



國立臺灣師範大學  
National Taiwan Normal University

# 數學閱讀理解教學與提問技巧

國立台灣師範大學

數學系

楊凱琳

2015/09/02

高雄數學輔導團員



# 體驗一下

- 請扮演未學過負數的七年級學生

- 體驗閱讀教學



# 討論

- 這一段教學歷程
  - － 學生做什麼？
  - － 老師做什麼？
  - － 課本有什麼用？



# 瞭解老師的先備知識和學習目標

- 什麼是「閱讀」？「數學閱讀教學重要」嗎？  
「我可以勝任數學閱讀教學」嗎？
- 您認為(或猜測)
  - 「數學」、「閱讀」、「教師」、「學生」間的關係是什麼？
  - 「數學閱讀理解」和「數學理解」有何異同？
  - 「數學閱讀理解」和「數學理解」**教學**有何異同？



# 看看別的老師怎麼想

- 閱讀理解觀
  - 形成初步理解(A)
  - 重新調整理解(B)
  - 批判建構理解(C)
- 有約25%的老師之閱讀理解觀缺少B和C



# 為什麼要學習數學

- 內容

- 知識、技能

- 方法

- 思考的方法

- 推理、辯證

- 學習的方法

- 閱讀、討論、練習、探究

- 情意

- 培養自信、彼此肯定、陶冶心性

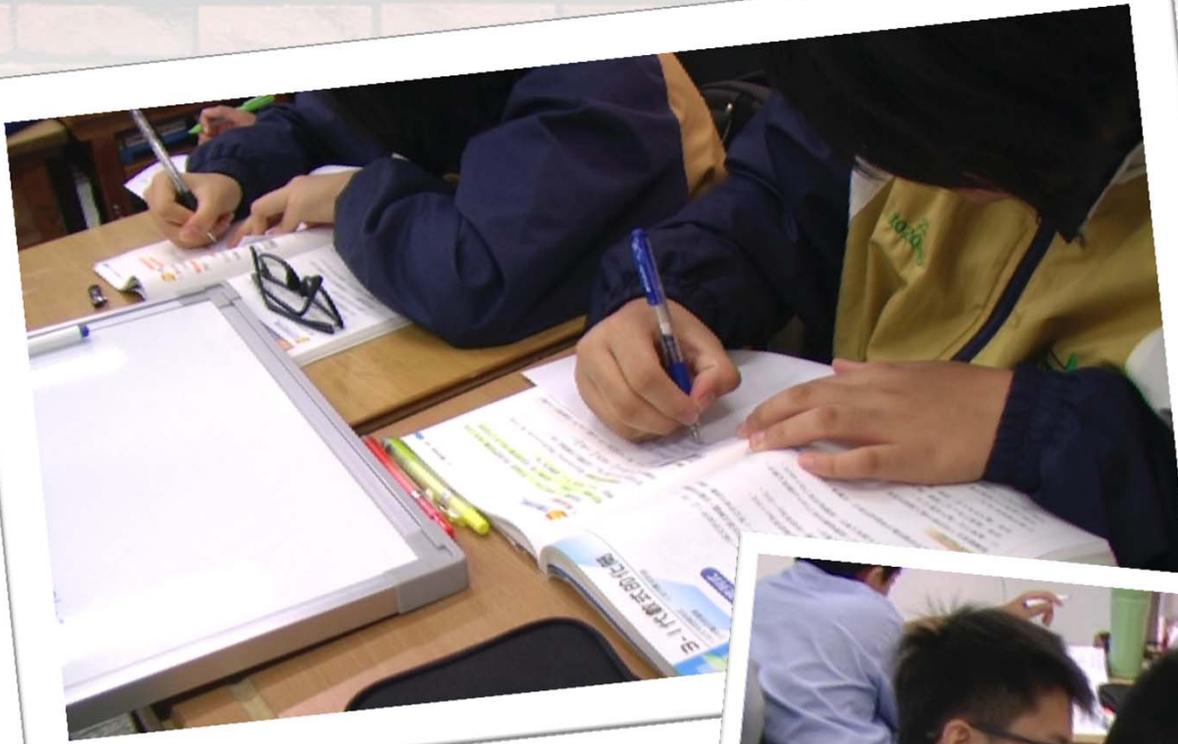


# 為什麼要學習數學閱讀理解教學

- 對學生有什麼幫助
  - 逐漸發展自學的能力
  - 相信自己可以學習數學
- 對教師有什麼幫助
  - 有機會提供適性教學
  - 翻轉教師(課外準備、課中收割)



# 閱讀數學教學-讓學生讀與思



# 數學閱讀的重要性

- 學好數學，除了
  - 正向的態度
  - 多做題目
- 但，只會解題  
就算學好數學嗎？

## 例題

### 例題 6 解不等式及圖示其解 (I)

解下列各一元一次不等式，並圖示其解：

(1)  $3x - 5 < 7 - x$

(2)  $-2(x + 7) \leq 4x - 2$

解 (1)  $3x - 5 < 7 - x$

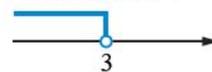
$$3x + x < 7 + 5$$

$$4x < 12$$

$$x < 12 \times \frac{1}{4}$$

$$x < 3$$

圖示其解如下：



(2)  $-2(x + 7) \leq 4x - 2$

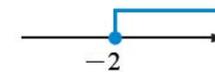
$$-2x - 14 \leq 4x - 2$$

$$-14 + 2 \leq 4x + 2x$$

$$-12 \leq 6x$$

$$-2 \leq x, \text{ 即 } x \geq -2$$

圖示其解如下：



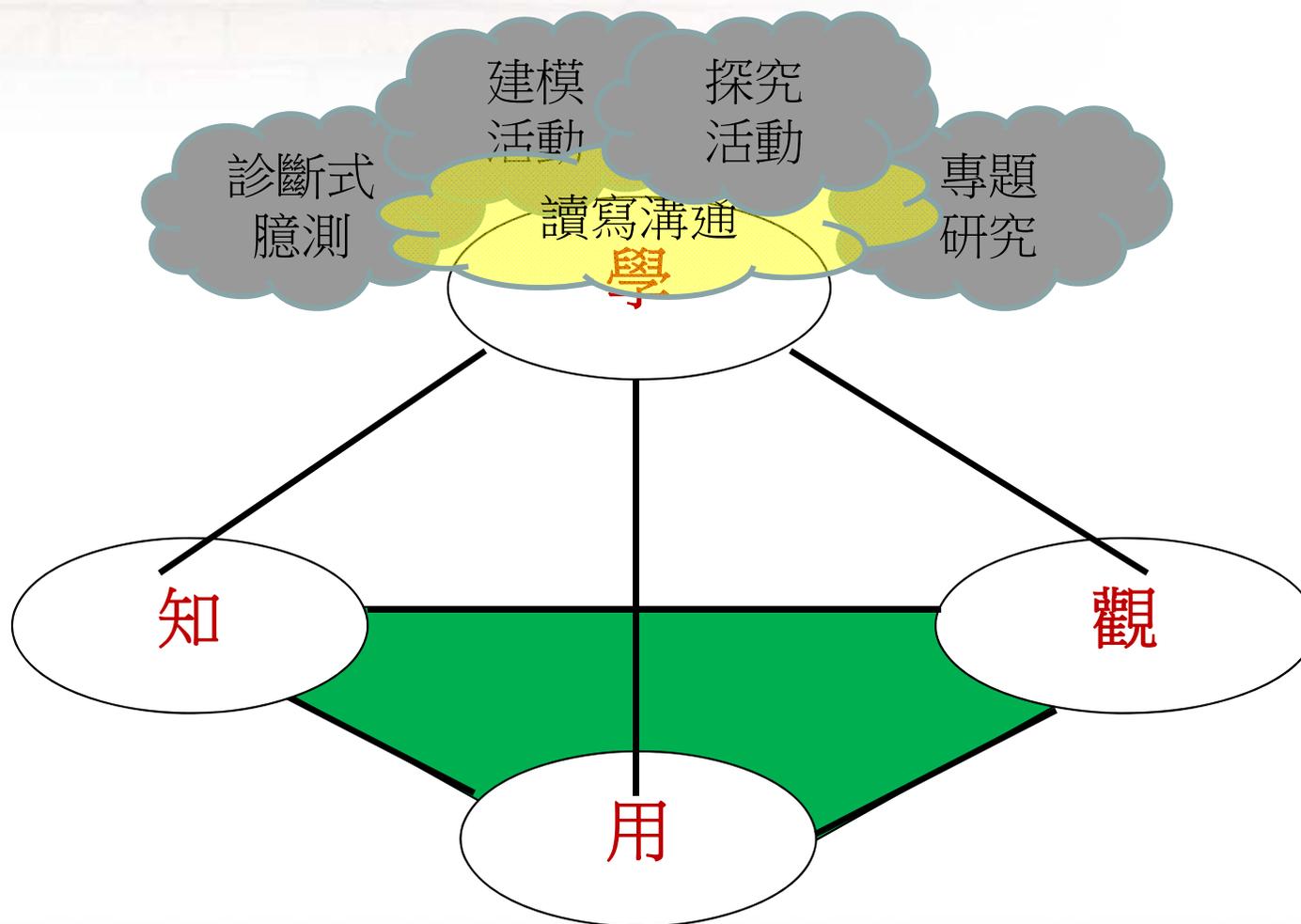
## 閱讀表現與數學表現的關係

- 「只有數學困難MD」的2年級學生比「同時有閱讀和數學困難RD-MD」的學生，可更快地學會數學。
- 「只有RD」的2年級學生和「同時有RD-MD」的學生，在閱讀學習上差不多。
- 這個結果告訴我們什麼呢？
  - 閱讀能力影響學生的數學學習
  - 數學能力不影響學生的閱讀學習

Jordon, N. C., Kaplan, D., & Hanich, L. B. (2002). Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 94 (3), 586.



# 閱讀與數學的關係交織於數學素養(學習目標)



# 閱讀是數學素養的一部分

- 閱讀歷程
- 閱讀策略
- 閱讀理解



# 什麼是閱讀數學、數學閱讀

- 透過視覺接受資訊後，  
進行數學思考的遞迴歷程
  - 所讀的文本包含什麼？
    - 明顯的或不明顯的數學內容
    - 數學教科書、理化社會教科書、科普讀物、新聞、自然事物
  - 閱讀歷程的特徵是什麼？
    - 讀者與文本間的互動、互換
  - 閱讀理解的附加價值是什麼？
    - 數學素養（知、用、觀、學）



# 數學學習的途徑

- 除了原有的學習活動外，還可以怎麼學呢？

數學閱讀

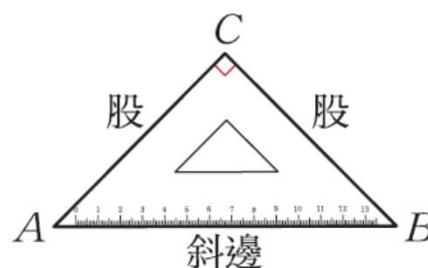
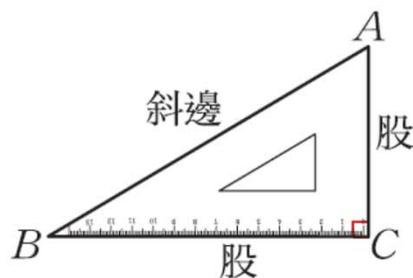


# 數學名詞的閱讀理解

- 學生讀下列數學名詞時會有什麼困難？

## 勾股定理的發現

小學時，我們曾學過直角三角形，例如：我們常用的三角板，就是直角三角形。如下圖，在直角三角形  $ABC$  中，角  $C$  為直角（簡記為  $\angle C=90^\circ$ ），直角所對的邊稱為**斜邊**，另外兩邊稱為**股**。

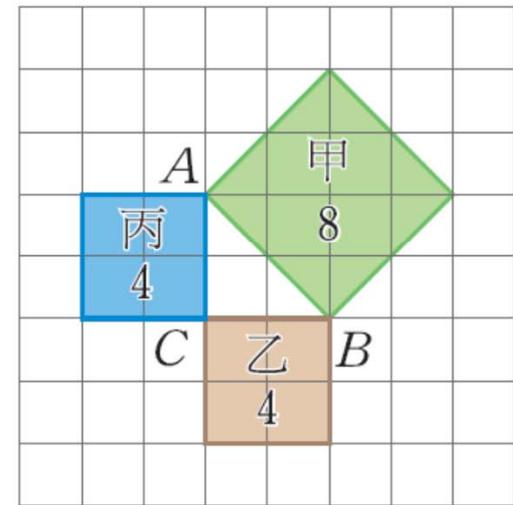


# 數學敘述的閱讀理解

- 學生讀下列數學敘述時會有什麼困難？

由溫故啟思中，我們看出股長為 2 的等腰直角三角形，其斜邊上的正方形面積會等於兩股上的兩個正方形面積和，即  
正方形甲面積 = 正方形乙面積 + 正方形丙面積，  
也就是  $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$ 。

其他直角三角形也會有這樣的性質嗎？



# 學生的數學閱讀理解困難來源

- 基本的讀識字、斷詞句技巧
- 字詞的意義不清(e.g. 對稱軸、垂直平分線)
- 缺乏數學語法(邏輯)知識  
(e.g. 定義、性質不分；此對應關係)
- 缺乏適時使用閱讀策略  
(e.g. 文字題的閱讀理解)

<https://www.youtube.com/watch?v=WQYzOpcnWxs>)

- 缺乏透過閱讀學習數學的機會(tp. 81, tp. 78)



# 數學閱讀教學設計的想法

- 給學生表現閱讀理解的機會
  - 以三層次的閱讀理解設計問題
    - [以二次函數為例](#)
  - 以五種閱讀(p. 56)策略設計問題
    - [以質數概念為例](#)
  - 靈活運用三層次五策略設計問題
    - [宜蘭羅東國中柯彥廷老師的教學觀摩](#) [\(外部檔案\)](#)



# 數學閱讀理解策略

- 助於理解的策略有：
  - 預測
  - 自我提問
  - 澄清
  - 反思
  - 摘要

例題(質數與合數)

例題(證明)



## 回顧與討論

- 上述的設計之學習目標有哪些面向？
- 有可能融入我既有的教學模式嗎？
- 有哪些融入的方法呢？



# 如何利用教科書內容評量學生的閱讀理解

- 回顧所學
- 引導將學
- 自己來學



# 如何利用教科書內容評量學生的閱讀理解

## 2-2 重點整理

### 1. 弦、弧與圓心角

(1) 一弧的度數等於其所對圓心角的度數。

### 回顧所學

(2) 在同圓中，等弧對等弦，等弦對等弧。

第一種任務：給關鍵字學生自己做重點整理

(先不看書，需要時再看內容，再需要時再看重點整理)

### 2. 圓周角

(1) 圓周角的度數等於其所對弧度數的一半。

第二種任務：直接看重點整理，畫圖解釋。

(2) 同弧所對的圓周角度數是圓心角度數的一半。

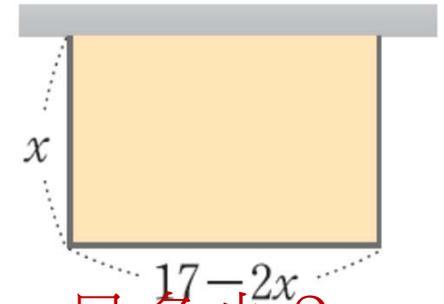
(3) 在同一圓中，同弧所對的任何一個圓周角，其度數皆相等。

(4) 半圓所對的圓周角都是  $90^\circ$ ；反之，當圓周角為  $90^\circ$  時，所對的弧為半圓，且所對的弦為直徑。



# 如何利用教科書內容評量學生的閱讀理解

假設與牆垂直的一邊長為  $x$  公尺，則與牆平行的一邊長為  $(17 - 2x)$  公尺。若面積為  $y$  平方公尺，



則  $y = x(17 - 2x) = -2x^2 + 17x$ 。因此，「用長 17 公尺的圍籬圍出最大的面積」這個問題，可以轉換為「求二次函數  $y = -2x^2 + 17x$  最大值」的問題。以下列出此二次函數的部分  $x$  值與對應的  $y$  值，並觀察  $y = -2x^2 + 17x$  可能的最大確可圍出的最大面積是 36 嗎？

預測策略：你猜接下來課本要介紹什麼？

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$y$	15	26	33	36	35	30	21

# 如何利用教科書內容評量學生的閱讀理解

## 盒狀圖的意義與功用

為了更容易了解整群資料的分布概況，我們可以將資料中的最小值、 $Q_1$ 、

$Q_2$ 、 $Q_3$ 、最大值這五個數值用下圖表示：

自己來學

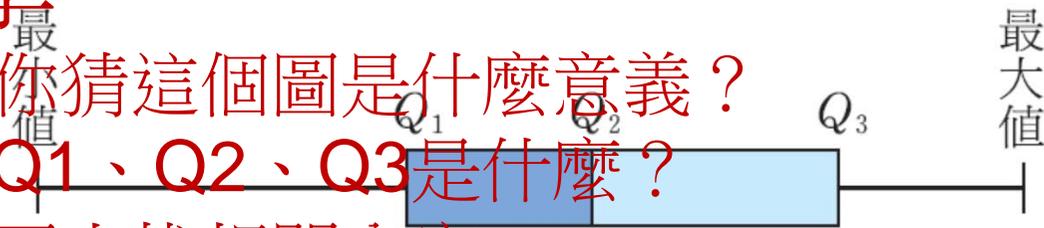
預測策略：你猜這個圖是什麼意義？

提問策略： $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ 是什麼？

澄清策略：回去找相關內容

摘要策略：用圈起來的部分的話說出什麼是什麼是盒狀圖。此，這種圖示稱為這群資料

的反思策略：其盒狀圖的功能是什麼？和直方圖、長條圖有何不同？



# 數學閱讀教學的目標：還有...

- 增進學生的閱讀動機
  - 讓學生相信自己能讀(自信)
  - 期望學生透過閱讀學習數學(期望)
  - 讓閱讀成為數學表現的一部(價值)
- 如何在課堂上操作上述三個要素



# 如何自評反思數學閱讀理解教學

- 閱讀目標、
- 促進學生和文本互動



# 提問問題類型

- 布魯姆(Bloom)的分類系統
  1. 知識性問題:
  2. 理解性問題:
  3. 應用性問題:
  4. 分析性問題:
  5. 綜合性問題:
  6. 評鑑性問題:



# 提問問題類型

- 聚斂性問題
  - ✓ 有明確目標  
(e. g. 介紹或澄清課程的主要概念)
- 擴散性問題
  - ✓ 開放的思考  
(e. g. 發展如何學習的策略)



# 提問問題類型

- Mason(2000)提出數學提問包括
  - 探索式(inquiring)
    - 用最少條件來檢驗一個四邊形是矩形
    - 用最少條件來檢驗兩個三角形是相似
  - 聚焦式(focusing)
    - 什麼是矩形？
    - 什麼是相似形？
  - 檢驗式(testing)
    - 正方形是矩形嗎？
    - 任意兩個等腰三角形是相似圖形嗎？



# 針對文本的閱讀提問分類

- 從文本中直接可以找到答案的問題
- 需統整文本句子或段落才能找到答案的問題
- 需超出文本所提供的資訊才能回答的問題



# 閱讀的提問目的

- 他人提問
  - 協助學習
  - 促進思考
  - 互相溝通
- 自我提問
  - 自我學習
  - 促進理解
  - 與作者、自己溝通



# 提問教學範例

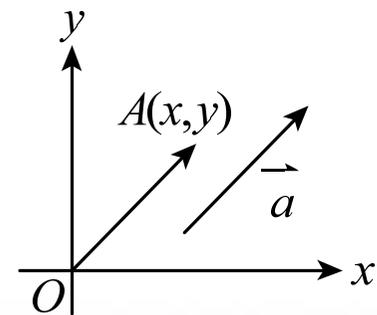
- 教師說明閱讀中的自我提問
  - 在閱讀的時候，可以通過自問自答的方式，去檢視自己是否了解內容。
  - 以閱讀一般的文章來說，通常會問的5W：When？Who？Why？Where？Which？How？
  - 以閱讀數學課文為例子，可以問自己：這裡用的方法是什麼？為什麼？還可以怎麼做？
  - 透過自我提問，也可以幫助自我的思考，並且檢視自己是否真的了解內容，我們接下來的課程將會利用提問策略幫助閱讀理解與思考。



# 提問教學範例

- 老師示範閱讀數學課本中的自我提問
  - 我們可以看到這一段就是在介紹向量的坐標，那麼向量的 $x$ 坐標， $y$ 坐標代表的是什麼呢？課文中寫向量的 $x$ 坐標、 $y$ 坐標分別是 $x$ 分量、 $y$ 分量，那麼分量是指甚麼呢？是指向量始點與終點的 $x$ 坐標、 $y$ 坐標的變化量。

在坐標平面上，對於平面上任意一個向量 $\vec{a}$ ，我們可以將向量 $\vec{a}$ 平移，使其始點落在原點 $O$ 上。若令其終點為 $A$ ，則 $\vec{a} = \vec{OA}$ ，如圖 2 所示：



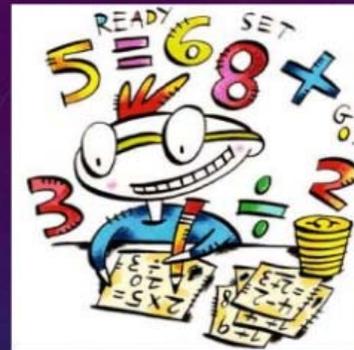
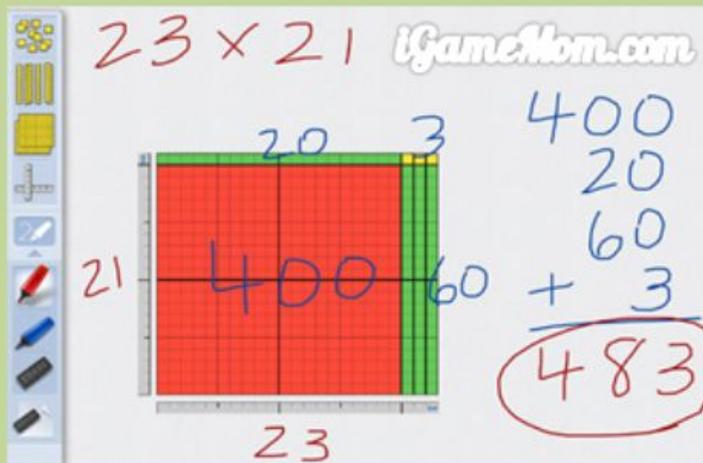
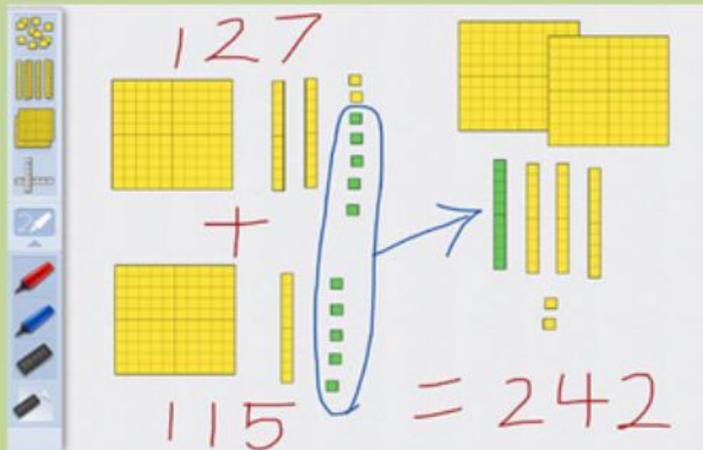
# 提問教學範例

- 教師示範閱讀數學課本中的自我提問
  - ✓ 這裡是用什麼方法來說明  $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$  ?
    - 利用的是平行四邊形兩對角線互相平分的性質。
  - ✓ 除了這個方法，是不是還有其他的方法呢？
    - 「如果從向量的幾何表示法」學過的內容來談，有沒有其他的解釋呢？
- 上述綠色的字有何用意？



# Q & A

Free App for Kids  
**VISUALIZING  
 MATH CONCEPTS**



**USING MAPS  
 TO READ  
 MATH TEXTS—  
 CONCEPT MAPS,  
 THAT IS...**

READING WORKSHOP

## Frayer Model (Frayer, Frederick, & Klausmeyer, 1969)

Content for this example taken from Baron & Heidelma, (2002) *Teaching Reading in the Content Areas* (Supplement), McREL.

<b>Definition</b>  A whole number with exactly two divisors (factors)	<b>Characteristics</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 is the only even prime number</li> <li>• 0 and 1 are not prime</li> <li>• Every whole number can be written as a product of primes</li> </ul>
<b>Examples</b>  2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...	<b>Non-Examples</b>  1, 4, 6, 8, 9, 10...

**Prime**