

Exercise (Week 3)

October 08, 2021

1. 試將以下矩陣化為 reduced echelon form.
- $$\begin{bmatrix} -2 & 1 & -5 & -7 & -5 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 試說明以下矩陣那些可利用 elementary row operations 互換。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 令 A 為 4×6 matrix 且可利用 elementary row operation 化為 reduced echelon form B . 令 A_i, B_i 分別表示 A, B 的 i -th column.

- (a) 假設 $A_4 = 4A_1 + 3A_3$, 試說明 homogeneous system $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 有一組解為

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (4, 0, 3, -1, 0, 0).$$

- (b) 證明 $A_4 = 4A_1 + 3A_3$ 若且唯若 $B_4 = 4B_1 + 3B_3$.

- (c) 已知

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}; \quad A_6 = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

試將原先 A 完整的矩陣形式寫下。