

# 指數與次方

## Powers and exponents

Class: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_

1. A pencil costs \$12. Tom buys 7 pencils. How much does he spend?

- (1) Which is correct?   $12+12+12+12+12+12+12$    $12 \times 7$   
 (2) Which one do you like?   $12+12+12+12+12+12+12$    $12 \times 7$

2. 某生物每小時分裂為原本的 2 倍，若原本有 1 隻某生物，請問：

- (1) 1 小時後某生物有幾隻？  
 (2) 2 小時後某生物有幾隻？  
 (3) 3 小時後某生物有幾隻？  
 (4) 8 小時後某生物有幾隻？  
 (5) 如果想知道 1 天後某生物有幾隻，我可以怎麼算？

3. 指數的介紹

	中文	English
$2^{24}$	意義：_____ 連乘 _____ 次	_____ is multiplied by itself for _____ times
	算式：_____	
	2 稱為 _____ 數	2 is _____
	24 稱為 _____ 數	24 is _____
	讀作 _____	_____ to the power of _____

4. Sentence Pattern:

\_\_\_\_\_ to the power of \_\_\_\_\_

5. Write the product using an exponent.

- (1)  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$  \_\_\_\_\_  
 (2)  $0.7 \times 0.7 \times 0.7 \times 0.7 \times 0.7 =$  \_\_\_\_\_

6. Fill in the blanks:

$$5^3 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

<p>Example. <math>3^4 + 2^5 = ?</math></p>	<p>Exercise. <math>3 \times 4^2 - 2^3 = ?</math></p>
--	--

7. 比較下列三個數值

<p>What does <math>(-2)^5</math> mean?</p> <p>_____</p> <p>What is the number being multiplied by itself 5 times?</p> <p>_____</p> <p>Evaluate the value of <math>(-2)^5</math></p>	<p>What does <math>-2^5</math> mean?</p> <p>_____</p> <p>What is the number being multiplied by itself 5 times?</p> <p>_____</p> <p>Evaluate the value of <math>-2^5</math></p>	<p>What does <math>-(-2)^5</math> mean?</p> <p>_____</p> <p>What is the number being multiplied by itself 5 times?</p> <p>_____</p> <p>Evaluate the value of <math>-(-2)^5</math></p>
---	---	---

8. 指數為 0 或負整數時

$\times 2$		$2^4$	=	$2 \times 2 \times 2 \times 2$		$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$		$2^3$	=	$2 \times 2 \times 2$		$\times \frac{1}{2}$
$\times 2$		$2^2$	=	$2 \times 2$		$\times \frac{1}{2}$
		$2^1$	=	2		$\times \frac{1}{2}$
		$2^{\square}$	=	1		$\times \frac{1}{2}$
		$2^{\square}$	=	$\frac{1}{2}$		$\times \frac{1}{2}$
		$2^{\square}$	=	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$		$\times \frac{1}{2}$
		$2^{\square}$	=	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$		$\times \frac{1}{2}$

### 一、設計理念：

1. 學生已學過整數的四則運算，且本學習單主要著墨於整數的指數計算，避免涉及分數。
2. 語言部分著重考量學生認知負荷，前半段引入皆以中文進行，直到確認學生了解指數的概念後，再將英文加入課程。
3. 學生容易將  $2^5$  想成  $2 \times 5$ ，教師需反覆提醒學生。
4. 指數  $b$  的  $n$  次方的英文說法包含(1)  $b$  (raised) to the power of  $n$  (2)  $b$  to the  $n$ th (power)兩種，但由於七上學生尚未學習序數的英文，故此學習單統一使用  $b$  to the power of  $n$ 。
5. 指數為 0 或負整數對學生來說相對困難，建議使用表格先往上推，每往上一格是乘以 2，所以顛倒過來每往下一格是除以 2，先繼續把往下的值都確認好後，再請學生觀察指數的規律，詢問學生假設底下指數部分也都要填數字的話應該要填什麼比較合理，進而導出指數為 0 或負整數的情況。
6. 本次有 base 及 exponent 兩個單字，可稍加停留讓學生適應新單字後再繼續往後。其中 base 與學生認識的 baseball 有關，可提及讓學生連結。
7. 下方提供  $-2^5$ 、 $(-2)^5$ 、 $-(-2)^5$  等三個算式的英文參考唸法，但實際授課時會搭配板書呈現，因此教師及學生可不必執著於此三種唸法。

### 二、英文詞彙：

中文	英文
指數	exponent
底數	base
次方	power
平方	square
立方	cube
乘法	multiply

### 三、數學英文用法：

數學表示法	英文
$2^7$	two to the power of seven
$5^2$ (5 的平方)	five squared
$4^3$ (4 的立方)	four cubed
$-2^5$	negative one times two to the power of five negative “two to the power of five”*
$(-2)^5$	negative two quantity to the power of five “negative two” to the power of five*
$-(-2)^5$	negative negative two quantity to the power of five

\* “ ”處為重音，中間需要停頓

#### 四、教學參考範例：(範例從第3點開始)

1	<p>我們前面的需要將2乘2乘2……，總共將2連乘24次，但我們懶得把2寫24次，那怎麼辦？這時候我們就需要像前面一樣，有個像乘法那樣的符號取代加法。數學上，我們習慣把24縮小寫在2的左上角，來表示2連乘24次。2連乘24次，意思就是把2這個數字自己乘以自己24次。In English, we say “2 is multiplied by itself for 24 times.”</p>
2	<p>因為2比較大，被寫在底下，所以我們稱為底數。而24因為是指定2要乘24次，所以被稱為指數。</p> <p>In English, we say 2 is the base. B-A-S-E. Base. You have known another word, baseball. What does baseball mean? 棒球。Base有底部的意思，在棒球中，壘包是被踩在底下的，所以被稱為base，然後棒球就是baseball。在數學中，因為底數就是被寫在底部的數，所以底數的英文是Base。</p> <p>Then, 24 is the exponent. E-X-P-O-N-E-N-T. Exponent. 所以指數的英文是exponent.</p>
3	<p>把2連乘24次，如果用<math>2^{24}</math>的這種方式來寫的話，我們會讀作2的24次方。In English, we say “2 to the power of 24”, and it means 2 is multiplied by itself for 24 times.</p>
4	<p>如果要表示幾的幾次方，我們就可以用“__ to the power of __”這種方式來表示，所以假設是4的6次方，我們就會說“4 to the power of 6”。</p>
5	<p>Next, we see some examples. We have to write the product using an exponent. The first one is “<math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math>”. We don’t want to write “3” so many times, so we write it as exponent form. How many times does 3 be multiplied by itself? 6 times. Then, it is 3 to the power of 6, and it can be written as “<math>3^6</math>”.</p>
6	<p>Let’s turn to next page. What does 5 to the power of 3 mean? It means 5 is multiplied by itself 3 times. In other words, it is 5 times 5 times 5. Then, the result is 125.</p>

#### 五、引入語言使用建議：

第1段	<p>為了讓學生能先理解清楚指數的觀念，所以前半段仍先用中文講清楚概念，後半部要先和學生解釋如果把「連乘幾次」換成英文描述時的意思，再教連乘幾次的英文要怎麼說。</p>
第2段	<p>介紹指數的表示法時，先介紹指數和底數的中文，再介紹其英文。其中base因為和學生所學過的baseball有關，所以就將其與舊經驗連結，使印象更為深刻。而教新單字base及exponent時，可以先慢慢拼一次或拆音節，讓學生先熟悉單字後，再繼續將課程往下推行。</p>
第3段	<p>先教學生指數符號的中文唸法，再教其英文唸法。教英文唸法時，最後補上2連乘24次的英文，一方面複習「連乘幾次」的英文用法，另一方面讓學生穩固指數符號的意義。</p>
第4段	<p>用中文解釋「幾的幾次方」的英文要怎麼說，讓學生熟悉套用模式，方便往後課程大量使用。</p>
第5段	<p>讓學生能將連乘的算式轉化為中文，由於認知上不難故採全英文。</p>
第6段	<p>讓學生能將指數的符號轉化為實際計算，由於認知上不難故採全英文。</p>

製作者：臺北市雙園國中 劉家宇