

## Exercise (Week 2)

October 01, 2021

1. 分別討論以下 system of linear equations 的 coefficient matrix 的 rank, 並寫下其解集合。

(a)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 &= 1 \\x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 2 \\x_1 + x_2 - x_3 &= 0\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 + x_5 &= 2 \\x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 &= -1 \\2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 9x_4 + 4x_5 &= -5 \\7x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 8x_4 + x_5 &= 6\end{aligned}$$

2. 令  $\lambda \in \mathbb{R}$ , 考慮矩陣

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & \lambda & 3 - \lambda & 6 \\ 2 & 2 & 2 & \lambda & 6 \end{bmatrix}$$

試依照  $\lambda$  的取值探討  $\text{rank}(A)$ .

3. 已知存在  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  使得聯立方程組

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + x_3 &= -6\beta \\2x_1 + x_2 + (\alpha + 1)x_3 &= 4 \\ \alpha x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 2\beta\end{aligned}$$

有無窮多組解。試找出這些所有可能的數對  $(\alpha, \beta)$ .