

分數的乘方 Powers of Fractions

Class: _____ Name: _____

1. 分數的乘方

Power of a Fraction	As Repeated Multiplication	Multiply the Fractions	As Powers
$(\frac{2}{3})^5$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$	$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$	$\frac{2^5}{3^5}$
$(\frac{7}{4})^3$			
$(\frac{1}{-5})^6$			

※ **Rule of exponents for fractions :** $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

2. Fill in the blanks.

(1) $(\frac{9}{7})^5 = \frac{9^{\square}}{7^{\square}}$

(2) $(-\frac{6}{13})^8 = \frac{(-6)^{\square}}{13^{\square}}$

3. Circle the larger number

Q1	10000	10000×1.3
Q2	25	25×0.1
Q3	0.5	0.5×0.7
Q4	77	$77 \times \frac{5}{7}$
Q5	0.1	$0.1 \times \frac{19}{6}$
Q6	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} \times 2\frac{4}{7}$

※ 小結論：

如果正數乘上一個大於 1 的正數，那麼乘積會大於原來的正數；

如果正數乘上一個小於 1 的正數，那麼乘積會小於原來的正數。

4.

<p>Example1. Which number is larger?</p> <p>(1) $(\frac{2}{3})^2$ and $(\frac{2}{3})^3$</p> <p>(2) 2.3^3 and 2.3^4</p>	<p>Exercise1. Which number is larger?</p> <p>(1) 0.45^3 and 0.45^4</p> <p>(2) $(\frac{7}{2})^4$ and $(\frac{7}{2})^5$</p>
<p>Example2. Which number is larger?</p> <p>$(\frac{5}{8})^6$ and $(\frac{5}{8})^{10}$</p>	<p>Exercise2. Which number is larger?</p> <p>2.3^7 and 2.3^{12}</p>

5. Operations with fractions with exponents

<p>Example 1.</p> <p>$(-\frac{3}{4})^3 \times (\frac{2}{3})^2 \div (\frac{1}{2})^4$</p>	<p>Exercise 1.</p> <p>$(\frac{2}{5})^5 \div (\frac{7}{5})^6 \div (\frac{2}{7})^5$</p>
<p>Example 2.</p> <p>$5 + (\frac{2}{3})^2 \times (-0.5) \div (-\frac{4}{5})$</p>	<p>Exercise 2.</p> <p>$(-\frac{1}{2})^3 - (-0.7) \times (-\frac{5}{7})$</p>

一、設計理念：

1. 學生已學過分數的四則運算及指數的表示法，本章節針對分數的乘方，指數的底數可為分數或小數。
2. 由於學習內容以計算及比較數字大小為主，過程均以符號居多，故學習單主要以英文呈現，小結論的部份為了方便學生理解故使用中文。
3. 語言部分仍須考量學生認知負荷，適時藉由中文輔助學生學習。
4. 學習單介紹指數的乘方透過反覆操作讓學生理解乘方的規則。
5. 乘方的比較大小(學習單第4點)先藉由乘以一個數後會變大或變小(學習單第3點)來推理，讓學生可以理解乘方比較大小規則的原因。
6. 小結論英文參考說法：

x is a positive number, and m is greater than 1. x times m is greater than x .

x is a positive number, and m is between 0 and 1. x times m is less than x .

二、英文詞彙：

中文	英文	
指數	exponent	
底數	base	
次方	power/exponents	
分子	numerator	
分母	denominator	
加	plus	add
減	minus	subtract
乘	times	multiply
除	divided	divide

三、數學英文用法：

數學表示法	英文
$\frac{2}{3}$	(1) two over three (2) two-thirds
4.61	four point six one
3^7	three to the power of seven
$2+(-3)$	two plus negative three
$5-7$	five minus seven
$3 \times (-2)$	three times negative two
$(-20) \div 4$	negative twenty divided by four

四、教學參考範例：

1	我們再來複習一次指數的意思。What does 7^4 mean? It means 7 is multiplied by itself 4 times, so 7^4 is equal to 7 times 7 times 7 times 7.
2	我們之前都是只看整數的次方，現在我們想來看分數的乘方。What does $(\frac{2}{3})^5$ means? It means $\frac{2}{3}$ times $\frac{2}{3}$ times $\frac{2}{3}$ times $\frac{2}{3}$ times $\frac{2}{3}$. Then we have learned how to multiply fractions. We can multiply numerators together, and multiply denominators together.
3	我們先來看分子的部分。We find the numerator is 2 times 2 times 2 times 2 times 2. In other words, 2 is multiplied by itself 5 times, so how can we express the numerators? The numerator is equal to 2 to the power of 5. 我們也可以用同樣的方式來計算分母。If we calculate the denominator in the same way, how can we express the denominator? It is 3 times 3 times 3 times 3 times 3, and it equals 3 to the power of 5.
4	Let's do some practice. You can try the rest by yourself. What is $\frac{7}{4}$ to the power of 3, and what is $\frac{1}{-5}$ to the power of 6? Follow the steps above and try to calculate them in the same way.
5	做完上面的三題之後，你有沒有發現什麼規則？我們發現一個分數的次方，可以改寫成分子和分母的數字都相同的次方。也就是說， $(\frac{a}{b})^n$ 等於 a^n 除以 b^n 。

五、引入語言使用建議：

第 1 段	複習指數的概念，先用中文喚起學生指數的概念，再利用英文舉指數的實例，讓學生逐步進入英語的使用。
第 2 段	先用中文概述授課目標，再切換成英文講述。由於僅是將前段複習的指數從底數為整數改為分數，整體上並不困難，故後半段皆採英文。
第 3 段	操作時先用中文概述接下來要做的事情，接下來以英文進行實際操作。操作過程主要用到數字的連乘轉換為指數形式，由於這部分已經在數學課程中操作多次，認知部分不困難，故直接使用英文。
第 4 段	讓學生能將練習表格中剩下來的兩題，藉由實際朗讀題目讓學生了解接下來自己需要練習的題目，由於認知上不難故採全英文。
第 5 段	總結的部份為了讓學生可以清楚指數乘方的規則，所以整段皆使用中文。

製作者：臺北市雙園國中 劉家宇