

## 1 讓 43 跟 57 催眠你

台師大數學系趙文敏教授所著的《寓數學於遊戲》，是我大學期間看過的幾本通俗數學書籍之一。趙老師也是教我大一線性代數的老師。在國內數學系裡，將線性代數放在大一教授，而且是教比較抽象的，不是計算性的，是少見的。也因為這樣，我的同學在這一科學得很辛苦，我這輩子的第一張生日賀卡，是上線性代數這門課的時候，坐在後面的一位班上女生送給我的，這個舉動讓我誤以為「我被欣賞了」，但很快的就證實那是個「大陰謀」。過了幾天，她借了我線性代數的筆記去欣賞，這是她不瞭解我的第一步。我的數學筆記是很誇張的，每頁大概只寫六、七行，每行只寫八、九個字，每個字都很大，大概也只有故宮收藏的書法家墨寶或者是沒讀過書的人之作品，才有辦法寫出像我的字體這樣的神韻。再過沒幾天，她就直接約我，當然是請我教她線性代數的內容與習題，不是約會。這雖然是很久以前的往事了，但是最近碰到這位班上同學，她盡然還提起這件事，感謝我的指導，讓她成績很高。

關於《寓數學於遊戲》這本書的內容，我只記得一道遊戲，那是因為教授師大數學系的暑期進修班時，需要比較軟性，又可以消暑解渴的數學教材，數學遊戲大概是最佳的選擇。於是想到那道遊戲，為了增加它的難度，或者說，創新一下，不要拾人牙慧，善用了學數論的專長，將那道遊戲稍微修改：

---

題目：請對方從

$1, 2, 3, 4, \dots, 50$

裡想一個數（不要說出想的數），再從

$43, 57$

這兩個數任選一個數（不要說出選的數）。現在將「想的數」與「選的數」相乘，你只需告訴我乘積的末兩位數，我就可以快速的猜出你「想的數」與「選的數」各為何？

舉例來說，當你「想的數」為 38，「選的數」為 43 時，因為  $38 \times 43 = 1634$  的末兩位數為 34，所以只需告訴我 34，我就可以

準確的說出「想的數」38與「選的數」43這兩個數。

試問這遊戲的奧秘為何？

---

---

數學遊戲就是用數學騙人的魔術，都是有破綻，可以用數學加以破解的。以這道遊戲為例，想的數共有50個，選的數有2個，這樣的搭配一共有

$$50 \times 2 = 100$$

種。但是，乘積的末兩位數從00到99也有100種，所以找到一種對應規律是可以理解的。數學玩家希望的規律當然是易懂、易記，也亦操作的數學規則，最重要的是「這個規則必須不容易被拆穿與識破」。我很佩服發現這道數學遊戲的人，你看了底下的解答之後，一定會稱讚有加。

---

### 遊戲的奧秘

---

我們就讓數字取代理論來說話！將38分別與43與57相乘，並將乘積的末兩位數再乘以7，得到最底下那兩行的算法。當結果是 $200 + 38$ 時，代表「想的數」是38，「選的數」為43；但是當結果是 $500 - 38$ 時，代表「想的數」是38，「選的數」為57。你是否體驗到7所扮演的關鍵角色了！

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times) 43 \\ \hline 114 \\ 152 \\ \hline 1634 \end{array}$$

$$34 \times 7 = 238 = 200 + 38$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times) 57 \\ \hline 266 \\ 190 \\ \hline 2166 \end{array}$$

$$66 \times 7 = 462 = 500 - 38$$

---

**練習 1** 如果對方告訴你“乘積的末兩位數為38”，那麼他「想的數」與「選的數」各為何？