

# i 閱刊

## 數學閱讀

# 02

## 國中數學

- 幫 想讀，卻不知如何下手的 **學生**
- 幫 想讓學生做到課前預習的 **老師**
- 幫 想讓孩子自學的 **家長**



業務貼紙



# 透過閱讀學習數學

文 / 楊凱琳

在成就測驗與素養表現的國際評比風潮下，國內數學教育已越來越重視將數學知識及思考應用在解決真實問題的能力，並協助學生學習數學以享有更好的生活。因而，許多教師和研究者以主動思考的學習活動為目標，傾心投入數學教材與教法的設計。

由於數學是一門非常倚賴符號、圖表和專有名詞等不同表徵之內與之間轉換的學問，除了藉由不同表徵來溝通數學想法外，能透過閱讀符號、圖表和專有名詞等進行深入的理解與思考，也是學習數學必要的能力。

鑑於學生數學閱讀能力也是數學能力之一，而閱讀不只是辨字識義的基本技能，也是蘊含主動思考的學習活動；本刊的目標即提供學習者親身體驗主動思考的閱讀機會。剛開始，會以數學教科書內容為主，再逐漸擴展到動態的或跨學科的數學閱讀。希望讀者能藉由閱讀本刊物，除了發展有效的數學閱讀策略以提昇數學閱讀理解層次外，也更增進讀者運用數學符號、圖表和專有名詞來表達所讀所思。

## 作者團隊

**楊凱琳副教授** 現任國立臺灣師範大學數學系副教授  
現任南一書局國中數學教科書作者

**呂虹毅老師** 現任臺北市中崙高中數學老師  
現任南一書局國中數學教科書作者

**蘇惠玉老師** 現任臺北市西松高中數學老師  
現任南一書局國中數學教科書作者





同學們閱讀時，可以先從標題讀起，利用你的先備知識來預測接下來的內容可能是什麼？

## 2 等量公理

前面我們用數值代入方程式求解的方式，有如大海撈針，不易找到方程式的解。不過有一種有效的方法，就是利用國小學過的等量公理，接著我們來復習等量公理。

**思考 1** 看到標題的「等量公理」，接下來的內容可能是什麼？

**思考 2** 請舉例說明你對等量公理內容的預測。

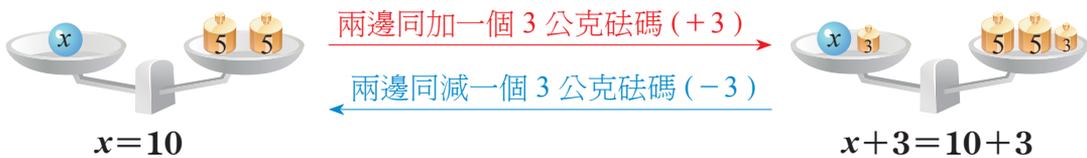


接下來請仔細閱讀下列完整的課文片段，並試著澄清它和你所預測的內容有何異同。

有一顆  $x$  公克的鐵球與兩個 5 公克的砝碼放在天平的兩邊，且呈現平衡狀態，則此時表示  $x = 10$ 。



### 1. 等量加法公理與等量減法公理



天平原本平衡時，在兩邊同加或同減 3 公克砝碼後，天平依然會平衡。

### 2. 等量乘法公理與等量除法公理



天平原本平衡時，兩邊數量同時變成原本的 2 倍或一半，天平依然會平衡。

**思考 3** 請問 1. 和 2. 的天平圖形說明了什麼？

**思考 4** 這段課文說明的內容和你預測的哪裡一樣？

**思考 5** 這段課文說明的內容有什麼是你沒預測到的？

**思考 6** 看到這裡，想一想：等量公理可以用來做什麼？如果沒想到，可以回頭看看標題下的那一段，答案就在那裡喔！

**思考 7** 再看一下 2. 的天平圖形，哪一個等式的兩邊同除以 2 是  $x = 10$  呢？

**思考 8** 如果等式的兩邊同乘以一個負數，這個等式是否還是正確的呢？



接下來，先閱讀下列的探索活動步驟 1.，猜想這個探索活動想要探索什麼呢？  
如果你有想法，可以先試試你的想法。如果還沒有，就繼續閱讀步驟 2. 和 3. 吧！



### 探索活動

### 判斷方程式的解

柏宇解方程式  $3(x+2)-4=17$  的步驟如下：

1. 先兩邊同加 4，得到  $3(x+2)=21$ 。
2. 再將兩邊同除以 3，得到  $x+2=7$ 。
3. 最後將兩邊同減 2，得到  $x=5$ 。

試問  $x=5$  是不是方程式  $3(x+2)-4=17$ ， $3(x+2)=21$  與  $x+2=7$  的解？

**思考 9** 上述活動中的步驟 1 ~ 3 各是用了哪一種運算的等量公理呢？

**思考 10** 請回答探索活動中的問題，並想一想為什麼？

**思考 11** 你覺得這個活動的目的為何？

**思考 12** 先將原方程式去括號得  $3x+2=17$ ，同減 2 後再除以 3，得到的  $x$  會一樣嗎？

**思考 13** 你從探索活動所學的知識可以用來做什麼？

請先閱讀下面的題目：

例題

## 7 檢驗解的合理性

裕凱說：「目前我的遊戲卡數量是弟弟的 2 倍，我和弟弟再各買 50 張後，我的遊戲卡數量將是弟弟的 3 倍。」試問裕凱的說法正確嗎？



如果不太了解題意，可以先想一想下列的問題。

- 思考 1** 如果裕凱現在的遊戲卡有 20 張，弟弟有幾張？再各買 50 張後，裕凱和弟弟各有幾張遊戲卡？
- 思考 2** 如果裕凱現在的遊戲卡有 20 張，可能符合他的說法嗎？
- 思考 3** 裕凱的說法有可能是正確的嗎？
- 思考 4** 如果要檢驗裕凱的說法是否正確，你認為可以先假設哪個資訊為  $x$  呢？
- 思考 5** 了解題意之後，先試著自己解這個題目。如果還不知道，先想一想如何利用裕凱說的第一句話，以  $x$  表示兄弟各自的遊戲卡數量呢？如何利用裕凱說的第二句話，以  $x$  表示兄弟的遊戲卡數量之間的關係呢？

接著再來看看這個題目的解法：

**解** 設目前弟弟有  $x$  張遊戲卡，  
 裕凱有  $2x$  張，再各買 50 張後，  
 弟弟有  $(x + 50)$  張，  
 裕凱有  $(2x + 50)$  張。

	弟弟	裕凱
目前	$x$	$2x$
多買 50 張後	$x + 50$	$2x + 50$

依據題意可以列式為  $2x + 50 = 3(x + 50)$

$$2x + 50 = 3x + 150$$

$$2x - 3x = 150 - 50$$

$$-x = 100$$

$$x = -100$$

雖然  $x = -100$  是方程式  $2x + 50 = 3(x + 50)$  的解，  
 但是遊戲卡的張數應為正整數，故裕凱的說法不正確。

**思考 6** 解法中列出的一元一次方程式和你列的一樣嗎？

**思考 7** 解法中解出來  $x = -100$ ，為什麼這個不是答案？

**思考 8** 解法中第一步做了什麼？如果不這樣假設，還有沒有其他設未知數的方法？

解應用問題時，首先要自行閱讀理解題意，第一次看不懂不要放棄，可以假設數字來瞭解題意。還是不懂時，透過重讀思考什麼是已知和什麼是未知，如何建立兩者間的關係。就像上述的代數文字題，只要理解數量關係並列出等式，問題就可迎刃而解，是不是很有趣呢？



# 參考 答案

## P.2

**思考 1** 相等的兩數同加、減、乘以、除以一數後還是相等。

**思考 2**  $5=5$ ， $5+3=5+3$ 。

## P.3

**思考 3** 兩邊同加一個等重的物體，天平一樣會平衡；兩邊數量同時變成 2 倍，天平也一樣會平衡。

**思考 4** 有加、減、乘、除。

**思考 5** 加、減法等量公理利用同一個圖呈現，乘、除法等量公理利用同一個圖呈現。

**思考 6** 求解方程式。

**思考 7**  $2 \times x = 2 \times 10$ 。

**思考 8** 是。

**思考 9** 1. 兩邊同加一數；  
2. 兩邊同除以一數；  
3. 兩邊同減一數。

**思考 10** 略。

**思考 11** 利用等量公理的過程未知數  $x$  不會變。

**思考 12** 會。

**思考 13** 求解方程式。

## P.4

**思考 1** 弟弟有 10 張；裕凱和弟弟各有 70 張和 60 張。

**思考 2** 由思考 1 的最後數量可知，裕凱的遊戲卡數量不會是弟弟的 3 倍，故不符合。

**思考 3** 不可能。

**思考 4** 裕凱、弟弟目前的數量或再各買 50 張後，裕凱、弟弟的數量。

**思考 5** (1) 設弟弟目前有  $x$  張，裕凱有  $2x$  張，可列式為  $2x+50=3(x+50)$ 。

(2) 設弟弟最後有  $x$  張，裕凱有  $3x$  張，可列式為  $2(x-50)=3x-50$ 。

## P.5

**思考 6** 略。

**思考 7** 要符合裕凱說的話，數量是負的，但是遊戲卡數量不會有負數，故裕凱是錯的。

**思考 8** 假設弟弟的遊戲卡張數；可設弟弟最後的數量為  $x$ 。