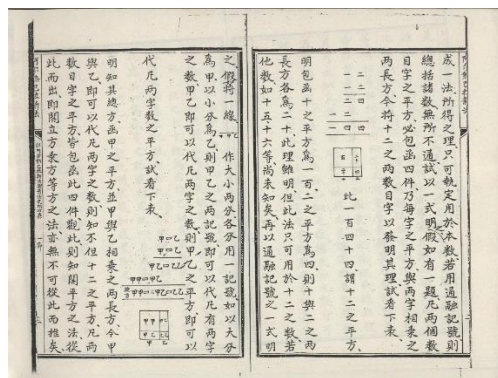
接著，我們在看晚清數學家華蘅芳（1833-1902）的自修天元術心得。一開始，他企

圖說明初學者的認知：「初學天元之人，每不知天元為何物，則心中存一意見，以為所求之數尚未知，何以能立一天元，遽謂即是此數，且所求之數或大至十百千萬，安能概以一當之？此由於不知天元之一不是實數，乃是所求之數之個數也。以天元為一個所求之數，則天元可以任何大、任何小。」然後，他連結天元術及西方代數的未知數：³「立天元之術，其意謂所求之數雖未知，而必有此數則可知，故以所立天元一即為一個所求之數，亦即以所求之數為一個天元，是天元者，乃是記其所求之數之倍數也。」最後，針對此一「未知數」與相關係數的加減乘除運算，說明其可行性：「所求之數，既能以天元代之，則可視之如已知，而將此數入算。故能將所立之數與題中已知之各數相加減乘除，此天元之術所由立也。天元則視未知之數無異於已知，故可將已知、未知之各數，依題中之曲折以相證，則其所注意者，不在未知之處，而專在相等之兩積。」最後這個句子還強調「等號」概念在天元（代數）之特殊意義！

上述引文稍嫌冗長，為了讓讀者自行索解，此處就不多做說明。⁴最後，我們參看康熙皇帝對於符號代數（symbolic algebra）的接受程度。以下引文出自康熙的「起居注」的一個版本：⁵

諭王道化：朕自起身以來，每日同阿哥等察《阿爾熱巴拉新法》，最難明白，他說比舊法易，看來比舊法愈難，錯處亦甚多……。前者朕偶爾傳於北京西洋人開數表之根，寫得極明白。爾將此諭抄出，並此書發到京裡去，著西洋人共同細察，將不通的文章一概刪去。還有言者：「甲乘甲、乙乘乙，總無數目，即乘出來亦不知多少」，看起來，想是此人算法平平爾。

其中，王道化是太監，時間約 1711-1712 年左右，此外，其中的此人是指法國傳教士傅聖澤，他以中文編寫《阿爾熱巴拉新法》，⁶當作符號代數的教材（參見圖二）。至於舊法則是指「借根方比例法」，是一種卡丹諾式（Cardano's version）或阿爾·花拉子模式）的代數學，詳見康熙主編《數理精蘊》。



圖二：《阿爾熱巴拉新法》中的乘法公式¹

³ 華蘅芳在傅蘭雅協助下，翻譯西方《代數術》，因此，他對西方代數當然頗有認識。

⁴ 可參考洪萬生，〈數學史與代數學學習〉，載洪萬生，《此零非比〇》（台北：台灣商務印書館，2006），頁 171-183。

⁵ 「起居注」在最近台灣政界十分風行，本質上它是封建時代「帝王術」的一部分。有一些影劇雜誌也專門為某些娛樂大咖撰寫起居注！

⁶ 參考洪萬生，〈清初西方代數之輸入〉，載洪萬生，《孔子與數學》（台北：明文書局，1999），頁 179-204。

最後，我的作業如下：

請分析 (1) 顧、唐兩人之有關天元術之迷思；(2) 華蘅芳如何釐清晚清中國人的認知困惑？(3) 康熙有關符號法則的「理解罩門」何在？(4) 學生的認知障礙：「我對數學有困難的是，不能容忍 x, y, z 是個數字，並算出一個答案，這是自己面臨[林]到的一個困難，無法突[途]破。」

給定上述對照資料，學生的障礙究竟如何形成？身為老師，我們又將如何幫助他？

我想這一則作業，是寫作數學日誌有助於學習的一個絕佳案例。如果目前中小學還有規定週記要寫，那請不妨鼓勵學生撰寫各科的學習心得，教師一定可以從中找到幫助學生學習的著力點。而這，當然也積極呼應了新世紀的國民基本教育目標。

三、結語

上文的這一則作業也可以讓學生來做，不過，最好視同「專題」(project) 並以團隊名義來進行研究，則更能有較佳之成績。這則作業需要瞭解中西代數史的一些初步結果，因此，參與此一專題計畫的學生必須自修數學史的一些相關內容，這對於較少(數學)閱讀的學生來說，實在是莫大的挑戰。不過，從呼應數學的讀與寫之學習進路來說，這一切顯然都相當值得。

另一方面，本文所提及之「語境」(discursive context) 概念應該連結到「數學敘事」(mathematical narrative)，才可望顯示其特殊的重要意義，因為它除了與數學知識本身有關之外，也關乎社會文化脈絡意義。可惜，由於撰稿時間倉促，以致本文無法適當顧及，希望將來另外撰文來彌補此一缺漏。

最後，如果數學的讀與寫果然重要 – 以本文提及的這一則作業所訴求素養來說，那麼，什麼樣的專業訓練，能幫助(數學)教師成功進行讀寫教學？答案毫無疑義是：HPM/數學史，而這當然是我們台灣數學史學會的使命之一！

參考資料

洪萬生 (1999)，〈清初西方代數之輸入〉，收錄於《孔子與數學》，洪萬生著，台北：明文書局，頁 179-204。

洪萬生 (2006)，〈數學史與代數學學習〉，收錄於《此零非比〇》，洪萬生著，台北：台灣商務印書館，頁 171-183。

德福林 (Keith Devlin) (2013)，《這個問題，你用數學方式想過嗎？》，台北：臉譜出版社。

曾多聞 (2018)《美國讀寫教育改革交我們的六件事》，新北市：字畝文化事業有限公司。

臺灣數學史教育學會章程

第一章 總則

- 第 一 條 本會名稱為臺灣數學史教育學會（以下簡稱本會），英文名稱定為 **Taiwanese Society for the History and Pedagogy of Mathematics**。
- 第 二 條 本會為依法設立、非以營利為目的之社會團體，以發展和提升臺灣數學史研究，以及推廣數學史在教育上之應用為宗旨。
- 第 三 條 本會以全國行政區域為組織區域。
- 第 四 條 本會會址設於主管機關所在地區，並得報經主管機關核准設分支機構。前項分支機構組織簡則由理事會擬訂，報請主管機關核准後行之。會址及分支機構之地址於設置及變更時應函報主管機關核備。
- 第 五 條 本會之任務如下：
- 一、推廣數學史教育理念，並舉辦數學史研究之活動。
 - 二、進行數學史相關學術及應用之研究。
 - 三、舉辦及參與國際上數學史相關組織之活動，並促進相關合作事宜。
 - 四、設立數學史相關之網站暨發行刊物。
 - 五、發行數學史相關書籍及用品。
 - 六、接受委託辦理相關教學及研究工作。
 - 七、其他符合本會宗旨之有關事項。
- 第 六 條 本會之主管機關為內政部，目的事業主管機關依章程所訂宗旨及任務，主要為教育部，本會之目的事業應受各該事業主管機關之指導、監督。

第二章 會員

- 第 七 條 本會會員分下列五種：
- 一、常年會員：凡贊同本會宗旨，年滿二十歲，填具會員入會申請書，經理事會通過，並繳納入會費及常年會費後，成為常年會員。
 - 二、永久會員：凡贊同本會宗旨，年滿二十歲，填具會員入會申請書，經

理事會通過，並繳納入會費及永久會費後，成為永久會員。

三、團體會員：凡贊同本會宗旨，經政府核准設立之機構或團體，填具團體會員入會申請書，經理事會通過，並繳納入會費及常年會費後，為團體會員，團體會員應推派代表 1 人，以行使權利。

四、預備會員：凡贊同本會宗旨之大專院校在學學生，未滿二十歲，填具會員入會申請書，經理事會通過，並繳納入會費及常年會費後，為預備會員。

五、榮譽會員：凡對數學史之應用、研究、推廣和贊助有具體貢獻者，得由會員提名，經理事會通過，禮聘為榮譽會員。

第 八 條 會員（會員代表）有表決權、選舉權、被選舉權與罷免權。每一會員（會員代表）為一權。預備會員及榮譽會員，無前項權利。

第 九 條 一、會員有遵守本會章程、履行本會決議及繳納會費之義務。會員未繳納會費者，不得享有會員權利。

二、會員一年未繳納會費者，暫停會員資格。

三、連續二年未繳納會費者，視為自動退會。

第 十 條 會員(會員代表)有違反法令、章程或不遵守會員大會決議時，經理事會決議，予以勸告、警告或停權半年內等處分；其危害團體情節重大者，得提報會員大會，經出席人員三分之二同意，得給與除名處分。

第 十一 條 會員有下列情事之一者，為出會：

一、自動退會。

二、喪失會員資格者。

三、經會員大會決議除名者。

第 十二 條 會員得以書面敘明理由向本會聲明退會，已繳納之各項費用不予退還。

第三章 組織及職權

第 十三 條 本會以會員大會為最高權力機構。會員人數超過三百人以上時得分區比例選出會員代表，再召開會員代表大會，行使會員大會職權。會員代表任期二年，其名額及選舉辦法由理事會擬訂，報請主管機關核備後行之。

第 十四 條 會員（會員代表）大會之職權如下：

- 一、訂定與變更章程。
 - 二、選舉及罷免理事、監事。
 - 三、議決入會費、常年會費、事業費及會員捐款之數額及方式。
 - 四、議決年度工作計畫、報告及預算、決算。
 - 五、議決會員（會員代表）之除名處分。
 - 六、議決財產之處分。
 - 七、議決本會之解散。
 - 八、議決與會員權利義務有關之其他重大事項。
- 前項第八款重大事項之範圍由理事會定之。

第 十五 條 本會置理事 15 人、監事 5 人，由會員（會員代表）選舉之，分別成立理事會、監事會。選舉前項理事、監事時，依計票情形得同時選出候補理事 5 人，候補監事 1 人，遇理事、監事出缺時，分別依序遞補之。

第 十六 條 理事會之職權如下：

- 一、議決會員大會召開事項。
- 二、審定會員（會員代表）之資格。
- 三、選舉及罷免常務理事、理事長及副理事長。
- 四、議決理事、常務理事、理事長及副理事長之辭職。
- 五、聘免工作人員。
- 六、擬訂年度工作計畫、報告及預算、決算。
- 七、其他應執行事項。

第 十七 條 一、理事會置常務理事 5 人，由理事互選之，並由理事就常務理事中選舉 1 人為理事長，1 人為副理事長。

二、理事長對內綜理督導會務，對外代表本會，並擔任會員大會、理事會主席及理監事聯席會議主席。

三、理事長因事不能執行職務時，應指定副理事長代理之，未指定或不能指定時，由常務理事互推 1 人代理之。

四、理事長、副理事長、常務理事出缺時，應於一個月內補選之。

第 十八 條 監事會之職權如下：

- 一、監察理事會工作之執行。
- 二、審核年度決算。

三、選舉及罷免常務監事。

四、議決監事及常務監事之辭職。

五、其他應監察事項。

六、執行會員大會決議。

第十九條 一、監事會置常務監事 1 人，由監事互選之，監察日常會務，並擔任監事會主席。

二、常務監事因事不能執行職務時，應指定監事 1 人代理之，未指定或不能指定時，由監事互推 1 人代理之。

三、監事會主席（常務監事）出缺時應於一個月內補選之。

第二十條 理事、監事均為無給職，任期二年，連選得連任。理事長之連任，以一次為限。理事、監事之任期自召開本屆第一次理事會之日起計算。

第二十一條 理事、監事有下列情事之一者，應即解任：

一、喪失會員（會員代表）資格者。

二、因故辭職經理事會或監事會決議通過者。

三、被罷免或撤免者。

四、受停權處分期間逾任期二分之一者。

第二十二條 本會置秘書長 1 人，承理事長之命處理本會事務，其他工作人員若干人，由理事長提名經理事會通過聘免之，並報主管機關備查。

前項工作人員不得由理事監事擔任。

工作人員權責及分層負責事項由理事會另定之。

第二十三條 本會得設各種委員會、小組或其他內部作業組織，其組織簡則經理事會通過後施行，變更時亦同。

第二十四條 本會聘請榮譽職與頒發貢獻獎如下：

一、本會得由理事會聘請名譽理事長 1 人，名譽理事、顧問、諮議各若干人，其聘期與當屆理事、監事之任期同。

二、對臺灣數學史之研究與推廣有卓越貢獻之會員，經理事會通過後，得頒給本會數學史終身貢獻獎。

第四章 會議

第二十五條 會員（會員代表）大會分定期會議與臨時會議二種，由理事長召集，召集時除緊急事故之臨時會議外應於 15 日前以書面通知之。

定期會議每年召開一次，臨時會議於理事會認為必要，或經會員（會員代表）五分之一以上之請求，或監事會函請召集時召開之。

本會辦理法人登記後，臨時會議經會員（會員代表）十分之一以上之請求召開之。

第二十六條 會員（會員代表）不能親自出席會員大會時，得以書面委託其他會員（會員代表）代理，每一會員（會員代表）以代理 1 人為限。

第二十七條 會員（會員代表）大會之決議，以會員（會員代表）過半數之出席，出席人數較多數之同意行之。但下列事項之決議以出席人數三分之二以上同意行之。

一、章程之訂定與變更。

二、會員（會員代表）之除名。

三、理事、監事之罷免。

四、財產之處分。

五、本會之解散。

六、其他與會員權利義務有關之重大事項。

本會辦理法人登記後，章程之變更以出席人數四分之三以上之同意或全體會員三分之二以上書面之同意行之。

本會之解散，得隨時以全體會員三分之二以上之可決議解散之。

第二十八條 理事會，監事會每六個月召開一次，必要時得召開聯席會議或臨時會議。前項會議召集時除臨時會議外，應於七日前以書面通知，會議之決議，各以理事、監事過半數之出席，出席人數較多數之同意行之。

第二十九條 理事應出席理事會議，監事應出席監事會議，理事會、監事會不得委託出席：理事、監事連續二次無故缺席理事會、監事會者，視同辭職。

第五章 經費及會計

第三十條 本會經費來源如下：

一、入會費：於會員入會時繳納。

1. 常年會員：新台幣 500 元。
2. 永久會員：新台幣 500 元。
3. 團體會員：新台幣 2000 元。
4. 預備會員：新台幣 200 元。

二、常年會費：每年繳納

1. 常年會員：新台幣 500 元。
2. 團體會員：新台幣 2000 元。
3. 預備會員：新台幣 200 元。

三、永久會費：繳納一次，新台幣 4500 元。

四、事業費。

五、會員捐款。

六、委託收益。

七、基金及其孳息。

八、其他收入。

第三十一條 本會會計年度以曆年為準，自每年 1 月 1 日起至 12 月 31 日止。

第三十二條 本會每年於會計年度開始前二個月由理事會編造年度工作計畫、收支預算表、員工待遇表，提會員大會通過（會員大會因故未能如期召開者，先提理監事聯席會議通過），於會計年度開始前報主管機關核備。並於會計年度終了後二個月內由理事會編造年度工作報告、收支決算表、現金出納表、資產負債表、財產目錄及基金收支表，送監事會審核後，造具審核意見書送還理事會，提會員大會通過，於三月底前報主管機關核備（會員大會未能如期召開者，先報主管機關）。

第三十三條 本會於解散後，剩餘財產歸屬所在地之地方自治團體或主管機關指定之機關團體所有。

第六章 附則

第三十四條 本章程未規定事項，悉依有關法令規定辦理。

第三十五條 本章程經會員（會員代表）大會通過，報經主管機關核備後施行，變更時亦同。

第三十六條 本章程經本會 108 年 1 月 19 日第 1 屆第 1 次會員大會通過。

報經內政部○年○月○日台內團字第○○○號函准予備查。

註：本條俟本部許可立案後，請自行記載通過章程之會員大會、日期、屆次及內政部核備之日期、文號。

臺灣數學史教育學會

第一屆理事長：洪萬生

第一屆副理事長：劉柏宏

第一屆秘書長：英家銘

第一屆理事：洪萬生、劉柏宏、蘇意雯、
蘇惠玉、蘇俊鴻、黃俊瑋、
林倉億、博佳佳、陳彥宏、
陳玉芬、賴以威、陳敏皓、
廖傑成、王文珮、陳政宏。

第一屆監事：彭良楨、張鎮華、
Alexei Volkov (琅元)、
林炎全、謝佳叡。

研究隨筆：栃木縣足利市鏝阿寺所藏算額

英家銘、吳韋霖

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系

2018 年 8 月，本文的第一作者赴日本栃木縣佐野市參加第 14 回日本全國和算研究大會並發表論文，同時也利用會議空檔到佐野市隔壁的足利市參觀被列為日本百大名城的鏝阿寺。



圖一：栃木縣足利市鏝阿寺（攝影：英家銘）

鏝阿寺又被稱為「足利氏館」。原來室町幕府（1336-1573）將軍家足利氏的先祖源義康，在 12 世紀中葉的時候，於下野國足利莊（今栃木縣足利市）建立居館。後來在 12 世紀末至 13 世紀中，足利氏在這裡建立佛寺，就是現今的鏝阿寺。在這個列為百大名城的佛寺中，也收藏了兩面算額，都是 19 世紀奉納，但一個是在江戶時代，一個是明治時代。鏝阿寺的算額平常不公開展示，所以我們下面用「和算の館」這個網頁上的照片代替。下圖二是 1848 年由最上流増田善右衛門與其門人奉納。這幅算額保存狀態不佳，上面的文字閱讀十分困難。



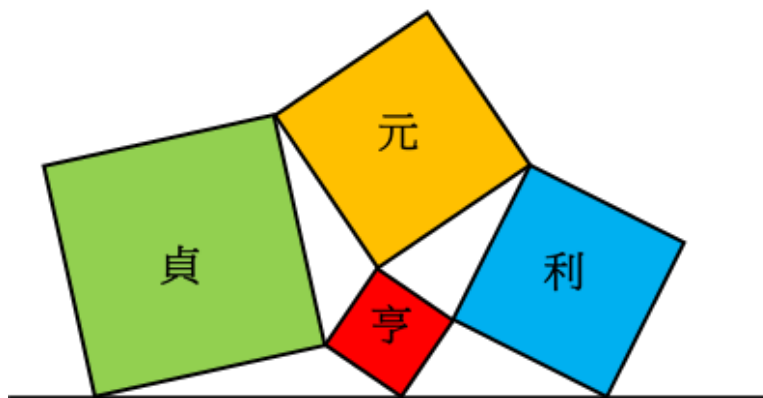
圖二：1848 年最上流増田善右衛門與其門人奉納算額
(圖片來源：www.wasan.jp)

另一幅較為清楚，由 1884 年由關流石原清右衛門與其門人奉納，如下圖三。



圖三：1884 年關流石原清右衛門與其門人奉納算額
(圖片來源：www.wasan.jp)

圖三中的第二題，是個很有趣的歐式幾何問題。在一條直線上有元、亨、利、貞四個正方形，互相以頂點相接，下面三個正方形也與直線相接，如圖四。

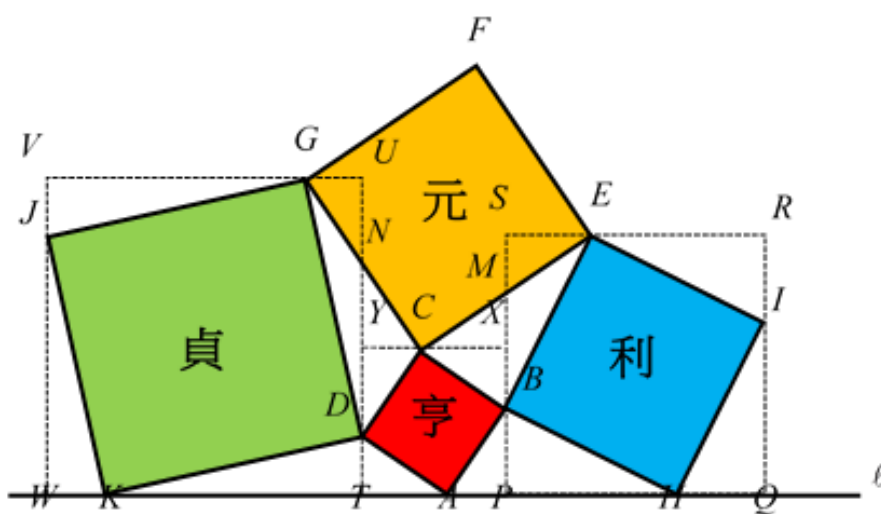


圖四：鑲阿寺 1884 年算額第二問示意圖

原本算額照片上的文字仍不甚清楚，但或許可以這樣解讀：

線上圖如元亨利貞方載有亨方面一寸元方面何問
答元方面二寸

也就是說，題目只給定「亨」正方形的邊長為 1 寸，要求「元」正方形的邊長。這個問題要用到很多基礎的歐式幾何定理才能解出，以下用現代圖形與符號說明。



圖五：鑲阿寺 1884 年算額第二問解法示意圖

過程如圖五。作正方形 $TWVU$ 、正方形 $PTYX$ 及正方形 $QPSR$ 。

顯而易見可知 $\overline{CX} = \overline{BP} = \overline{HQ} = \overline{RI} = \overline{SE}$ 且 $\overline{CY} = \overline{DT} = \overline{AP} = \overline{BX}$ 。

因為 $\angle MCX = \angle MES$ (內錯角相等)、 $\angle MXC = \angle MSE = 90^\circ$ 及 $\overline{CX} = \overline{ES}$ 。

所以 $\triangle MSE \cong \triangle MXC$ (ASA 全等) $\Rightarrow \overline{ME} = \overline{MC}$ ，故 M 為 $\overline{CE}$ 中點。

同理可證： N 為 $\overline{GC}$ 中點。

因為 $\angle NCY = \angle CMX$ 、 $\angle NYC = \angle CXM$ 及 $\overline{CN} = \overline{MC}$ 。

所以 $\triangle MCX \cong \triangle CNY \Rightarrow \overline{MX} = \overline{CY}$ 。

因為 $\overline{CY} = \overline{BX} \Rightarrow \overline{MX} = \overline{CY} = \overline{BX}$ 。

又因為 $\angle MXC = \angle BXC$ 且 $\overline{CX}$ 為公用邊。

所以 $\triangle MCX \cong \triangle BCX \Rightarrow \overline{MC} = \overline{BC}$ 。

故 $\overline{CE} = 2\overline{BC}$ 。亦即元邊長為亨邊長的兩倍。

這個問題讓筆者想起海龍當年用歐式幾何證明海龍公式的過程，也需要畫很多條輔助線，而且用到數個基礎的歐式幾何定理才能證出。這一題我們要自己想出解答可能頗為困難，但是當成歐式幾何的複習問題，或許也可以考慮。

參考資料：

群馬縣和算研究會鐫阿寺算額介紹：<http://www.wasan.jp/totigi/bannaji2.html>

深川英俊、トニー ロスマン（2010），《聖なる数学:算額-世界が注目する江戸文化としての和算》（東京：森北出版）。

從本卷開始，不再以月份當期數囉，改以當年份出版順序編期數！

編輯部的話

日劇《數學女孩戀愛簿》中的數學

杜鴻德

國立基隆商工

一、前言

數學一直是最重要的學科之一，但在現今的教育升學體制下，數學失去原有樂趣的本質，所以數學也成為多數學生最討厭的科目之一。若將數學融入遊戲中，用漫畫或影視來呈現，或者將數學生活化，讓學生從另外一個角度重新看待數學，發現它的樂趣，進而引起一般人對數學的喜好。

洪萬生教授曾在〈數學敘事與普及閱讀〉文中提到：

所謂「數學敘事」(mathematical narrative)，是指用以溝通或建構數學意義的一種敘事(narrative)。因此，「數學的敘事理解」是指吾人藉由比喻(metaphor)的引進，數學與敘事的結合所引發或促進的數學理解。⁷

以敘述故事的方式來呈現數學，能打破數學給人的冷冰冰的感覺，進而激起一般人對數學的熱愛。這好比卡通棋靈王，很多小朋友是因為看了這部卡通才對圍棋產生興趣，進而透過積極的學習來使棋藝進步。為何數學以敘述故事的方式來呈現更能貼近一般人呢？這是因為故事敘述的非制式化打破了數學說一就一，說二是二，非 P 則 Q 等給人的刻板印象，它(數學)不在是考卷上唯一的答案，它是可以給人更多想像空間的，這就是數學與文學所結合而成的火花。

此外，蘇惠玉老師也曾在〈數學在推理小說中的角色扮演〉一文中表示：若要以「數學敘事」寫一部好的劇本，作者本身的對數學的看法或者對數學的本質所持有的意識型態，會深深影響他在劇本中所使用的數學內容與呈現方式。⁸ 相信要寫出如此好的題材，編劇者本身若不是數學家，也會是具有相當深厚的數學知識背景的人。就如知名漫畫怪醫黑傑克，其作者手塚治虫不僅是漫畫家，他本身還是擁有醫學博士學位的合格醫生。手塚治虫透過他手中的畫筆，將冰冷的手術台、銳利的手術刀一一化(畫)成令人膾炙人口的故事情節。所以只要利用適當的方式，數學也可以不那麼數學(泛指數學總給人冷冰冰的感覺)，而透過類似文學裡的敘述故事方式，能讓一般人用另一種角度看待數學知識，以輕鬆的方式從數學中得到樂趣，進而讓數學知識更普及化。

今天要與各位分享的是日劇《數學女孩戀愛簿》，就讓我們看看編劇者如何將數學安排進劇情中吧！劇中主角是一位就讀東都大學數學系的女學生—難波胡桃，簡稱難波。而男主角則為初音署的刑警伴田龍彥，簡稱伴田。他們在一次因緣際會下遇見了，各集的故事主要是敘述難波如何利用數學知識來協助他偵破件件重大的刑案。而本文將介紹女主角如

⁷ 引述自洪萬生，2017，〈數學敘事與普及閱讀〉，頁 2。

⁸ 引述自蘇惠玉，2009，〈數學在推理小說中的角色扮演〉，頁 5。

何用排列組合的概念來幫助他在撲克牌賭盤上贏的賽局，及利用貝氏定理來說明疾病檢測的誤診率比想像中還高這兩件事。

二、排列組合與撲克牌

劇情一開始，難波受同學所託，去賭場贏回他先前所輸掉的錢。難波到賭場後發現該賭局玩的是梭哈（Show Hand），其規則類似台灣年輕人常玩的『大老二』。梭哈的牌組大小排序是依照機率而排定。出現機率越低者，排位越高。這也是有在打牌的人常討論最大的兩種牌組—『鐵支』與『同花順』哪一種比較大？這兩種答案各有擁護者，記得筆者小時候頂多只聽教我打牌的鄰居大哥哥說是規定『同花順』比『鐵支』大，至於為什麼他也說不出所以然，直到高二學到排列組合（舊課綱安排在高二下），利用排列組合的概念去算出『鐵支』與『同花順』的種類數後才恍然大悟為什麼『同花順』比『鐵支』大。

出現某種牌組的機率 $P(A\text{牌組}) = \frac{A\text{牌組的種類個數}}{\text{全部可能情形個數}} = \frac{n(A)}{n(S)}$ ，而全部可能情形個數即

是在全部 52 張牌內任取 5 張，即 $n(S) = C_5^{52}$ 。因為每種牌組的機率分母皆是

$n(S) = C_5^{52} = 259$ 萬 8960 種，所以只要比較分子大小即可知道各牌組的大小順序，計算方式通常以統一先選出可能的數字號碼再選其花色。以下便介紹幾個常見的梭哈撲克牌⁹牌組種類數：

(1) Two pair(兩對)範例：

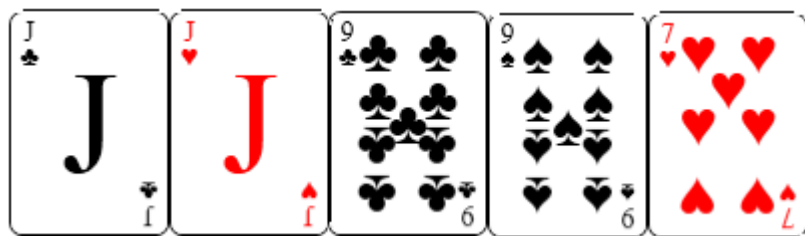


圖 1：Two pair 範例

方法數 $n(\text{兩對}) = [C_2^{13} \cdot C_1^{11}] \cdot [C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^4] = 123552$ (種)

解說：

選號時先選兩個當一對的，如上圖從 13 個號碼中選到 J 和 9，其方法數為

C_2^{13} ，再從剩下的 11 個號碼再從中選一個號碼當一支的，其方法數為 C_1^{11} 。接下來就是選

花色，當一對的各從 4 種花色裡面選取 2 種，其方法數為 C_2^4 ，當一支的從 4 種花色裡面

⁹ 撲克牌圖檔取自 <https://reurl.cc/8p17g> (Jan.20,2019)

選取 1 種，其方法數為 C_1^4 。

(2) 四條(俗稱鐵支)範例：

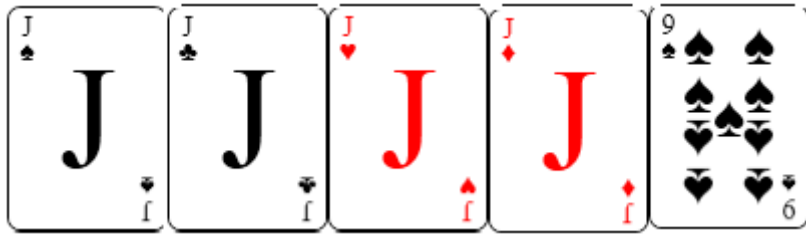


圖 2：鐵支範例

$$\text{方法數 } n(\text{鐵支}) = [C_1^{13} \cdot C_1^{12}] \cdot [C_4^4 \cdot C_1^4] = 624 \text{ (種)}$$

(3) 同花順範例：

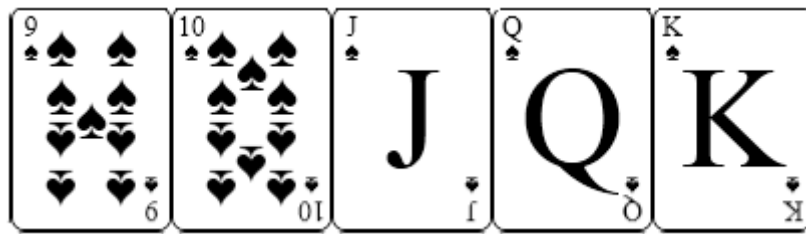


圖 3：同花順範例

$$\text{方法數 } n(\text{同花順}) = [10] \cdot [C_1^4] = 40 \text{ (種)}$$

解說：

選號時只需選出最前面的號碼，後面的號碼就會強迫被決定。例如選 7 號，所得的順子就會是 7-8-9-10-J。故從 A 到 K 共 13 個號碼，但扣除 J-Q-K-1-2，與 Q-K-1-2-3，及 K-1-2-3-4 這三種被規定不算順子的排序，所以剩下 10 種號碼可以當順子的頭。接下來就是從四種花色裡選取其中一個。

由方法數的計算，我們可以算出同花順的種類最少，意即拿到的機率越低，其機率為 $P(\text{同花順}) = \frac{40}{2598960} = 0.001539\%$ ，而鐵支總類數約為同花順的 16 倍，機率明顯大上許多。

於第一集時間 4:00 處（如圖 4），一開始女主角難波從一名賭客的金屬大項鍊的反射得知該賭客的牌為 one pair（一對），難波馬上用排列組合搭配機率算出拿到此牌組的機率約為 42.26%，當然機率越低表示此牌組合越難拿到，在遊戲規則裡有較高地位的順序。由於幾位對手手上的牌並不大（即順位不高），第一盤就讓女主角難波輕鬆拿下，這其實是一般賭場對新賭客初來乍到所使的初始誘餌，一般先給個甜頭，然後再海削賭客一筆。



圖 4：日劇數學女孩第一集時間 4:00 之處

第一集的開頭就先以排列組合與機率來鋪陳玩撲克牌時最常見的數學概念，這邊要特別提醒的地方就是日本所用的組合數寫法與台灣不太一樣，例如 n 個相異物選取 m 個，台灣使用符號 C_m^n 來表示，而日本則是用 ${}_nC_m$ 來表示。

下一盤女主角所拿到的牌是 Q 鐵支，在撲克牌規則裡，鐵支能拿到的機率極低，其順位只僅次於同花順。光從鐵支的機率值來看可以知道其發生機率極低，別人手上的牌組要贏過女主角手上的牌組幾乎是不可能的。經過女主角心算結果，對方要贏過她的機率只有 0.017%。如下圖 5：



圖 5：日劇數學女孩第一集時間 5:50 之處

原以為女主角難波拿到這樣大的牌組將為同學贏回賭金，但劇情的安排往往出乎人意料之外，對手有人卻是拿到 K 鐵支，這讓女主角對數學機率背後的意涵瞬間瓦解。也因此女主角難波欠了那批賭徒 300 萬元。

之後，難波了解當初會輸掉賭局乃是因為對方賭徒出老千，幾天後他再度回到此賭場，這次他利用了數列與同餘的一些概念把之前所輸的賭金連本帶利的贏回來了，礙於

文章篇幅就不對其原理詳加介紹，有興趣的讀者可以自行參閱影集。

三、貝氏定理與錯誤解讀

接下來劇情進入警方與炸彈客的鬥智場面，刑警伴田在追捕炸彈客時，反遭炸彈客襲擊，並被綁在要輸入密碼的定時炸彈上。隨後趕到的難波欲協助伴田脫困，但若輸入錯誤的密碼而引燃炸彈，難波和伴田將同葬身在此處。這時伴田表示他是一個疾病纏身的人，請難波趕快逃離現場不需要為一個將死之人冒這個險。原來伴田在之前的健康檢查報告裡顯示他可能罹患了肺結節，這是一萬個人中才有一個能會得的難治之症，伴田無奈表示他已經去問過熟識的醫生，醫生表示這種檢查的精確度為 99.9%。意即出錯率只有 0.1%，也就是他的存活率極低。換言之有 99.9%的機率他將在不久的未來因疾病而往生。若炸彈爆炸他也只是提早一點時間死亡，所以 he 不想女主角因此陪他葬身此處。最後女主角還是用機智協助伴田脫困，並告訴伴田他對健康報告的解讀是錯誤的。

為什麼男主角的解讀是錯誤的呢？我們看看以下說明：假若影片中的兩個假設都是對的話，換句話說儀器精確度是 99.9%，以及男主角所檢測出的疾病也是不治之症這兩個假設皆成立的話，相信一般人的認知都會跟男主角一樣，認為自己得絕症的比例是 99.9%。但這樣的解讀數據卻是錯誤的。以下舉個在高中常見的貝氏定理的題目來說明：

【2005 年大學指考題】

宴會在場的 50 位賓客有人偷了主人的珠寶，由於賓客身上都沒有珠寶，而且他們都不承認偷竊。警方決定動用測謊器，並且只問客人一個問題：「你有沒有偷珠寶？」。已知若某人說謊，則測謊器顯示他說謊的機率為 99%；若某人誠實，則測謊器顯示他誠實的機率是 90%。下列敘述何者正確：

- (A) 設竊賊只有一人。當賓客受測時，測謊器顯示賓客說謊的機率大於 10%。
 - (B) 設竊賊只有一人。當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客正是竊賊的機率大於 50%。
 - (C) 設竊賊只有一人，當測謊器顯示一賓客誠實時，該賓客卻是竊賊的機率小於 20%。
 - (D) 當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客是竊賊的機率，並不因竊賊人數多少而改變。
- 正確答案：AC

解析：

我們把竊賊比喻成得到重症的人，該測謊機無論是偵測說謊的人，還是誠實的人，其精確度都在 90% 以上（測說謊的人有 99%，測誠實的人有 90%），而（B）選項正是我們要探討的 mode，如表 1：

表 1：劇情與範例之對照表

劇 情	範 例	
該疾病檢測出男主角伴田有疾病	該測謊機顯示該賓客正是竊賊	
男主角伴田真正有疾病的機率	該賓客正是竊賊的機率	

我們先將範例的問題用樹狀圖來呈現，如圖 6：

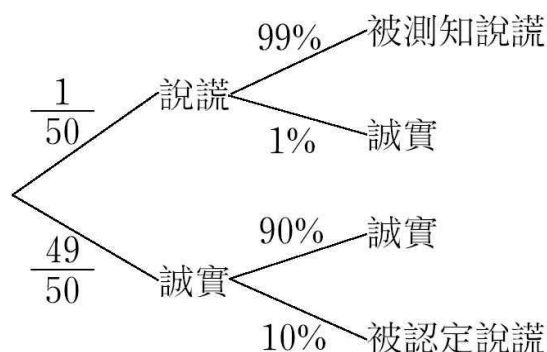


圖 6：範例問題的樹狀圖

由貝氏定理我們可以將（B）選項的算式寫成

機率 $P(\text{真的是竊賊} | \text{測謊機顯示為竊賊})$

$$= \frac{P(\text{竊賊測出說謊})}{P(\text{竊賊測出說謊}) + P(\text{非竊賊被測出說謊})} = \frac{\frac{1}{50} \cdot 99\%}{\frac{1}{50} \cdot 99\% + \frac{49}{50} \cdot 10\%} = \frac{99}{589} \doteq 0.168$$

相信這個答案會令絕多數的人感到不可思議，測謊機顯示你是竊賊時，你真的是竊賊的機率只有一成多！

而（B）選項說是竊賊的機率大於 50%，大部分的人直覺上會認為測謊機的精確度至少是 90% 以上，所以該選項應該是正確的，但它卻是錯誤的選項。用同樣的模式類推，伴田的真正得到這個不治之症的機率其實是不高的。也許有讀者會認為我舉的範例數據與實際差別甚多，但其實其意義是一樣的。再更貼切一點，我接下來模擬一道與劇情中的數據類似的範例來說明，相信這更能說服一般民眾。

根據《健康醫學與基層醫療》第二十七卷 第八期 文中提到，單一肺結節（簡稱 SPN），在臨床上盛行的比例約為 0.09~0.20%，其中良性比例約為 70~90%。¹⁰故我們取最大值假設一般國民罹患肺結節的比例為 0.2%，而且都是惡性的肺結節，根據劇中所言檢測肺結節的儀器精確度都假設為 99.9%。換言之，有罹患此疾病的人檢測完呈現陽性的機率為 99.9%；健康的人檢測完呈現陰性的機率也為 99.9%。那麼在這樣條件下，檢測出有肺結節的男主角，其真正有罹患肺結節的機率大概是多少呢？

我們把上面更貼近真實數據的假設改成一般高中生常見也較易理解的題目範例，

【範例】假設一般民眾得到肺結節的比例為 0.2%，而醫院檢測肺結節的準確度為 99.9%。試問，若小明被醫院檢測出肺結節，那他真的有罹患該疾病的機率為多少？

解析：

機率 $P(\text{真實為罹患者} | \text{肺結節檢測出有肺})$

¹⁰ 可參考台灣家庭醫學學會的電子期刊，網址：<https://reurl.cc/raYn1> (Jan.20,2019)

$$= \frac{P(\text{患者被測出})}{P(\text{患者被測出}) + P(\text{健康者被誤診})} = \frac{0.2\% \cdot 99.9\%}{0.2\% \cdot 99.9\% + 99.8\% \cdot 0.1\%} = \frac{1998}{2996} \approx 0.667$$

計算出來的答案值約為 $\frac{2}{3}$ ，雖然有 99.9% 的高準確性的儀器在背後做後盾，但準確度卻遠低於我們的直覺認知。換言之，被檢測出有肺結節的人裡面，約每三個人就有一個是被誤診的。

為什麼 99.9% 準確度的儀器，會有如此低罹患率的解讀呢？原因是在真實罹患這些疾病的人比例並不高，換個方式來說，假設有 10000 個健康的人及 20 個罹患肺結節的人，這樣的比例很接近我們假設的 0.2%。那以 99.9% 精確度來說，那些健康的 10000 人中約有 10 個人被診斷出有肺結節，而罹患有肺結節的 20 個人裡面幾乎每個人都會被診斷出。故被診斷出的人共有 $10 + 20 = 30$ 個人，但裡面有 10 個人是被誤診了。

若上述文字還是無法深刻體會的話，我把上述文字轉化成貝氏定理常用的集合統計圖（如圖 7），也許可以更加明白。

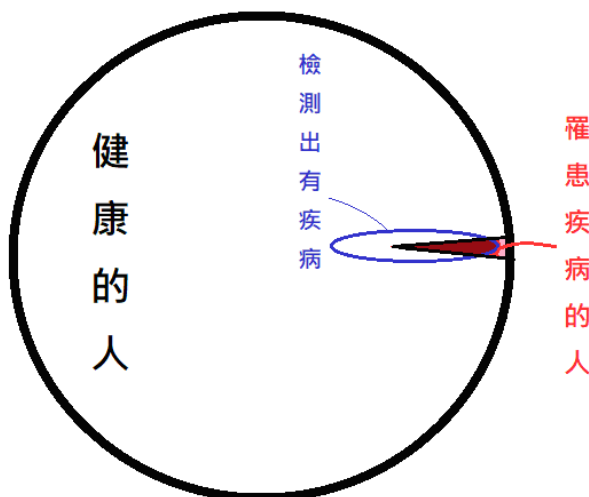


圖 7：貝氏定理之統計集合圖

整個大黑圈為全部人口，紅色部份為有疾病的人，藍色圈圈為「檢測」出有疾病的人。為了讓讀者更容易了解圖的意義，故圖 7 的比例沒完全按照數據的比例，畢竟若按照數據的比例，有些比例過小，在圖形上可能無法輕易地顯現出來。

題目一開始標榜的檢測高精確度（99.9%）經過計算後跑去哪了呢？為什麼上述的精確度變成只有 66.7%？其實精確度一樣是沒變的，就如我們若只觀察健康的人（白色部分），你會發覺絕大部分的還是沒落在藍色圈圈裡面，換言之檢查出來是健康的；同樣的道理，若只觀察有疾病的人（紅色部分），我們會發覺絕大部份的人是在藍色圈圈裡面的，換言之檢查出來是有罹患疾病的。但是除非我們是上帝，不然我們只能靠檢測來判斷是否有罹患疾病，故一個人若檢測出有疾病，這時候只能看藍色圈圈處，藍色圈圈處裡面

紅色的部分是真的有疾病的，而白色部分是被誤診為有疾病的健康的人。這時候的條件機率變成在比較藍色圈圈內的白色部分與紅色部分的占比，所以才會導致所出來的數字並不是一般人那麼直觀，那麼高精確度。

套一個現實的經濟案例也許會讓人體會更深，依目前經濟條件而言，台灣有錢人的「比例」還是遠高於中國有錢的人的「比例」。但中國有 13 億人口，就算他低比例，但乘上總人口數 1300000000 人，中國有錢的「人數」還是遠超過台灣有錢人的「人數」。而重大疾病檢測的道理也是一樣的，健康的人總人口數太多，就算檢測精確度高，誤診比例低，但誤診的「人數」還是很多。這就是條件機率與貝氏定理要告訴我們的道理。

劇情到最後，伴田聽難波的話再次去做疾病複檢，果然檢驗結果是陰性。這也告訴我們，若在健康檢查時顯示自己罹患某種疾病時，先不要太過悲觀，可再一次檢測看看或多諮詢其他醫生，也許會有更好的答案。

四、結語

這部影集是我之前在再興中學任教時的數學科同事介紹給我的，我到其它學校任教後也一樣推薦給其他老師，一般還是以數學老師居多，其最大原因是因為數學老師比較能懂得劇情在玩什麼把戲，所以較一般人更能體會它箇中奧妙。要如何讓一般人也能愛上這類的戲劇，我想數學的普及化是其應有的條件。相對的，這類的戲劇或小說若能普及，也能帶動數學的普及，這是相輔相成的。

參考文獻

周依禪（2009），《數學類書籍普及化更有樂趣》，台北市，台灣立報。

邱珮瑜（2011），〈科普讀物裡的性別信念〉，台北市，國立臺灣師範大學。

洪萬生（2017），《數學的浪漫—數學小說閱讀筆記》，新北市，遠足文化。

洪萬生、蘇意雯、楊瓊如、英家銘、蘇惠玉、劉柏宏（2009），《當數學遇見文化》，台北市，三民書局。

教育部（2016），《十二年國民基本教育課程綱要數學領域》，新北市，國家教育研究院。

蘇惠玉（2009），〈數學在推理小說中的角色扮演〉，《HPM通訊》11(12)。

1. 為節省影印成本，本通訊將減少紙版的發行，請讀者盡量改訂 PDF 電子檔。要訂閱請將您的大名、地址、e-mail 至 suhv1022@gmail.com
2. 本通訊若需影印僅限教學用，若需轉載請洽原作者或本通訊發行人。
3. 歡迎對數學教育、數學史、教育時事評論等主題有興趣的教師、家長及學生踴躍投稿。投稿請 e-mail 至 suhv1022@gmail.com
4. 本通訊內容可至網站下載。網址：<http://math.ntnu.edu.tw/~horng/letter/hpmlletter.htm>
5. 以下是本通訊在各縣市學校的聯絡員，有事沒事請就聯絡

《HPM 通訊》聯絡員

日本：陳昭蓉（東京 Boston Consulting Group）

基隆市：許文璋（銘傳國中）

台北市：楊淑芬（松山高中）杜雲華、陳彥宏、游經祥、蘇慧珍（成功高中）

蘇俊鴻（北一女中）陳啟文（中山女高）蘇惠玉（西松高中）蕭文俊（中崙高中）

郭慶章（建國中學）李秀卿（景美女中）王錫熙（三民國中）謝佩珍、葉和文（百齡高中）

彭良禎、鄭宜瑾（師大附中）郭守德（大安高工）張瑄芳（永春高中）張美玲（景興國中）

文宏元（金歐女中）林裕意（開平中學）林壽福、吳如皓（興雅國中）傅聖國（健康國小）

李素幸（雙園國中）程麗娟（民生國中）林美杏（中正國中）朱廣忠（建成國中）吳宛柔（東湖國中）王裕仁（木柵高工）蘇之凡（內湖高工）

新北市：顏志成（新莊高中）陳鳳珠（中正國中）黃清揚（福和國中）董芳成（海山高中）孫梅茵

（海山高工）周宗奎（清水中學）莊嘉玲（林口高中）王鼎勳、吳建任（樹林中學）陳玉芬

（明德高中）羅春暉（二重國小）賴素貞（瑞芳高工）楊淑玲（義學國中）林建宏（丹鳳國

中）莊耀仁（溪崑國中）、廖傑成（錦和高中）

宜蘭縣：陳敏皓（蘭陽女中）吳秉鴻（國華國中）林肯輝（羅東國中）林宜靜（羅東高中）

桃園市：許雪珍、葉吉海（陽明高中）王文珮（青溪國中）陳威南（平鎮中學）

洪宜亭、郭志輝（內壢高中）鐘啟哲（武漢國中）徐梅芳（新坡國中）程和欽（大園國際高

中）、鍾秀瓏（龍岡國中）陳春廷（楊光國民中小學）王瑜君（桃園國中）

新竹市：李俊坤（新竹高中）、洪正川（新竹高商）

新竹縣：陳夢綺、陳瑩琪、陳淑婷（竹北高中）

苗栗縣：廖淑芳（照南國中）

台中市：阮錫琦（西苑高中）、林芳羽（大里高中）、洪秀敏（豐原高中）、李傑霖、賴信志、陳姿研（台中女中）、莊佳維（成功國中）、李建勳（萬和國中）

彰化市：林典蔚（彰化高中）

南投縣：洪誌陽（普台高中）

嘉義市：謝三寶（嘉義高工）郭夢瑤（嘉義高中）

台南市：林倉億（台南一中）黃哲男、洪士薰、廖婉雅（台南女中）劉天祥、邱靜如（台南二中）張靖宜（後甲國中）李奕瑩（建興國中）、李建宗（北門高工）林旻志（歸仁國中）、劉雅茵（台南科學園區實驗中學）

高雄市：廖惠儀（大仁國中）歐士福（前金國中）林義強（高雄女中）

屏東縣：陳冠良（枋寮高中）楊瓊茹（屏東高中）黃俊才（中正國中）

澎湖縣：何嘉祥 林玉芬（馬公高中）

金門：楊玉星（金城中學）張復凱（金門高中）馬祖：王連發（馬祖高中）

附註：本通訊長期徵求各位老師的教學心得。懇請各位老師惠賜高見！