

# 數學新天地問題集（第十一集）

## 1 數學新天地問題集

- 11-1. (1) 證明：每個格子點至點  $(\sqrt{2}, \frac{1}{3})$  的距離都不一樣。  
(2) 設  $n$  是一個正整數。證明：可以在座標平面上找到一個圓，使其內部（不含圓周）剛好有  $n$  個格子點。

11-2. 數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_1 = 1$  及

$$a_{n+1} = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2a_n + 2} \quad (n \geq 1).$$

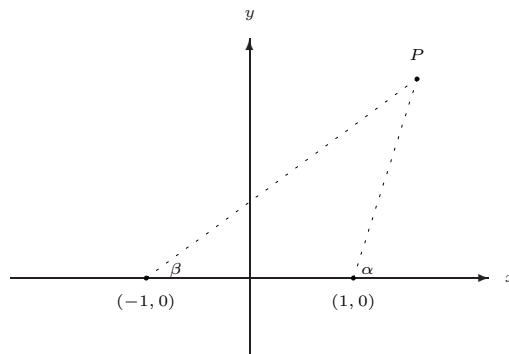
求  $a_{2004}$  的值。

11-3. 求所有讓

$$n^3 - n - 987$$

為質數的正整數  $n$ 。

11-4. 如下圖所示



$P$  點與  $(1, 0), (-1, 0)$  的夾角為  $\alpha, \beta$ 。

若  $\alpha + \beta = 90^\circ$ ，則  $P$  點的軌跡為何種曲線？

- 11-5. 在以原點  $O = (0, 0, 0)$  為球心，半徑為 1 的單位球上取一點  $A = (a_1, a_2, a_3)$ 。點  $A$  所對應的另一個點  $B = (a_3, a_1, a_2)$  也在這單位球上。求  $\angle AOB$  的最大值與最小值。