

3.2. Set Operations

所謂 set operation，就是利用兩個已知的集合得到另一個集合的方法。我們將介紹集合間幾種重要的 operations，即 intersection，union 和 set difference。並探討這幾種 set operations 之間重要的性質。

3.2.1. Intersection and Union. 首先我們定義 intersection 與 union。

Definition 3.2.1. 設 A, B 為 sets。我們令 $A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$ 稱之為 the *intersection* of A and B (A 和 B 的交集)。令 $A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$ 稱之為 the *union* of A and B (A 和 B 的聯集)。

簡單的說 $A \cap B$ 就是將 A, B 共同的元素收集起來所得的集合；而 $A \cup B$ 是將 A, B 所有的元素收集起來而得的集合。例如以下的例子：

Example 3.2.2. 令 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 。由於只有 2 是同時屬於 A 且屬於 B ，所以得 $A \cap B = \{2\}$ 。而 1, 3 雖沒有在 B 但都屬於 A ，符合屬於 A 或屬於 B 的條件故知 1, 3 皆屬於 $A \cup B$ 。同理 4, 6 亦屬於 $A \cup B$ 。至於 2 既然同時屬於 A 和 B 當然符合屬於 A 或屬於 B 的條件，故知 2 也屬於 $A \cup B$ 。又由於沒有其他的數在 A 中或 B 中，我們可以確定 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 。

聯集和交集與原來的集合是有關係的。例如在上面的例子中我們有 $A \cap B = \{2\} \subseteq A = \{1, 2, 3\}$ 以及 $B = \{2, 4, 6\} \subseteq A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 。事實上，若 $x \in A \cap B$ ，表示 $x \in A$ 且 $x \in B$ 。故知 x 一定屬於 A 且 x 一定屬於 B ，所以我們有

$$(A \cap B) \subseteq A \quad \text{and} \quad (A \cap B) \subseteq B. \quad (3.1)$$

注意 $A \cap B$ 有可能是空集合，此時我們稱 A, B 為 *disjoint*。不過空集合包含於任意的集合，所以當 A, B 為 disjoint 時上式仍然成立。另一方面若 $x \in A$ ，則 x 必屬於 A 或 B ，所以 $x \in A \cup B$ 成立。我們有

$$A \subseteq (A \cup B) \quad \text{and} \quad B \subseteq (A \cup B) \quad (3.2)$$

Question 3.7. 試證明 $(A \cap A) = A$ 以及 $(A \cup A) = A$ 。

交集和聯集在某種程度上可以說是保持包含關係的，事實上我們有以下的性質。

Proposition 3.2.3. 設 A, B, C, D 皆為 sets 滿足 $A \subseteq B$ 且 $C \subseteq D$ 。則

$$(A \cap C) \subseteq (B \cap D) \quad \text{and} \quad (A \cup C) \subseteq (B \cup D).$$

Proof. 因 $A \subseteq B$ ，可由 $x \in A$ 得 $x \in B$ 。同理因 $C \subseteq D$ ，可由 $x \in C$ 得 $x \in D$ 。現若 $x \in A \cap C$ ，表示 $x \in A$ 且 $x \in C$ 。故可得 $x \in B$ 且 $x \in D$ 。得證 $(A \cap C) \subseteq (B \cap D)$ 。同理，若 $x \in A \cup C$ ，表示 $x \in A$ 或 $x \in C$ 。當 $x \in A$ 時可得 $x \in B$ ；而當 $x \in C$ 時可得 $x \in D$ 。故由 $x \in A \cup C$ 可得 $x \in B \cup D$ 。得證 $(A \cup C) \subseteq (B \cup D)$ 。□

特別的，當 $A \subseteq B$ 且 $A \subseteq D$ 時，我們可以考慮 $C = A$ 的情形套用 Proposition 3.2.3 得 $(A \cap A) \subseteq (B \cap D)$ 。又由於 $(A \cap A) = A$ ，得知 $A \subseteq (B \cap D)$ 。同理，當 $A \subseteq B$ 且 $C \subseteq B$ 時，我們有 $(A \cup C) \subseteq (B \cup B)$ 。又由於 $(B \cup B) = B$ ，得知 $(A \cup C) \subseteq B$ 。我們證得以下性質：（由於這個結果是由 Proposition 3.2.3 簡單推導而得，我們就用“引理” *corollary* 稱之）

Corollary 3.2.4. 假設 A, B, C, D, E 為 *sets*。

- (1) 若 $A \subseteq B$ 且 $A \subseteq C$ ，則 $A \subseteq (B \cap C)$ 。
- (2) 若 $D \subseteq A$ 且 $E \subseteq A$ ，則 $(D \cup E) \subseteq A$ 。

Question 3.8. 試直接證明 *Corollary 3.2.4*，並用此結果推導出 *Proposition 3.2.3*。

我們也可利用交集或聯集來判斷兩集合的包含關係。我們有以下的結果：

Proposition 3.2.5. 假設 A, B 為 *sets*。則以下是 *equivalent*。

- (1) $A \subseteq B$ 。
- (2) $(A \cap B) = A$ 。
- (3) $(A \cup B) = B$ 。

Proof. 我們證明 $(1) \Leftrightarrow (2)$ 以及 $(1) \Leftrightarrow (3)$ 。

$(1) \Leftrightarrow (2)$ ：假設 $A \subseteq B$ ，我們要證明 $(A \cap B) = A$ 。事實上由式子 (3.1) 我們知 $(A \cap B) \subseteq A$ ，故僅要證明 $A \subseteq (A \cap B)$ 。然而已知 $A \subseteq A$ 以及 $A \subseteq B$ ，故由 Corollary 3.2.4 得 $A \subseteq (A \cap B)$ 。因此證明了 $(1) \Rightarrow (2)$ 。另一方面，由式子 (3.1) 我們知 $(A \cap B) \subseteq B$ 。故由 $A = (A \cap B)$ 可得 $A \subseteq B$ ，證明了 $(2) \Rightarrow (1)$ 。

$(1) \Leftrightarrow (3)$ ：假設 $A \subseteq B$ ，我們要證明 $(A \cup B) = B$ 。事實上由式子 (3.2) 我們知 $B \subseteq (A \cup B)$ ，故僅要證明 $(A \cup B) \subseteq B$ 。然而已知 $A \subseteq B$ 以及 $B \subseteq B$ ，故由 Corollary 3.2.4，得 $(A \cup B) \subseteq B$ 。因此證明了 $(1) \Rightarrow (3)$ 。另一方面，由式子 (3.2) 我們知 $A \subseteq (A \cup B)$ 。故由 $(A \cup B) = B$ 可得 $A \subseteq B$ ，證明了 $(3) \Rightarrow (1)$ 。 $\square$

Question 3.9. 我們曾經提過如 *Proposition 3.2.5* 這樣的等價關係可利用： $(1) \Rightarrow (2)$ ， $(2) \Rightarrow (3)$ 以及 $(3) \Rightarrow (1)$ 這樣的程序完成。請利用“元素”的方法證明 $(2) \Rightarrow (3)$ ，即利用 $(A \cap B) = A$ 證明：若 $x \in A \cup B$ ，則 $x \in B$ 。

由 Definition 3.2.1 我們知道“交集”和邏輯的“and”有關，而“聯集”和“or”有關。所以我們很容易推得以下的關係：

- (1) $A \cap B = B \cap A$.
- (2) $A \cup B = B \cup A$.
- (3) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.
- (4) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

由於 (3) 的關係，以後多個集合的交集我們便省略括弧不必去強調哪幾個先作交集。例如直接寫成 $A \cap B \cap C$ 。同理由於 (4)，以後多個集合的聯集我們也省略括弧，例如直接寫成 $A \cup B \cup C$ 。

利用邏輯 $\wedge, \vee$ 之間的分配性質，即

$$((P \wedge Q) \vee R) \sim ((P \vee R) \wedge (Q \vee R)), \quad ((P \vee Q) \wedge R) \sim ((P \wedge R) \vee (Q \wedge R)) \quad (3.3)$$

我們有以下的性質：

Proposition 3.2.6. 假設 A, B, C 為 sets，則

$$((A \cap B) \cup C) = (A \cup C) \cap (B \cup C), \quad ((A \cup B) \cap C) = (A \cap C) \cup (B \cap C).$$

Proof. 首先由 $(A \cap B) \subseteq A$ 以及 $C \subseteq C$ 利用 Proposition 3.2.3 得 $((A \cap B) \cup C) \subseteq (A \cup C)$ 。同理知 $((A \cap B) \cup C) \subseteq (B \cup C)$ 。再利用 Corollary 3.2.4 得 $((A \cap B) \cup C) \subseteq (A \cup C) \cap (B \cup C)$ 。另一方面假設 $x \in (A \cup C) \cap (B \cup C)$ 表示 $x \in A \cup C$ 且 $x \in B \cup C$ 。我們利用 proof in cases，考慮 $x \in C$ 和 $x \notin C$ 這兩種情況。若 $x \in C$ ，則當然 $x \in (A \cap B) \cup C$ 。而若 $x \notin C$ ，則由 $x \in A \cup C$ 且 $x \in B \cup C$ ，知 $x \in A$ 且 $x \in B$ ，亦即 $x \in A \cap B$ 。故此時仍有 $x \in (A \cap B) \cup C$ 。也就是說不管哪種情況，我們都可以由 $x \in (A \cup C) \cap (B \cup C)$ 推得 $x \in (A \cap B) \cup C$ ，得證 $((A \cup C) \cap (B \cup C)) \subseteq (A \cap B) \cup C$ 。故知 $((A \cap B) \cup C) = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ 。

至於 $((A \cup B) \cap C) = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ 的證明，首先由 $A \subseteq (A \cup B)$ 以及 $C \subseteq C$ 利用 Proposition 3.2.3 得 $(A \cap C) \subseteq ((A \cup B) \cap C)$ ，同理我們有 $(B \cap C) \subseteq ((A \cup B) \cap C)$ 。故由 Corollary 3.2.4 知 $(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq ((A \cup B) \cap C)$ 。另一方面，若 $x \in (A \cup B) \cap C$ ，表示 $x \in A \cup B$ 且 $x \in C$ 。由 $x \in A \cup B$ ，我們知 $x \in A$ 或 $x \in B$ 。當 $x \in A$ 時，由於已知 $x \in C$ ，故得 $x \in A \cap C$ 。此時自然有 $x \in (A \cap C) \cup (B \cap C)$ 。同理，當 $x \in B$ 時，可得 $x \in B \cap C$ 。因此也有 $x \in (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ，得證 $((A \cup B) \cap C) \subseteq (A \cap C) \cup (B \cap C)$ 。故知 $((A \cup B) \cap C) = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ 。□

註：這裡的集合相等，我們刻意一邊用“集合”關係、另一邊用“元素”方法處理兩邊的包含關係。事實上若用“元素”的方式，可直接套用邏輯 $\wedge, \vee$ 之間的分配性質，即式子 (3.3) 證明。

Question 3.10. 試利用 Proposition 3.2.6 證明 Proposition 3.2.5 中 (2) $\Rightarrow$ (3)。

3.2.2. Set Difference. 我們定義何謂 set difference。

Definition 3.2.7. 假設 A, B 為 sets，定義 $A \setminus B = \{x : x \in A \text{ and } x \notin B\}$ ，稱之為 B 在 A 中的差集 (the set difference of B in A)。若 X 為 universal set，則令 $A^c = X \setminus A = \{x : x \notin A\}$ 稱之為 A 的補集 (the complement of A)。

注意 A^c 的定義原本應為 $\{x : x \in X \text{ and } x \notin A\}$ ，但因 X 為 universal set，我們知道所有元素皆在 X 中，故省略 $x \in X$ 直接寫 $x \notin A$ 。所以在用補集時要特別注意是否已明確說明了什麼是宇集，否則會有符號不唯一的問題。例如若 $\mathbb{Q}$ 為宇集，則 $\mathbb{Q}^c = \emptyset$ ；而當宇集為 $\mathbb{R}$ 時， $\mathbb{Q}^c$ 就是所有無理數所成的集合了。

利用補集的符號，依定義我們有 $A \setminus B = A \cap B^c$ 。從這裡我們知道一般的情況 $A \setminus B$ 和 $B \setminus A$ 是不相同的。事實上我們有 $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset$ 。這是因為很明顯的 $A \cap A^c = \emptyset$ 且 $B \cap B^c = \emptyset$ ，故知

$$(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = (A \cap B^c) \cap (B \cap A^c) = (A \cap A^c) \cap (B \cap B^c) = \emptyset.$$

Example 3.2.8. 假設 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 。因 $1, 3 \in A$ 且 $1 \notin B$ 且 $3 \notin B$ ，知 $1, 3 \in A \setminus B$ 。雖然 $2 \in A$ 但是 $2 \in B$ ，故 $2 \notin A \setminus B$ 。得 $A \setminus B = \{1, 3\}$ 。同理可得 $B \setminus A = \{4, 6\}$ 。我們有 $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \{1, 3\} \cap \{4, 6\} = \emptyset$ 。又 $1, 3, 5 \in X$ 且 $1, 3, 5$ 皆不在 B 中，故知 $1, 3, 5 \in B^c$ 。而 $2, 4, 6 \in B$ 故 $2, 4, 6$ 皆不屬於 B^c ，得 $B^c = \{1, 3, 5\}$ 。最後考慮 $A \cap B^c$ 得 $A \cap B^c = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1, 3\} = A \setminus B$ 。

接下來我們看 set difference 的一些性質，其實這些性質我們可以用元素的方式證明。不過在證明時由於常出現否定的問題所以經常要用反證法，如此反反覆覆，容易搞混。但如使用補集符號，就可以化繁為簡。所以我們先介紹有關於補集的一些性質，再處理差集的問題。

Proposition 3.2.9. 假設 A, B 為 sets, 我們有以下的性質。

- (1) $(A^c)^c = A$.
- (2) $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c)$.
- (3) $(A \cup B)^c = (A^c \cap B^c)$.
- (4) $A \subseteq B$ 若且唯若 $B^c \subseteq A^c$.

Proof. 這些性質都可以利用前面邏輯相關的 equivalence 推導。我們主要使用的方式就是 $x \notin A$ 是 $x \in A$ 的否定，所以

$$(x \in A^c) \sim (x \notin A) \sim \neg(x \in A).$$

(1) $x \in (A^c)^c$ 表示 $x \notin A^c$ ，即 $\neg(x \in A^c)$ 。等同於 $\neg(x \notin A)$ ，亦即 $\neg(\neg(x \in A))$ 。因此由式子 (1.7)，知此與 $x \in A$ 等價，故得證。

(2) $x \in (A \cap B)^c \sim \neg(x \in (A \cap B)) \sim \neg((x \in A) \wedge (x \in B))$ 。由式子 (1.8) 知此與 $\neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)$ 等價，亦即 $(x \in A^c) \vee (x \in B^c)$ ，故得證等同於 $x \in (A^c \cup B^c)$ 。

(3) $x \in (A \cup B)^c \sim \neg(x \in (A \cup B)) \sim \neg((x \in A) \vee (x \in B))$ 。由式子 (1.9) 知此與 $\neg(x \in A) \wedge \neg(x \in B)$ 等價，亦即 $(x \in A^c) \wedge (x \in B^c)$ ，故得證等同於 $x \in (A^c \cap B^c)$ 。

(4) 由於 $A \subseteq B$ 等價於 $(x \in A) \Rightarrow (x \in B)$ 且 $B^c \subseteq A^c$ 等價於 $\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)$ 。由式子 (1.11) 我們有 $((x \in A) \Rightarrow (x \in B)) \sim (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A))$ ，故得證。□

利用 Proposition 3.2.9，我們立即可得以下的定理。

Corollary 3.2.10. 假設 A, B, C 為 sets, 我們有以下的性質：

- (1) $(C \setminus (C \setminus A)) = (C \cap A)$.

$$(2) C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B).$$

$$(3) C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B).$$

$$(4) \text{ 若 } A \subseteq B \text{ 則 } (C \setminus B) \subseteq (C \setminus A).$$

Proof. 我們使用補集、交集、聯集之間的關係證明。

(1) 依定義 $(C \setminus (C \setminus A)) = C \cap (C \setminus A)^c = C \cap (C \cap A^c)^c$ 。由 Proposition 3.2.9 (1)(2)， $(C \cap A^c)^c = C^c \cup (A^c)^c = C^c \cup A$ ，故得 $(C \setminus (C \setminus A)) = C \cap (C^c \cup A)$ 。再由分配率

$$C \cap (C^c \cup A) = (C \cap C^c) \cup (C \cap A) = \emptyset \cup (C \cap A)$$

得證 $(C \setminus (C \setminus A)) = (C \cap A)$ 。

(2) 依定義 $C \setminus (A \cap B) = C \cap (A \cap B)^c$ 。由 Proposition 3.2.9 (2)， $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c)$ ，故得 $C \setminus (A \cap B) = C \cap (A^c \cup B^c)$ 。再由分配率 $C \cap (A^c \cup B^c) = (C \cap A^c) \cup (C \cap B^c)$ ，得證 $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$ 。

(3) 依定義 $C \setminus (A \cup B) = C \cap (A \cup B)^c$ 。由 Proposition 3.2.9 (3)， $(A \cup B)^c = (A^c \cap B^c)$ ，故得 $C \setminus (A \cup B) = C \cap (A^c \cap B^c)$ 。再由 $C \cap (A^c \cap B^c) = (C \cap A^c) \cap (C \cap B^c)$ ，得證 $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$ 。

(4) 依定義 $C \setminus B = C \cap B^c$ 。現若 $A \subseteq B$ 由 Proposition 3.2.9 (4) 可得 $B^c \subseteq A^c$ ，故得 $C \cap B^c \subseteq C \cap A^c$ ，得證 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ 。□

Corollary 3.2.10 (4) 的反向是不正確的，因為我們不知道 A, B 在 C 以外的情形如何。不過我們有以下之結果：

Proposition 3.2.11. 假設 A, B, C 為 sets。 $(C \cap A) \subseteq (C \cap B)$ 若且唯若 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ 。

特別的，當已知 $A \subseteq C$ 時， $A \subseteq B$ 若且唯若 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ 。

Proof. 首先注意 $C \setminus A = C \setminus (C \cap A)$ 這是因為由 Corollary 3.2.10 (2)，

$$C \setminus (C \cap A) = (C \setminus C) \cup (C \setminus A) = \emptyset \cup (C \setminus A) = C \setminus A.$$

同理 $C \setminus B = C \setminus (C \cap B)$ 。

現若 $(C \cap A) \subseteq (C \cap B)$ ，利用 Corollary 3.2.10 (4) 可得 $C \setminus (C \cap B) \subseteq C \setminus (C \cap A)$ ，得證 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ 。反之，若 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ ，則同樣由 Corollary 3.2.10 (4) 得 $C \setminus (C \setminus A) \subseteq C \setminus (C \setminus B)$ 。再由 Proposition 3.2.10 (1) 得證 $(C \cap A) \subseteq (C \cap B)$ 。

由 Corollary 3.2.10 (4) 已知若 $A \subseteq B$ 則 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ 。故當已知 $A \subseteq C$ ，我們僅要證明：若 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ 則 $A \subseteq B$ 。此時由前知 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus A)$ 可得 $(C \cap A) \subseteq (C \cap B)$ 。故由 $A \subseteq C$ 的假設得 $A = (C \cap A) \subseteq (C \cap B)$ 。但 $(C \cap B) \subseteq B$ ，故得證 $A \subseteq B$ 。□

Question 3.11. $C \setminus (B \setminus A)$ 會等於 $(C \setminus B) \setminus A$ 嗎？試證明 $C \setminus (B \setminus A) = (C \setminus B) \cup (C \cap A)$ 以及 $(C \setminus B) \setminus A = C \setminus (B \cup A)$ 。

其實這些集合 operations 之間的關係與性質，都可以直接各邊取一元素，利用第一章介紹邏輯的 connectives 的性質得到集合包含關係，最後證得兩邊集合相等。另一方面我們

也可套用這一章中所介紹各集合的 operations 的性質推導。這兩種方法並無好壞之分，雖然有時直接套用集合 operations 的性質推導很快速，但它並非萬能。在這裡我們並不是鼓勵大家用背誦的方式記憶這麼多的性質，而是希望大家能夠學習如何利用一些已知的性質推導出新的定理。最後我們再看一個例子。

Example 3.2.12. 假設 A, B, C 為集合且 $B^c \subseteq A$ ，我們要證明 $((C \setminus A) \cup B) = B$ 。

首先利用 Proposition 3.2.5，也就是說若能證明 $(C \setminus A) \subseteq B$ ，則可得證 $((C \setminus A) \cup B) = B$ 。如何證明 $(C \setminus A) \subseteq B$ 呢？

方法一：我們用元素的方法處理。假設 $x \in C \setminus A$ ，即 $x \in C$ 且 $x \notin A$ 。因為無法直接證明 $x \in B$ ，所以我們可以考慮反證法，即假設 $x \notin B$ 而得到矛盾。現若 $x \notin B$ ，表示 $x \in B^c$ 。故由 $B^c \subseteq A$ 的假設得 $x \in A$ 。此與 $x \notin A$ 相矛盾，故知 $x \in B$ 。得證 $((C \setminus A) \cup B) \subseteq B$ 。

方法二：我們也可用前面證得的集合性質處理。由於 $(C \setminus A) \subseteq C$ ，利用 Proposition 3.2.11，我們只要驗證 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus (C \setminus A))$ 。然而左邊 $C \setminus B = C \cap B^c$ ，右邊 $C \setminus (C \setminus A) = C \cap A$ 。所以由 $B^c \subseteq A$ 得證 $(C \setminus B) \subseteq (C \setminus (C \setminus A))$ ，因而得 $(C \setminus A) \subseteq B$ 。

Exercise 3.4. 考慮

$$S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 5\}, \quad T = \{n \in \mathbb{N} \mid 5 \leq 2n - 1 \leq 17\},$$

$$U = \{2n - 1 \mid n \in S\}, \quad V = \{2n \mid n = 1, 2, 3, 4\}.$$

利用 Exercise 3.1 的結果列出以下集合：

- (1) $S \cap U$.
- (2) $(S \cap T) \cup U$.
- (3) $S \cap (T \cup U)$.
- (4) $(S \cup T) \cap V$.

Exercise 3.5. Let $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 = 0\}$ and $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0\}$. Find $A \setminus B$.

Exercise 3.6. Prove that $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$.

Exercise 3.7. 以下何者正確？(需說明原因)

$$(a) (C \setminus (B \setminus A)) \subseteq ((C \setminus B) \setminus A) \quad (b) ((C \setminus B) \setminus A) \subseteq (C \setminus (B \setminus A)).$$

Exercise 3.8. 假設 $B \setminus C \subseteq A$ ，試證明：

- (1) $B \setminus C \subseteq A \setminus C$.
- (2) If $A \cap C \subseteq A \cap B$ then $(A \setminus B) \cup (B \setminus C) \subseteq A \setminus C$